


Framgångsrika digitala verktyg för matematikundervisning där problemlösning är i centrum

– *En litteraturstudie med fokus på tidigare
åldrar*

*Successfull digital tools for teaching mathematics
where problem solving is in focus
– A literatur study focusing on younger ages*

Författarens Namn: Nura Ribac Zukanovic

Handledare: Margareta Engvall
Examinator: Rickard Östergren

 <p>LINKÖPINGS UNIVERSITET</p>	<p>Institutionen för beteendevetenskap och lärande 581 83 LINKÖPING</p>	<p>Seminariedatum 2018-05-15</p>
---	---	---

<p>Språk</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Svenska/Swedish <input type="checkbox"/> Engelska/English</p>	<p>Rapporttyp</p> <p>Examensarbete grundnivå</p>	<p>ISRN-nummer LIU-LÄR-G-MA-18/25-SE</p>
--	---	---

<p>Titel: Framgångsrika digitala verktyg för matematikundervisning där problemlösning är i centrum</p> <ul style="list-style-type: none"> - En litteraturstudie med fokus på tidigare åldrar <p>Title: Successful digital tools for teaching mathematics where problem solving is in focus</p> <ul style="list-style-type: none"> - A literature study focusing on younger ages <p>Författare: Nura Ribac Zukanovic</p>
--

<p>Sammanfattning</p> <p>Syftet med denna litteraturstudie var att undersöka forskning om hur olika typer av digitala verktyg används i matematikundervisningen riktat mot problemlösning, som undervisningsinnehåll. Fokuset riktar sig i första hand mot undervisning för elever i åk 4–6, men kan även gälla tidigare och senare årskurser. De digitala verktygen som har behandlats är iPads, appar med resurser, datorer, IKT, digitala spel och flipped classroom (omvänt klassrum). Litteraturstudiens syfte och innehåll är relevant då digitala verktyg har blivit allt vanligare i skolans värld. Insamlingen av data skedde genom användning av databaserna UniSearch och ERIC. Resultatet från tio vetenskapliga artiklar visade att användning av digitala verktyg i matematikundervisning kan stödja och bidra till utvecklingen av elevers matematiska problemlösningförmåga. Det framkom även i resultatet att det finns nackdelar med användning av digitala verktyg i matematikundervisning under en längre period.</p>
--

<p>Nyckelord: Matematik, problemlösning, digitala verktyg, matematikundervisning.</p>
--

Sammanfattning

Syftet med denna litteraturstudie var att undersöka forskning om hur olika typer av digitala verktyg används i matematikundervisningen riktat mot problemlösning, som undervisningsinnehåll. Fokuset riktar sig i första hand mot undervisning för elever i åk 4–6, men kan även gälla tidigare och senare årskurser. De digitala verktygen som har behandlats i studien är iPads, appar med resurser, datorer, IKT, digitala spel och flipped classroom (omvänt klassrum). Litteraturstudiens syfte och innehåll är relevant då digitala verktyg har blivit allt mer vanligare i skolans värld. Insamlingen av data skedde genom användning av databaserna UniSearch och ERIC. Resultatet från tio vetenskapliga artiklar visade att användning av digitala verktyg i matematikundervisning kan stödja och bidra till utveckling av elevers matematiska problemlösningss förmåga. Det framkom även i resultatet att det finns nackdelar med användning av digitala verktyg i matematikundervisning under en längre period.

Innehållsförteckning

1. Inledning	5
2. Syfte och frågeställningar	7
3. Bakgrund.....	8
3.1 Vad är matematik?	8
3.2 Skolmatematik	8
3.2.1 Matematisk problemlösning.....	8
3.2.2 Sociokulturellt perspektiv	10
3.3 Matematikundervisning	11
3.3.1 Undervisningsmetoder	11
3.4 Digitala verktyg	11
3.4.1 Flipped classroom	12
4. Sammanfattning av bakgrunden.....	13
4. Metod.....	15
4.1 Systematisk litteraturstudie	15
4.2 Litteratursökning.....	15
4.3 Avgränsningar och urval.....	16
5. Resultat	21
5.1 Digitalt material som stöd för undervisning	21
5.2 Digitalt material som undervisningen	27
5.3 Sammanfattning av artiklarna	28
6. Diskussion.....	31
6.1 Hur används digitala verktyg i matematikundervisningen då problemlösning är i fokus?	31
6.1.1 Digitalt som stöd	31
6.1.2 Digitalt som undervisningen	33
6.2 Hur bidrar det till elevers kunskapsutveckling?.....	35
6.2.1 Motivation.....	35
6.2.2 Bättre problemlösningsförmåga	36
6.3 Avslutning.....	37
Referenslista.....	39

1. Inledning

Världen förändras och vi lever i ett samhälle som blir allt mer moderniserat. Tekniken har blivit en del av vardagen och detta speglar även skolans undervisning. Böcker är inte längre självklara då digitala verktyg har tagit en större plats i undervisningen. Svaren på de flesta av våra frågor ligger ett klick bort. Men denna digitalisering medför även många risker och i den offentliga debatten riktas även kritik mot användningen av digitala läromedel (Skogstad, 2018). Skogstad (2018) menar att nu om någonsin är det viktigt att vara vaksam över vilka digitala verktyg lärare väljer att använda i undervisningen, eftersom att företagen som säljer digitala verktyg till skolan, ser skolan som en guldgruva (Skogstad, 2018).

I den svenska läroplanen står det att lärare behöver utnyttja olika verktyg i undervisningen för att elever ska utvecklas (Skolverket, 2011). I en rapport från Skolverket (2003) uttrycks att läroböcker inte skall prioriteras då undervisningen blir ensidig. I sin rapport har Skolverket (2003) kommit fram till att lärare behöver använda olika verktyg för att ge elever goda förutsättningar att utveckla sin kunskap. Användning av olika typer av digitala verktyg kan vara ett sätt att variera undervisningen.

Enligt tidigare forskning (OECD, 2018) finns det flera olika faktorer till att digitala verktyg och IKT används i matematikundervisningen. Digitala verktyg och IKT har visat sig vara det mest framgångsrika undervisningspraxis som utvecklar elevers färdigheter (OECD, 2018). Forskningen visar till exempel att användning av IKT och digitala verktyg i undervisningen bidrar till ett förbättrat klassrumsklimat samt utveckling av elevers förståelse till ämnet, vilket leder till en förbättrad kvalitet när det gäller elevers resonemangsförmåga (OECD, 2018). Flera länder har rapporterat att utan digitala verktyg och IKT är det svårt för lärare att undervisa på grund av att all material är i de digitala verktygen och att det underlättar undervisningen (OECD, 2018).

Problemlösning spelar en stor roll i matematikundervisningen samtidigt som digitala verktyg börjar ta en större roll i undervisningen (Skolverket, 2017). Därför är jag intresserad av att ta reda på vad forskning visar kring användandet av digitala verktyg i matematikundervisningen då problemlösning är i fokus. Jag ska ta reda på om hur digitala verktyg används och bidrar

till en kunskapsutveckling och i så fall vad som är utmärkande för dessa. Dagens lärare och blivande lärare kan ha nytta av denna konsumtionsuppsats för att det omfattar viktiga aspekter kring undervisningen, för en effektivare matematikundervisning vid problemlösning då digitala verktyg används.

2. Syfte och frågeställningar

Syftet med detta arbete är att granska forskning om hur digitala verktyg används i matematikundervisningen riktat mot problemlösning som undervisningsinnehåll. Fokus är i första hand riktat mot undervisning för elever i åk 4–6, men kan även gälla både tidigare och senare årskurser.

I detta arbete kommer följande frågeställningar att tas upp:

- Hur används digitala verktyg i matematikundervisningen då problemlösning är i fokus?
- Hur bidrar digitala verktyg vid problemlösning i matematik?

3. Bakgrund

I bakgrundskapitlet redovisas viktiga aspekter för att förstå den fortsatta läsningen i arbetet. Exempel på aspekter som tas upp är: skolmatematik, matematikundervisning, undervisningsmetoder och digitala verktyg. Även Vygotskijs sociokulturella perspektiv på kunskap behandlas.

3.1 Vad är matematik?

Boaler (2011) hävdar att matematik finns runt omkring oss hela tiden utan att vi tänker på det. Boaler (2011) menar att användning av matematik kan ses som en social och mänsklig process där motivet är att skapa förståelse för omvärlden. Vidare menar Boaler (2011) att matematik också handlar om att uppmärksamma de relationer som finns i naturen. Matematik kan uttryckas på olika sätt, både verbalt, numeriskt, grafiskt, bildmässigt och även symboliskt (Boaler, 2011).

3.2 Skolmatematik

Skolans matematik har sin utgångspunkt i mötet mellan elev och matematik (Samuelsson, 2013). Mötet mellan elev och matematik kan vara allt från roligt, tråkigt, omotiverat till engagerat menar Samuelsson (2013). Allt detta är beroende på hur lärare engagerar sig i mötet mellan elev och matematik hävdar Samuelsson (2013). Läraren har ansvaret för och uppdraget att se till att ”eleverna utvecklar kunskaper om matematik och matematikens användning i vardagen och inom olika ämnesområden.” (Skolverket, 2011). I kursplanen för årskurs 4–6 i ämnet matematik behöver elever till exempelvis kunna rimlighetsbedömning, positionssystemet, uppskattning och beräkningar i vardagliga situationer samt symboler och metoder för att lösa ekvationer (Skolverket, 2017).

3.2.1 Matematisk problemlösning

Sedan införandet av läroplanen Lgr80 har problemlösning varit en viktig del i det matematiska innehållet (Skolöverstyrelsen, 1980). Problemlösning inom matematik definieras av att någon möter ett problem som den känner en vilja att lösa - då har man ett äkta problem (Taflin, 2007). Problemlösning kan beskrivas som en process i fyra steg som

ursprungligen kommer från Polya, (Eriksson, 1991 & Billstein et al., 2013). Enligt forskarna är första steget att skapa förståelse för problemet, det andra är att planera hur man skall lösa problemet. Det tredje steget är att utföra strategin för att lösa problemet och det fjärde är att utvärdera om resultatet låter logiskt (Eriksson, 1991 & Billstein et al., 2013).

I den svenska läroplanen för grundskolan under ämnet matematik, i centrala innehållet för problemlösning, står det att undervisning skall ge elever:

- ”Strategier för matematisk problemlösning i vardagliga situationer.” (Skolverket, 2011).
- ”Matematisk formulering av frågeställningar utifrån vardagliga situationer.” (Skolverket, 2011).

Det handlar egentligen inte bara om att lösa ett problem utan också att formulera ett problem (Skolverket, 2011).

Westwood (2011) hävdar att matematisk problemlösning inte är nära verkligheten då det är begrepp och strategier som elever inte är vana vid.

Exempel på hur ett matematiskt problem kan se ut för åk 6 (Wordpress, 2010).:

Eli bor i ett höghus med 9 våningar. Han kan åka hiss från sin egen våning till den första och då tar det 1 minut. Men han når inte knappen till sin egen våning, eftersom han är så liten. Istället trycker han på den högsta knappen han når och därefter går han upp. Hela vägen upp tar 1 minut 10 sekunder. Hissen har samma hastighet både upp och ner och Eli går upp två gånger så långsamt som hissen. Vilken våning bor Eli på? (Observera att basvåningen är samma som första våningen det vill säga våning nummer 1.) (Wordpress, 2010).

Lösning av det matematiska problemet:

Om Eli behöver 10 sekunder mer än om man åkt hiss betyder det att han gick i 20 sekunder, eftersom han förflyttar sig upp hälften så snabbt. Om han gick uppför en våning innebär det att hissen färdas 1 våning upp på 10 sekunder. Eftersom han åkte hiss i 50 sekunder skulle han då ha åkt upp 5 våningar. Om han gått 2 (eller fler) våningar på sina 20 sekunder skulle det innebära att hissen åkt upp 10 våningar (eller fler), vilket är omöjligt eftersom det bara finns 9 våningar i huset. Han måste alltså ha gått upp en våning efter att ha åkt upp 5 våningar med hiss. Om han startade på våning 1 har han då tagit sig 6 våningar upp till våning 7 (Wordpress, 2010).

För att elever skall kunna förstå denna uppgift behöver lärare skapa undervisningstillfällen där man arbetar med matematiska problem för att sedan skapa förståelse till det (Westwood, 2011). Två andra forskare vid namn Karlsson och Kilborn (2015) lyfter fram att lärare använder problemlösning i matematikundervisningen inte som en arbetsuppgift som har ett mål, utan som en sysselsättning. De hävdar att elever som arbetar snabbare och blir klara innan andra elever, får arbeta med matematisk problemlösning bara för att de ska ha något att göra under den lektionen (Karlsson & Kilborn, 2015). Om man skall kunna täcka det som Skolverket (2011) nämner ovan kan lärare inte arbeta på ett sådant sätt (Karlsson & Kilborn, 2015).

3.2.2 Sociokulturellt perspektiv

Lev Vygotskij är grundaren av det sociokulturella perspektivet. Perspektivet fokuserar på hur människor samspelar med varandra och utvecklas med hjälp av språket. Van de Walle (2014) menar att det språk individer tillämpar är ett verktyg för att sätta ord på frågor och tankar. För att detta skall utveckla individens kunskap, behöver man samspela med varandra. Van de Walle (2014) påpekar att för att få den mest effektiva utvecklingen behöver individen som skall lära sig något lära sig från någon som har mer kunskap. Det kan både vara en elev eller lärare som lär någon, något (Van de Walle et al., 2014).

Säljö (2014) betonar att artefakter har en viktig betydelse i det sociokulturella perspektivet där kunskap är i fokus. Han menar att kunskap är ett sampel i omgivningen. För att vi människor skall kunna samspela med varandra, behöver vi artefakter vilket är olika redskap och verktyg, med hjälp av dessa artefakter kan vi utvecklas (Säljö, 2014).

3.3 Matematikundervisning

Samuelsson (2013) lyfter fram att matematikundervisningen i skolan är ett hjälpmedel för elever att förstå matematik. Det matematiska innehållet kan förklaras med hjälp av vardagliga begrepp eller med teoretiska praxisord (Samuelsson, 2013). Skott m.fl. (2010) menar att lärare spelar en viktig roll i hur innehållet av skolans matematik förmedlas till elever. Det vill säga att lärare skapar en grund för elevers kunskap och förståelse. Det är lärarens uppdrag att engagera och skapa intresse för att elever skall tycka att matematik är intressant (Skolverket, 2011).

3.3.1 Undervisningsmetoder

Hattie (2009) har forskat kring matematikundervisning, där han har fokuserat på vad det är som kännetecknar effektiv matematikundervisning. Forskaren lyfter fram att effektiv matematikundervisning utmärks bland annat av att lärare påpekar de mål som elever skall arbeta med i undervisningen. Det han menar är att lärare skall skapa undervisningstillfällen där elever kan arbeta mot dessa mål, med hjälp av lärarens effektiva undervisningsmetoder (Hattie, 2009).

Granström (2006) tar upp att lärare som tillämpar olika slags undervisningsmetoder har inverkan på elevers kunskap på olika sätt. Det Granström (2006) menar är att om man skapar en matematikundervisning efter elevers behov och intresse kommer de att utvecklas. Ett exempel är att skapa undervisningar i olika kontexter, där elever kan diskutera och samarbeta med varandra (Granström, 2006). Boaler (2002) menar att elever som får möjligheten att diskutera med varandra har enklare med att lösa problem, medan de elever som inte får denna möjlighet har svårare att lösa problem.

3.4 Digitala verktyg

Digitala verktyg har blivit allt vanligare i undervisningen, både för lärare och elever. Digitala verktyg kan vara allt från iPad, dator, app till Power Point. Ett annat ord för digitala verktyg är IKT. IKT står för "Information- och Kommunikations Teknologi" som pedagogiska

verktyg (Carlsson, 2014). I en sådan undervisning är digitala verktyg ett hjälpmedel för att utveckla elevers kunskapsförmåga med ett bakomliggande pedagogiskt tankesätt. Detta handlar om hur pedagogen arbetar med digitala verktyg i undervisningen för att utveckla elevers kunskap (Carlsson, 2014).

Steinberg (2013) hävdar att både elever och lärare utvecklar kunskap i olika ämnen med hjälp av digitala verktyg och IKT. Han påpekar tre olika faktorer till att använda digitala verktyg i undervisningen (Steinberg, 2013).

- Elever som använder digitala verktyg i undervisningen har högre motivation samtidigt som man förbereder elever för den digitala världen (Steinberg, 2013).
- Elever får lättare att förstå ämnet om man använder digitala verktyg (Steinberg, 2013).
- Elever samarbetar bättre i grupparbeten (Steinberg, 2013).

Digitala verktyg är inte bara ett hjälpmedel för lärare och elever utan det utvecklar också många andra förmågor som nämns ovan i Steinbergs (2013) punkter.

3.4.1 Flipped classroom

Ordet flipped betyder omvänt. Undervisningsmetoden flipped classroom beskrivs som ett omvänt klassrum. I det klassiska och traditionella klassrummet är det lärare som är i fokus, men i ett flippat klassrum flyttar man fokuset från läraren till eleven (Skolverket, 2016).

I denna undervisningsmetod kommunicerar lärare oftast med sina elever med digitala verktyg till exempel videoinspelningar eller bloggar, på detta sätt behöver elever förbereda sig hemma innan nästa undervisning i skolan (Skolverket, 2016). Men det finns en risk med att elever behöver förbereda sig hemma innan undervisningen, och det är om elever inte förbereder sig och kommer oförberedda till undervisningen hur hanterar man det som lärare? Skolverket nämner att man som lärare kan utföra mindre testeter via nätet så att det

synliggörs om eleverna har förberett sig hemma (Skolverket, 2016). En annan utmaning som kan uppstå när lärare väljer att omvända klassrummet är att undervisningsmaterialet som eleverna använder sig av i undervisningen behöver anpassas också efter varje elev hemma (Skolverket, 2016). De flesta lärare väljer enligt Skolverket (2016) att använda material som finns redan ute på nätet.

4. Sammanfattning av bakgrunden

Boaler (2011) hävdar att matematik kan uttryckas på olika sätt, verbalt, numeriskt, grafiskt, bildmässigt och symboliskt. För att eleven skall förstå matematikens alla former nämner läroplanen att läraren har ansvaret att engagera och skapa intresse för att eleven skall skapa motivation till att vilja lära sig matematik (Skolverket, 2011). Samuelsson (2013) hävdar att skolans matematik har sin utgångspunkt i mötet mellan elev och matematik. Mötet kan vara intressant, ointressant, roligt eller tråkigt, det är vid denna tidpunkt, precis som läroplanen nämnde ovan (Skolverket, 2011) att läraren har ansvaret för att fånga upp detta möte och göra det intressant för att eleven skall skapa motivation till att vilja lära sig matematik (Samuelsson, 2013).

Matematisk problemlösning kan beskrivas som ett problem där människan har en vilja till alla lösa (Tafflin, 2017). Alla elever har olika förkunskaper och behov vilket gör att viljan hos varje elev inte är detsamma, därför behöver läraren hitta denna lucka hos varje elev för att sedan bygga på med kunskaper (Skolverket, 2011).

För att förstå hur en lösning av ett matematiskt problem går till har det sammanfattats en fyrastegs modell som ursprungligen kommer från Polya (Eriksson, 1991 & Billstein et al., 2013). Första steget är att skapa förståelse till problemet, det andra är att planera hur man skall lösa problemet, det tredje steget är att utföra strategin för att lösa problemet och det sista steget är att utvärdera om lösningen är logisk (Eriksson, 1991 & Billstein et al., 2013).

Det är ett perspektiv som har lyfts fram i bakgrunden och det är sociokulturella perspektivet. Anledningen till att detta perspektiv har valts är för att den passar in i synen på hur digitala

verktyg användas i matematikundervisning och hur det bidrar till elevers kunskapsutveckling. Hattie (2009) påpekar för att elever skall nå upp till målen som står i läroplanen eller som läraren själv har satt upp i undervisningen, behöver läraren skapa undervisningstillfällen där eleven kan arbeta mot att nå upp till målen. Säljö (2014) betonar att läraren behöver använda sig av artefakter det vill säga olika verktyg och redskap i matematikundervisningen för att eleven skall kunna nå upp till målen. Oftast är målen att utveckla kunskapsförmågan och skapa motivation inom det ämnet (Skolverket, 2011). En sort av artefakt är det Vygotskij (Van de Walle, 2014) påpekar, vilket är samspelet mellan eleverna, han betonar att för att man skall kunna utvecklas behöver elever samspela med varandra. Ett slags sampel är när elever diskuterar med varandra vilket Granström (2006) lyfter fram. Boaler (2002) menar att elever som får möjligheten att diskutera har det enklare att lösa matematiska problem.

Digitala verktyg är till exempel iPad, app, dator, Power Point och digitala spel. IKT kan beskrivas som när lärare väljer att använda ett digitalt verktyg i klassrummet med ett pedagogiskt tankesätt bakom (Carlsson, 2014). Ett exempel är när lärare väljer i undervisningen att använda en iPad med resurser, som elever kan utveckla sin matematiska problemlösningsförmåga (Carlsson, 2014). Steinberg (2013) påpekar tre faktorer till att använda digitala verktyg i undervisningen, 1). Eleven får högre motivation, 2). Eleven har det enklare med att förstå ämnet, 3). Eleven samarbetar bättre.

Flipped classroom är en undervisningsmetod som är tvärtemot det klassiska och traditionella klassrummet där läraren är i fokus, med denna metod flyttas fokuset från läraren till eleven (Skolverket, 2016). Det speciella med denna metod är att lärare använder olika digitala verktyg i klassrummet och utanför klassrummet för att kunna kommunicera med sina elever. Skolverket (2016) hävdar att det finns risker med att använda denna undervisningsmetod och det är att elever behöver förbereda sig hemma eftersom att läraren skall kunna utföra det som är planerat för den lektionen. En till risk med metoden är att lärare behöver inte bara anpassa materialet i undervisningen efter varje elevs behov, utan även det material som eleverna skall arbeta med hemma (Skolverket, 2016).

4. Metod

Detta arbete är en systematisk litteraturstudie. I det här kapitlet skrivs det om hur jag har gått tillväga att söka artiklar samt vilka avgränsningar och urval som har gjorts.

4.1 Systematisk litteraturstudie

Eriksson Barajas m.fl. (2013) beskriver att en systematisk litteraturstudie innebär att forskaren bidrar till forskning, genom att fördjupa sig i andras forskning med syftet att besvara sina frågeställningar. Enligt Eriksson Barajas m.fl. (2013) utförs en systematisk litteraturstudie på det sätt att forskaren tittar specifikt på vad det är andra forskare har undersökt i sina vetenskapliga artiklar, vilka metoder som de har använts och vilket resultat de kom fram till i sina studier.

4.2 Litteratursökning

Under denna rubrik redovisas hur sökningen av vetenskapliga artiklar har genomförts och hur urvalet av dessa artiklar har gjorts. Varje artikel kommer att presenteras i tabell 1.

I denna litteraturstudie har jag använt både sökning i databaser och manuell sökning för att hitta litteratur som är tillämpligt för detta arbete. Datasökningen utfördes på så sätt att jag sökte inom databaserna UniSearch, Google Scholar, ERIC (Educational Resources Information Center) och MathEduc. UniSearch är en databas som Linköpings universitetsbibliotek har som en söktjänst och som omfattar flera andra databaser. Google Scholar är en databas som innefattar vetenskapliga artiklar för flera olika ämnen. ERIC innehåller artiklar inom psykologi samt pedagogik. MathEduc är en resurssamling för matematiska och datavetenskapliga artiklar.

Den manuella sökningen av typen kedjesökning utfördes på så sätt att jag granskade andra uppsatsers referenslistor. På detta sätt kunde jag söka upp dessa artiklar samt litteratur, för att se om de var lämpliga för denna uppsats. Enligt Rinecker och Jörgensen (2014) är detta ett exempel på hur kedjesökning kan användas.

För att artiklarna skulle uppfylla det jag sökte, har jag använt specifika sökord och tecken. Sökorden är kopplat till mitt syfte och frågeställningar. Exempel på sökord som användes var mathematic*, "teaching methods", "classroom", "digital tools", "elementary mathematics", "high achievement", "problem solving", matematik och "undervisningsmetoder". Anledningen till att specifika tecken och ord användes vid sökningen var att avgränsa mängden sökträffar i databaserna. Citattecken fungerar på så sätt att orden som är innanför citattecknet skall vara bredvid varandra i den vetenskapliga artikeln. Om citattecken inte används vid sökning kommer det upp träffar där orden inte är bredvid varandra i artikeln. Asteriskecknet breddar sökningen. Till exempel det ord jag sökte var mathematic*, detta söks som då mathematics, mathematical, mathematic, det vill säga att man breddar sökningen av ordet.

4.3 Avgränsningar och urval

I min sökning av vetenskapliga artiklar, avgränsade jag sökningen med hjälp av (1) Elevernas ålder, (2) Artikelns ålder och (3) Peer Reviewed. Den första avgränsningen är elevernas ålder. Jag som en framtida lärare kommer att undervisa elever som går i årskurs 4–6 och då brukar eleverna vara 10–13 år. Fokuset i min undersökning ligger på den åldersgruppen, men det förekommer yngre och äldre åldrar i detta arbete. Anledningen till valet av flera åldersgrupper är för att årskurs 4–6 är mellan förskolan och högstadiet. Då förskolelärare behöver förbereda elever till grundskolan hur digitala verktyg används, därefter behöver vi som arbetar årskurs 4–6 förbereda elever till högstadiet om hur digitala verktyg används i matematikundervisningen då problemlösning är i fokus. Den andra avgränsningen är artikelns ålder. Ingen artikel ska vara äldre än tio år, det vill säga inte ha publicerats tidigare än år 2008. Skälet till detta är att det är mycket som har hänt de senaste tio åren i den digitala världen och därför sätter jag en gräns på tio år. Den sista avgränsningen är Peer Reviewed. Det betyder att alla artiklar som används i denna uppsats, skall vara vetenskapligt granskade. Orsaken till detta är att om artikeln är Peer Reviewed då vet man att den håller kvaliteten till en vetenskaplig artikel.

Sökningen i databaserna resulterade i ett stort antal artiklar, 144 stycken. Då detta är många artiklar att hantera i ett konsumtionsarbete gjordes ett första urval, genom att jag fokuserade på artikelrubriker och om dessa hade någon koppling till mina frågeställningar samt syfte. Det var många vetenskapliga artiklar som inte hade någon koppling till mina frågeställningar

och syfte, då forskare undersökte andra delar i matematiken. På detta sätt var det trettio artiklar kvar, som dock skulle skalas ner till cirka tio–tjugo artiklar. Därefter läste jag dessa trettio artiklar som var kvar efter första urvalet, med koncentration på artiklarnas metod, resultat och slutsats. De artiklar som inte verkade relevanta för detta arbete valde jag bort, anledningen till att jag valde bort de är för att jag tyckte att vissa artiklar inte var intressanta nog för detta arbete samt att de inte besvarade mina frågeställningar. Efter det andra urvalet var det tio vetenskapliga artiklar kvar. De artiklar som används i detta konsumtionsarbete introduceras i tabell 1 efter författarnas efternamn.

Tabell 1. I tabellen presenteras de tio artiklarna.

Författare	Titel	År	Land	Databas	Sökord	Metod
Bai, Hua.	Using Digital Mapping Tool in Ill-structured Problem Solving	2013	USA	ERIC	Mathematic Problem solving Digital tools	Tester
Barrera-Mora. F & Reyes-Rodriguez. A.	Cognitive processes developed by students when solving mathematical problems within technological environments	2013	Mexiko	Unisearch	Mathematic* Problem solving Digital tools	Tester
Beal. C. R & Roseblum. P.	Evaluation of the Effectiveness of a Tablet Computer Application (App) in Helping Students with Visual Impairments Solve	2018	USA	Unisearch	Mathematic* Tablet* Problem solving	Tester

	Mathematics Problems					
Bell, A & Gresalfi, M.	Teaching with Videogames: How Experience Impacts Classroom Integration	2017	USA	ERIC	Mathematic Digital tools Problem solving	Observationer & intervjuer
Jaccinto. H & Carrera. S.	Mathematical Problem Solving with Technology: the Techno-Mathematical Fluency of a Student-with-GeoGebra	2014	Taiwan	Unisearch	Mathematic* Problem solving*	Intervjuer
Lazakidou. G & Retalis. S.	Using computer supported collaborative learning strategies for helping students acquire self-regulated problem-solving skills in mathematics	2010	Grekland	Unisearch	Mathematic* Problem solving	Observation
Schacht. F.	Student Documentations in Mathematics Classrooms Using Digital Tools: Theoretical Considerations and Empirical Findings	2015	Tyskland	Unisearch	Mathematic* Digital tools	Dokumentation

Tawfik. A & Lilly. C.	Using a Flipped Classroom Approach to Support Problem-Based Learning	2015	USA	Unisearch	Mathematic* Problem solving* Digital tools*	Observationer
Thoraldsen . S, Vavik. L & Saloman. G.	The Use of ICT Tools in Mathematics: A Case-control Study of Best Practice in 9th Grade Classrooms	2012	Norge	Unisearch	Mathematic* ICT	Observation & dokumentation
Zilinskiene. I & Demiribile k. M.	Use of GeoGebra in Primary Math Education in Lithuania: An Exploratory Study from Teachers' Perspective	2015	Litauen	Unisearch	Mathematic* Problem solving* Digital tools*	Observationer & intervjuer

4.4 Metoddiskussion

Med denna uppsats vill jag synliggöra hur digitala verktyg och IKT används matematikundervisningen för att kan stödja elevers lärande samt hur digitala verktyg och IKT bidrar till matematisk problemlösning.

Under urvalets bearbetning av vetenskapliga artiklar noterade jag att det var populärt att använda olika slags digitala verktyg inom matematisk problemlösning. Med hjälp av granskningen av artiklarna synliggjordes att varje artikel kom fram till ett resultat. Målet med litteratursökningen var att hitta väsentliga vetenskapliga artiklar till detta arbete med hjälp av avgränsningar som var (1) Elevernas ålder, (2) Artikelns ålder och (3) Peer Reviewed.

Om man tittar på tabell 1 under ”år” (när artikeln är skriven), finns det inte en artikel som är äldre än år 2010. Jag hade satt en gräns på att artiklarna som skall användas i detta arbete inte skulle vara skrivna efter år 2008, eftersom att det har skett mycket under de senaste tio åren i den digitala världen. Det var ännu bättre med att använda vetenskapliga artiklar som hade skrivits från år 2010, detta tyder på att det är forskning som är närmare denna tid vi lever i.

Under artikelsökningen stötte jag på några svårigheter med att hitta vetenskapliga artiklar vars resultat var olika. Jag ville använda mig av artiklar vars syften, metoder och resultat var olika för att kunna få ett så tillförlitligt resultat som möjligt. En annan anledning till att jag ville använda mig av vetenskapliga artiklar vars resultat var olika, är för att om alla hade kommit fram till likadana resultat skulle det inte finnas något motargument till hur man skall och inte skall använda digitala verktyg i matematikundervisningen då problemlösning är i fokus. De flesta valda artiklar i detta arbete har likadana resultat, varav två artiklar nämner något som andra artiklar inte nämner om hur användningen av digitala kan påverka elevers kunskapsförmåga långsiktigt. Skälet till att det valdes lika artiklar är för att det var svårt att hitta vetenskapliga artiklar som hade kommit fram till olika resultat.

5. Resultat

I resultatkapitlet redovisas och presenteras de valda vetenskapliga artiklarna. Eftersom att det är tio stycken vetenskapliga artiklar som ska redovisas och presenteras, har de delats upp i två teman. De två teman som har framställts är ”digitalt material som stöd för undervisning” vilket innebär att det digitala verktyget som används i undervisningen är ett slags stöd för att utveckla elevers problemlösningsförmåga i matematik. Det andra temat är ”digitalt material som undervisningen” vilket innebär att det digitala verktyget som används är undervisningen. Det vill säga att det är verktyget som undervisar och inte läraren för att utveckla elevers problemlösningsförmåga i matematik. Varje artikel skall redovisas utefter syfte, deltagare, metod, resultat och om forskarna har kommit fram till en slutsats.

5.1 Digitalt material som stöd för undervisning

Tawfik och Lilly (2015) utförde en studie i USA med elever i åk 6. Tawfik och Lilly (2015) nämner i sin vetenskapliga artikel att skolan saknar en viktig aspekt inom matematikutbildningen, vilket är att tillåta elever undersöka och utreda matematisk problemlösning med autentiska problem. De testade en ny metod som kallas för ”flipped classroom” (omvänt klassrum), där elever får arbeta med digitala verktyg som exempelvis kamera (videoinspelning), iPad och dator. Denna metod innefattar stöd för elever inom ett problembaserat lärande så som problemlösning inom ämnet matematik. Syftet med studien var att se om det ”omvända klassrummet” skapade någon slags utveckling på elevernas problemlösningsförmåga i matematik. Tawfik och Lilly (2015) påbörjade studien med att observera klassen utan att ha ”omvänt klassrummet” för att kunna jämföra det slutgiltiga resultatet med varandra. Forskarna delade upp eleverna i grupper om 3–5. Eleverna som var tillsammans i grupp skulle under lektionstid lösa olika matematiska problemlösningar med hjälp av en kamera. Kameran skulle användas till att spela in varje grupps lösning till det matematiska problemet och även fokusera på om det uppstod några svårigheter med uppgifterna. Läraren var alltid närvarande men var inte i centrum av klassrummet utan hen var där för att underlätta samt vägleda eleverna. Varje grupps videoinspelning spelades upp i klassrummet. Detta skapade diskussion kring vad som var svårt med uppgiften och vad som var enkelt samt att det skapade samspel i klassrummet, då det var flera som sade likadana svårigheter med uppgiften. För att forskarna skulle få en full förståelse för hur det ”omvända klassrummet” påverkade elevernas förståelse kring matematisk problemlösning, intervjuades

varje elev. Resultatet med ”omvänt klassrum” med hjälp av observationerna och intervjuerna visade en positiv effekt på elevernas förmåga inom matematisk problemlösning. Slutsatsen som forskarna drog var att eleverna hade mer förståelse för uppgifterna med hjälp av det digitala verktyget. Det skapade ett samspel i klassrummet och en positiv inverkan på elevernas egen lärande (Tawfik & Lilly, 2015).

Beal och Rosenblum (2018) genomförde en studie med elever i en klass åk 8 i USA. Syftet med denna studie var att undersöka om en iPad app som de själva skapade, var ett effektivt digitalt verktyg för elever att lösa matematiska problem. I denna iPad app, ingick det flera olika delar som ett matematiskt problem kan innehålla. Exempel på vad appen innehåller är stapeldiagram, linjediagram och kartor. Innan eleverna började med att arbeta med iPad appen fick de göra ett test som handlade om matematisk problemlösning med penna och papper. Därefter fick eleverna arbeta med iPad appen. När eleverna hade avslutat problemlösningen med hjälp av det digitala verktyget, fick de utföra samma test, fast denna gång med hjälp av iPads. Anledningen till detta är för att forskarna ville se om det skedde någon utveckling på elevernas problemlösning förmåga. Det visade sig att eleverna fick bättre resultat på det sista testet som gjordes med hjälp av iPads. Beal och Rosenblum (2018) menar att med hjälp av denna app som eleverna arbetade med matematisk problemlösning väcktes det intresse samtidigt som elevernas kunskaper utvecklades. Forskarna påpekade även att lärarna observerade att eleverna hade det mycket enklare med att förstå det matematiska problemet, då det visualiserade problemet mer jämfört med penna och papper (Beal & Rosenblum, 2018).

Två forskare vid namn Barrera- Mora och Reyes Rodriguez (2013) utförde en studie med elever i en grundskola i Mexiko. Syftet med denna studie var att undersöka om elever utvecklar sin problemlösning förmåga med hjälp av digitala verktyg. Undersökningen gick till på så sätt att forskarna formulerade matematiska problemlösningar som eleverna skulle lösa. Uppgifterna gavs till två klasser. Meningen med uppgifterna var att eleverna skulle med hjälp av papper och penna lösa uppgifterna. Därefter skulle detta ges till respektive lärare som skulle rätta, då eleverna skulle få feedback. Detta gjordes under tre lektioner och varje gång, var det olika uppgifter. Varpå detta hänvisades eleverna att lösa samma matematiska problemlösning uppgifter med hjälp av iPads. Efter varje lösning av uppgift skickade

eleverna till respektive lärare som skulle rätta, då eleverna skulle få feedback. Under alla dessa lektioner filmades det av en kamera, detta transkriberades. Resultatet visade att eleverna fick bättre resultat när de fick använda digitala verktyg för att lösa uppgifterna. Ur lärarnas perspektiv var det enklare att stödja och kommunicera med eleverna på grund av den snabba feedbacken man kan ge eleverna med hjälp av det digitala verktyget i jämförelse med att rätta alla papper för hand och kommentera. Forskarna nämnde i sin slutsats att med användning av digitala verktyg i undervisningen fick eleverna observera, experimentera matematiska problemlösningar och att de tyckte det var intresseväckande att arbeta med matematik på ett sådant sätt. Barrera- Mora och Reyes Rodriguez (2013) upptäckte att det var en positiv förbättring på problemlösningsförmågan i matematik jämfört med de traditionella verktygen: penna och papper. Forskarna nämner i sin slutsats att det som vägledde eleverna mest var den snabba feedbacken de fick av lärarna med hjälp av det digitala verktyget (Barrera- Mora & Reyes Rodriguez, 2013).

Det vardagliga språket är ett språk. Precis som svenskan har sina egna bokstäver, meningar och grammatik har det matematiska språket med menar Schacht (2015). Schacht (2015) poängterar för att elever ska kunna förstå matematik behöver de behärska det matematiska språket. Elever som använder digitala verktyg i matematikundervisningen, står inför en annan utmaning, vilket är att förstå det digitala språket menar Schacht (2015).

Schacht (2015) utförde en studie med högstadiel elever åk 7–9 i Tyskland. Syftet med denna studie var att synliggöra vilka av verktygen ”penna och papper” eller digitala verktyg som en effektiv metod för en positiv utveckling på elevers matematiska problemlösningsförmåga. Studien började med att eleverna fick använda sig av penna och papper under matematikundervisningen. På pappret skulle de skriva som vanligt, det vill säga det läraren säger, om läraren går igenom något på tavlan och alla lösningar som görs under lektionstid. Efter tre lektioner fick eleverna använda sig av iPads istället för penna och papper. Med dessa iPads skulle de skriva precis som om det vore penna och papper. Resultatet blev att eleverna skrev mer utförliga lösningar samtidigt som de hann skriva mer vad läraren sa, med hjälp av det digitala verktyget i jämförelse med ”penna och papper” verktygen. Schacht (2015) nämner att digitala verktyg är ett effektivt sätt att låta eleverna arbeta med matematik för att hinna skriva samtidigt som eleverna skapar förståelse för matematisk problemlösning.

Bai (2013) utförde en studie med två högstadielklasser åk 7 i USA med hjälp av kvantitativa undersökningar (tester). Syftet med denna studie var att undersöka hur användningen av digitalt verktyg kan påverka elevers förmåga att lösa problem. Undersökningen utfördes på så sätt att ena klassen fick använda sig av ett digitalt verktyg som kallas för Bubbl.us. I detta digitala verktyg ingår det kartor med färgbubblor och pilar som gör att man kan strukturera problemet och sedan koppla olika problem med varandra för att synliggöra likheterna. Den andra klassen fick arbeta med matematisk problemlösning som vanligt. Det vill säga att de fick lösa problemen med penna och papper. Alla elever som var med i denna undersökning skulle analysera och reflektera efter varje problemlösning de gjorde och sedan ge detta till Bai (2013). Resultatet som synliggjordes var att eleverna som fick använda det digitala verktyget underlättade elevernas struktur i matematisk problemlösning. Medan de elever som inte fick använda sig av något verktyg hade det mycket svårare med att strukturera problemet vilket ledde till att de inte förstod problemet. I forskarens slutsats nämns det att med hjälp av det digitala verktyget som eleverna fick använda sig av i matematikundervisningen, underlättade det processen av att förstå ett matematiskt problem, för att det visuellt förstärkte strukturen av ett matematiskt problem som sedan ledde till förståelse (Bai, 2013).

Jacinto och Carreoirra (2014) utförde en studie med kvalitativa- (intervjuer) och kvantitativa undersökningar (tester) med 13-åringar i en grundskola i Taiwan. Huvudsyftet med denna undersökning var att synliggöra om digitala verktyg är en effektiv metod för elever att lösa matematiska problemlösningar. Allt började med att forskarna var i ett evenemang där 13-åringar i Taiwan tävlar om att visa vilken metod inom matematik är effektivast för att utveckla elevers matematiska förmåga. Det visade sig att den effektivaste metoden var när elever använde sig av digitala verktyg i klassrummet. Eleverna som vann denna tävling hade använt sig av en app som kallas för GeoGebra. Appen innehåller olika hjälpmedel för att arbeta, visualisera och lösa matematiska problem så som kalkyler, lösningar, statistiker och grafiker. Forskarna testade denna app på elever som gick i en grundskola. Först började forskarna att samla in tidigare resultat från klassen och sedan fick eleverna arbeta med GeoGebra. Efter att ha arbetat med GeoGebra fick eleverna göra samma test som i början. Utifrån dessa två tester visade sig att appen gav en positiv påverkan på elevers matematiska problemlösningsförmåga. Jacinto och Carreoirra (2014) intervjuade även eleverna som arbetade med GeoGebra och det visade sig att många av eleverna tyckte att det positiva var att de kunde arbeta med matematiska problemlösningar hemma och inte bara i skolan. I

forskarnas slutsats nämns det att elever som kan arbeta både i skolan och i hemmet med en och samma verktyg känner sig inte lika pressade med att förstå allt under lektionstid utan kan även repetera och försöka förstå det hemma.

I Litauen är det mycket populärt bland lärare att använda sig av en appen GeoGebra i matematikundervisningen. Denna undersökning utfördes i Litauen av två forskare vid namn Zilinskiene och Demirbilek (2015) med hjälp av kvalitativa undersökningar (observationer och intervjuer) med grundskolelärare (åk 4–6). Huvudsyftet med denna undersökning var att synliggöra anledningen till varför lärare väljer att använda sig av digitala verktyg i klassrummet och om det gav någon effekt på elevers kunskapsförmåga i matematisk problemlösning. Studien utfördes på så sätt att forskarna intervjuade lärarna som arbetade på denna grundskola med syfte att få svar på vad är anledningen till att de använder sig av digitala verktyg i undervisningen. Resultatet på detta var att lärarna tyckte att med hjälp av digitala verktyg kan man underlätta processen till att eleverna skall förstå matematisk problemlösning. Med hjälp av appen GeoGebra kunde man lätt visualisera problemet vilket underlättade för elever. Observationerna i klassrummet visade resultatet att forskarna såg att eleverna skapade förståelse till matematisk problemlösning med hjälp av det digitala verktyget (Zilinskiene & Demirbilek, 2015).

Zilinskiene och Demirbilek (2015) nämner i sin slutsats att det finns både negativa och positiva anledningar till att använda denna app i undervisningen. Det negativa är att denna app inte täcker alla mål med att arbeta med problemlösning. De hävdar att man kan arbeta med detta till en början och sedan behöver man arbeta på andra sätt för att eleverna ska få den mest effektiva utvecklingen inom matematisk problemlösning (Zilinskiene & Demirbilek, 2015). Den mest positiva anledningen till att använda denna app i undervisningen enligt Zilinskiene och Demirbilek (2015) är att det visualiseras för eleverna, vilket tyder på att de får lösningen synliggjort framför sig. Detta kan leda till att förståelsen av problemlösning utvecklas.

KappAbel är en matematisk problemlösningstävling som utförs varje år i Norden med klasser i årskurs 9 som har ansökt att vara med om att tävla. Tävlingen handlar om den bästa praxis

inom matematisk problemlösning. Thorvaldsen m.fl. (2012) utförde en studie där forskarna jämförde 38 topp fem klasser, från varje norskt län, som tidigare varit med i tävlingen med 38 kontrollklasser från varje norskt län. Syftet med denna undersökning var att se vilken betydelse IKT har på elevers matematiska problemlösningsförmåga och vad lärare tycker med IKT i klassrummet.

Dessa tre punkter utgår tävlingen från:

- 1). De första två ronderna samarbetar hela klassen tillsammans och skickar in lösningarna.
- 2). Klassen arbetar inom ett visst område.
- 3). Från varje klass presenterar en grupp om fyra elever, två killar och två tjejer.

Allt det klasserna gjorde dokumenterades av läraren och inte av eleverna. All dess dokumentation skickades in till KappAbel och där satte man poäng för vad som var bra och mindre bra.

Undersökningen utfördes med hjälp av att forskarna samlade in tidigare resultat från dessa 38 klasser som hade varit med och tävlat samtidigt som forskarna samlade in tidigare resultat från dessa 38 kontrollklasser. Forskarna jämförde klassernas IKT användning och vad lärarna tyckte om IKT i klassrummet. Resultatet av detta visade sig att med IKT i klassrummet, utvecklade det elevernas förmåga inom matematisk problemlösning. Lärarna som var med och tävlade i KappAbel tyckte det var ett bra verktyg att använda i klassrummet för att utveckla elevernas matematiska problemlösningsförmåga. Lärarna som var i kontrollklasserna upplevde att det inte var ett bra sätt att utveckla elevernas problemlösningsförmåga i matematik, då de inte hade kunskap om hur man skulle använda sig av digitala verktyg i klassrummet. Det Thorvaldsen m.fl. (2012) upptäckte var att lärarna som hade varit med och tävlat i KappAbel hade någon slags utbildning i IKT användning i klassrummet, medan lärarna som var i kontrollklasserna hade inte någon utbildning i IKT användning. Vilket gör att resultatet på lärarnas syn på IKT i klassrummet är logisk.

Thorvaldsen m.fl. (2012) hänvisar i slutsatsen att med hjälp av IKT i klassrummet med lärare som har utbildning i det, fick eleverna en öppen pedagogisk styrd aktivitet samtidigt som

lärarna kontrollerade och vägledde elevernas problemorienterade förmåga inom matematik. Detta var ett sätt att förstärka och utvidga elevernas förståelse till matematisk problemlösning (Thorvaldsen, 2012).

5.2 Digitalt material som undervisningen

Två forskare vid namn Bell och Gresalfi (2017) utförde en studie i USA med elever i åk 5. Studiens syfte var att undersöka om lärare behöver ha kunskaper om digitala spel, för att använda den i undervisning, då med fokus på att utveckla elevers engagemang och förståelse till matematisk problemlösning. Det digitala spelet Boones Meadow, innehåller ett problembaserat äventyr med olika matematiska begrepp och en berättare. För att gå vidare i spelet behöver man lösa de matematiska problemen. Bell och Gresalfi (2017) valde en lärare som skulle observeras under två års period. Studien utfördes med hjälp av Bell och Gresalfi (2017) satte en kamera längst bak i klassrummet för att se hur läraren använde det digitala spel med eleverna. Eleverna som undervisades av denna lärare fick både göra ett före test och ett efter test, det vill säga innan de började att arbeta med det digitala spelet och efter att de hade arbetat med det digitala spelet. Anledningen till detta är för att forskarna kunde utvärdera utvecklingen på elevernas problemlösningsförmåga i matematik på detta sätt (Bell & Gresalfi, 2017). Utvärderingen från båda testerna visade att eleverna utvecklades positivt inom matematisk problemlösning (Bell & Gresalfi, 2017). Bell och Gresalfi (2017) hävdar att det synliggjordes i test två, då eleverna hade mer förståelse för uppgifterna och svarade mer utförligare. Resultatet på lärarens förståelse för digitala spelet utvecklades succesivt då hen utvecklade sina kunskaper för spelet, vilket även påverkade elevernas förståelse och engagemang i matematisk problemlösning. I Bells och Gresalfis (2017) slutsats skrivs det att elever får mer stöd om lärare har kunskaper kring det digitala spelet, då detta bidrar till att elever utvecklar sin kunskapsförmåga.

Två forskare utförde en studie i Grekland med grundskoleelever i huvudsyfte att synliggöra om en datorbaserad undervisning utvecklar elevers matematiska problemlösningsförmåga. Metoden i denna undersökning var kvalitativ då forskarna Lazakidou och Retailis (2010) observerade. Forskarna fick tidigare dokumentation från lärarna som behandlade elevernas tidigare resultat i matematisk problemlösning. På detta sätt synliggjordes elevernas kunskapsnivå. Studien utfördes på så sätt att eleverna fick arbeta med datorer för att lösa

matematiska problem utifrån Sterbergs (2003) sexstegsmodell, under lektionstid då forskarna observerade.

Dessa sex steg utgår Sterbergs (2003) modell från:

- 1). Definiera problemet. Har jag löst ett sådant problem tidigare? Finns det några viktiga begrepp som jag måste fokusera på?
- 2). Välj en strategi. Varför väljer jag denna strategi för att lösa detta problem? Vad skulle hända om jag valde en annan strategi?
- 3). Organisera problemet. Ska jag dela upp problemet i olika punkter?
- 4). Tilldela tiden. Hur lång tid har jag på mig? Vad bör jag lägga fokuset?
- 5). Kontrollera processen. Hänger allt ihop? Är det något jag har glömt?
- 6). Utvärdera processen. Låter resultatet logiskt?

Med hjälp av observationerna, kom forskarna fram till ett resultat som de sedan jämförde med dokumentationen som de fick av lärarna. Med hjälp av en den datorbaserade undervisningen riktat mot Sterbergs (2003) modell visade resultatet en positiv utveckling på elevernas kunskapsförmåga i matematisk problemlösning. I forskarnas slutsats nämns det att en datorbaserad undervisning i matematik kan utveckla elevers kunskapsförmåga dock under en kort tidsperiod då en datorbaserad undervisning inte täcker alla mål och kunskaper som en elev ska kunna för att förstå problemlösning. Samtidigt kan datorer ge en positiv inställning då elever oftast är intresserade av digitala verktyg under vardagen.

5.3 Sammanfattning av artiklarna

I tabell 2 sammanfattar jag artiklarnas resultat utifrån tre aspekter. Den första aspekten är temat där fokuset riktar sig mot det digitala verktyget. Den andra aspekten är kopplat till min första frågeställning då koncentrationen riktar mot hur det digitala verktyget används för att utveckla elevers problemlösningsförmåga. Den tredje aspekten är kopplat till andra frågeställningen i arbetet där fokuset riktar hur det digitala verktyget bidrar till matematisk problemlösning.

Tabell 2. Sammanfattning av artiklarna.

Tema	Hur används digitala verktyg?	Hur bidrar det?
<p>Digitalt material som stöd för undervisning</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Videoinspelning. • Lärarna vägledde. • Hann skriva mer med hjälp av Ipad. • Visualiserade och förenklade problemet för eleverna. • Kunde arbeta hemma. • Öppen pedagogisk styrd aktivitet. 	<ul style="list-style-type: none"> • Eleverna hade mer relevans för uppgifterna. • Skapade ett ömsesidigt lärande i klassrummet. • Eleverna hade självverkan. • Positiv effekt på elevernas matematiska problemlösningsförmåga • Väcktes intresse. • Eleverna hade det enklare att förstå det matematiska problemet. • Utförligare lösningar. • Bättre resultat. • Positiv utveckling på elevernas problemlösningsförmåga. • Förstärkte och utvecklade elevernas matematiska problemlösningsförmåga. • Skapade motivation. • Lärarna hade det enklare med att stödja

		<p>eleverna i utvecklingen.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Snabbare feedback.
<p>Digitalt material som undervisning</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Lärare behöver förstå det digitala spelet innan de använder det i undervisningen. • Lärarna kontrollerade och vägledde. • Spelet är undervisningen. • Datorn är undervisningen. 	<ul style="list-style-type: none"> • Positiv utveckling på elevernas matematiska problemlösningsförmåga. • Underlättar processen för elever att förstå matematisk problemlösning. • Positiv inställning för att eleverna har anknytning från vardagen. • Skapade motivation.

6. Diskussion

Utifrån resultatet av artiklarna som presenterades stödjer digitala verktyg, elevers lärande vid problemlösning i matematikundervisning. Samtidigt som det digitala verktyget bidrar till problemlösning i matematik. I diskussionskapitlet svarar jag på mina två frågeställningar med att diskutera artiklarnas resultat med koppling till bakgrunden och hur dessa förhåller sig till varandra.

6.1 Hur används digitala verktyg i matematikundervisningen då problemlösning är i fokus?

Olika typer av digitala verktyg används på olika sätt för att stödja elevers matematiska problemlösningsförmåga i undervisningen. De olika kontexterna som har redovisats i resultatet är flipped classroom, iPads och app med resurs, digital spelbaserad undervisning, datorbaserad undervisning, visuell förstärkning och IKT.

6.1.1 Digitalt som stöd

Åtta av tio valda vetenskapliga artiklar har visat att digitala verktyg ger ett stöd för elever i matematisk problemlösning. I Tawfiks och Lillys (2015) studie framgår det att med hjälp av metoden flipped classroom där digitala verktyg används är ett sätt att sätta eleven i fokus, då man "omvänder klassrummet" från att läraren är i fokus till att eleven är i fokus. Vidare visades det i studien att eleverna skapade en inverkan på sitt egna lärande med hjälp av det digitala verktyget då de videoinspelade sig själva samtidigt som läraren vägledde de. Detta är ett slags stöd som elever får av digitala verktyg. I en annan vetenskaplig artikel där Barrera Mora och Reyes Rodriguez (2013) undersökte om iPads kan utveckla elevers matematiska problemlösningsförmåga. Det visade sig i forskarnas resultat att digitala verktyget kan utveckla elevers matematiska problemlösningsförmåga. Med hjälp av det digitala verktyget kan lärare snabbare ge feedback till eleverna i jämförelse med penna och papper. Då feedbacken är snabbare kan man snabbt stödja eleverna utvecklingen. I Schachts (2015) studie påpekas det att eleverna som fick använda av iPads i undervisningen hann skriva mycket mer av vad läraren sade än de elever som fick använda sig av penna och papper. I slutsatsen nämns det att stödet i sig är iPaden för att det underlättar skrivningen av undervisningen (Schacht, 2015). Skolverket (2011) hänvisar för att utveckla elever i

matematik behöver de använda sig av olika verktyg och redskap för att få en effektivare utveckling. Detta hänvisar även Säljö (2014) för att kunna stödja och utveckla en själv eller någon annan behöver man använda sig av artefakter, det är en viktig del av utvecklingen. Han menar att utan artefakter kan lärare inte utveckla elever. Man behöver använda sig av olika artefakter vilket är redskap och verktyg för att få en effektiv utveckling på elevers kunskapsförmåga.

Fyra andra studier Beal och Rosenblum (2018), Bai (2013), Jacinto och Carreira (2014) samt Zilinskie och Demirbilek (2015) lyfter fram att med hjälp av det digitala verket som elever fick använda sig av i undervisningen, visualiserades det matematiska problemet. De hävdar att efter att elever hade fått använt och arbetat med det digitala verktyget gav det en positiv effekt på förståelsen till det matematiska problemet. Med hjälp av att det digitala verktyget visualiserade det matematiska problemet och hur man skulle gå till väga för att lösa det. I studierna framgår det att eleverna som fick använda sig av digitala verktyg hade det mycket enklare med att förstå problemet, planera om hur man skulle lösa problemet och sedan lösa det. Med hjälp av det digitala verktyget visualiserade lösningen med olika färger och pilar kunde man enkelt reflektera kring om lösningen är rimlig. Stödet i detta fall är det digitala verktyget. Om man jämför detta med Polyas fyrstegsmodell om hur man skall lösa ett matematiskt problem. 1). Skapa förståelse till problemet, 2). Planera hur man skall lösa problemet, 3). Utföra strategin för att lösa problemet, och 4). Utvärdera om resultatet är logiskt (Eriksson, 1991 & Billstein et al., 2013). Då stämmer processen av hur man skall lösa ett matematiskt problem med ett digitalt verktyg i jämförelse med Polyas fyrstegsmodell.

Zilinskie och Demirbilek (2015), påpekade några svagheter som en digitalbaserad matematikundervisning har. Forskarna poängterar att en digitalbaserad undervisning inte är långsiktig. Det vill säga att man inte kan arbeta med digitala verktyg under en längre period, då Zilinskie och Demirbilek (2015) hänvisar att man behöver kombinera verktyg med andra metoder för att elever skall kunna nå upp till målen. Detta står även i läroplanen (Skolverket, 2011) att lärare behöver kombinera olika verktyg för att nå alla elevers olika behov och förkunskaper.

Thorvaldesen m.fl. (2012) hänvisar att med IKT i matematikundervisningen då problemlösning är i fokus tycker lärare att det är enklare att stödja elevers utveckling. Med hjälp av IKT i klassrummet, styrde lärarna en öppen pedagogisk undervisning samtidigt som de vägledde och kontrollerade de matematiska lösningarna eleverna gjorde. Samuelsson (2013) hävdar att skolans matematik har sin utgångspunkt i mötet mellan elev och matematik. Detta möte som sker mellan eleven och matematiken, har läraren ansvaret att stödja. I Thorvaldesen m.fl. (2012) studie valde lärarna att bemöta elevernas möte med matematik, med IKT. Vilket är ett bra sätt att bemöta elevernas möte med matematik, anledningen till detta är för att elever oftast använder digitala verktyg i det vardagliga livet. Detta är ett sätt att nyttiggöra något elever har som intresse för att kunna stödja utvecklingen i undervisningen.

Resultatet visar att digitala verktyg i undervisning stödjer elevers matematiska problemlösningsförmåga.

6.1.2 Digitalt som undervisningen

Två av tio valda vetenskapliga artiklar har visat att det digitala verktyget som undervisning. Det är Lazakidou och Retail (2010) samt Bell och Gresalti (2017) studie som har visat att vissa digitala verktyg, i detta fall en datorbaserad med inriktig på Sterbergs sexstegsmodell (2003) för att lösa ett matematiskt problem och en app med resurser, vid namn Boones Meadow som är undervisningen. Det är dessa digitala verktyg som gör att elevers matematiska problemlösningsförmåga utvecklas och inte läraren som det är i de flesta tillfällen. I Lazakidou och Retail (2010) studie framkom det att med hjälp av en datorbaserad undervisning underlättar det processen för att elever skall förstå matematisk problemlösning. Deras resultat stämmer överens med en av de tre faktorerna som Steinberg (2013) lyfter fram att med hjälp av digitala verktyg i undervisningen underlättar det för elever att förstå ämnet. Vilket kan kopplas till Granströms (2006) antagande att undervisning som är utformad efter elevers behov och intresse gör att de utvecklas.

I Bells och Gresaltis (2017) studie framkom det i slutsatsen att lärare behöver ha kunskap om det digitala spelet för att utveckla elevers matematiska problemlösningsförmåga. Det vill säga att lärare behöver själva sätta sig in i det digitala verktyget innan de hänvisar elever att arbeta

med det. Vilket stämmer överens med det Vygotskij hävdar att lärare i denna situation, är den individen som vet mer och denne behöver sätta ord på kunskap för att elever skall kunna utveckla sin kunskapsförmåga (Van de Walle et al., 2014).

En specifik punkt som Lazakidou och Retails (2010) lyfter fram i sin slutsats är att en digitalbaserad undervisning kan utveckla elevers kunskapsförmåga under en kortsiktig och inte långsiktig period. Detta kan kopplas till det läroplanen skriver för grundskolan under ämnet matematik, i centrala innehållet för problemlösning, att undervisnings skall lära elever:

- ”Strategier för matematisk problemlösning i vardagliga situationer.” (Skolverket, 2011).
- ”Matematisk formulering av frågeställningar utifrån vardagliga situationer.” (Skolverket, 2011).

Utifrån det centrala innehåll som undervisningen skall ge elever i matematisk problemlösning kopplat till det Lazakidou och Retails (2010) hävdar kan inte elever bara arbeta med digitala verktyg. För det första kan undervisningen inte täcka alla mål som en matematisk problemlösning skall ge elever. Det andra är att undervisningen inte kommer nå alla elevers behov och förkunskaper, då elever bara arbetar med digitala verktyg i undervisningen. Granström (2006) hänvisar att undervisningen skall vara i olika kontexter och lärare behöver använda olika undervisningsmetoder samt verktyg för att kunna nå alla elever.

En slutsats som man kan dra utifrån resultatet är att lärare inte skall använda allt för ofta digitala verktyg i matematikundervisningen. Detta kan leda till att elever inte lär sig målen med matematisk problemlösning. Däremot skall lärare variera sin undervisning med olika slags verktyg för att inte få elever allt för bekväma med det digitala verktyget. Det vill säga att elever behöver utsättas att arbeta med matematisk problemlösning i olika kontexter.

6.2 Hur bidrar det till elevers kunskapsutveckling?

Digitala verktyg bidrar till problemlösning i matematik på olika sätt. Här diskuteras hur digitala verktyg bidrar till problemlösning i matematik, utifrån artiklarnas resultat, bakgrund och förhållande till varandra.

6.2.1 Motivation

I Beal och Rosenblum (2018), Barrea-Mora och Reyes- Rodriguez (2013), Bell och Gresalfi (2017), Lazakidou och Retails (2010) samt Jacinto och Carreira (2014) studier framgår det tydligt att eleverna skapade motivation. Anledningen till att de skapade motivation är för att eleverna tyckte att det var intressant att arbeta med digitala verktyg i matematikundervisningen. Detta intresse skapades på olika sätt, i Beal och Rosenblums (2018) studie framgår det att eleverna skapade ett intresse för matematisk problemlösning då de fick arbeta med det på ett annat sätt än vad de är vana vid. Elever får oftast arbeta med matematisk problemlösning med penna och papper eller som Karlsson och Kilborn (2014) hävdar att de får en matematisk problemlösning som en sysselsättning. I dessa studier framgår det att eleverna fick arbeta med matematisk problemlösning som en uppgift och inte som en sysselsättning. De digitala verktygen som eleverna fick arbeta med under lektionstid är också sådana verktyg elever är vana vid i det vardagliga livet, detta är en annan orsak som gör att det blir intressantare för elever att arbeta med matematisk problemlösning. Om det är intressant skapas det även motivation till att vilja lära sig mer och till att vilja lösa ett matematiskt problem (Taflin, 2007). Detta stämmer överens med Steinbergs (2013) påpekande av vad digitala verktyg kan ge för effekt på elevers kunskapsförmåga ”Elever som använder digitala verktyg i undervisningen har högre motivation...”.

I Barrera- Mora och Reyes Rodriguez (2013) studie framgår det att elever hann inte mista sitt engagemang då lärarna kunde snabbt ge feedback med hjälp av det digitala verktyget, på de matematiska problemlösningar eleverna utförde. Samuelsson (2013) lyfter fram att i matematikundervisningen behöver lärare skapa ett engagemang för att elever ska tycka det är intressant, när man väl har gjort det kan man utveckla elevers kunskapsförmåga.

Utifrån det sociokulturella perspektivet nämner Vygotskij (Van de Walle, 2014) yttligare att för att elever skall kunna lära sig något behöver läraren engagera och skapa intresse för ämnet. Vilket även Skolverket (2011) påpekar att lärare behöver engagera och skapa intresse för ämnet för att elever skall skapa motivation.

En annan aspekt som Westwood (2011) diskuterar är att elever blir omotiverade då problemlösning inte är nära verkligheten. Westwood påstår att detta framkallar ett bristande engagemang hos elever då de inte tycker det är intressant att arbeta med matematiska problemlösningar. Detta framkommer inte i artiklarnas resultat utan tvärtemot, elever skapade motivation när de arbetade med matematiska problemlösning då med hjälp av digitala verktyg. Det digitala verktyget är en faktor till att det matematiska problemet är nära verkligheten då verktyget är en del av elevernas vardagliga liv. Vilket skrivs i Jacinto och Carreoiras (2014) resultat att eleverna kände att de hade någon koppling till det digitala verktyget.

Resultatet visar att digitala verktyg skapar motivation i matematikundervisningen då problemlösning är i fokus.

6.2.2 Bättre problemlösningsförmåga

I Thorvaldesen m.fl. (2012) studie framkom det i slutsatsen att med hjälp av att lärarna använde IKT i klassrummet skapade det en öppen pedagogisk styrd aktivitet samtidigt som de vägledde eleverna. Detta bidrog till förstärkning av elevernas utveckling inom matematisk problemlösning.

En av dessa tio studier som har undersökts lyfte fram i sitt resultat att ett samspel skapades i klassrummet och det var i Tawfik och Lillys (2015) studie. I forskarnas resultat hävdar de att med hjälp av att omvända klassrummet bidrog det till att eleverna samspela med varandra (Tawfik & Lilly, 2015). Samspelet gick till på det sättet att eleverna diskuterade med varandra mer om matematisk problemlösning och det resulterade till att de förstod mer och klargjorde svårigheterna med uppgifterna (Tawfik & Lilly, 2015). Vilket bidrog till att eleverna fick

bättre problemlösningsförmåga. Detta hävdar även Vygotskij (2014) utifrån det sociokulturella perspektivet, poängterar han för att få den mest effektiva utvecklingen behöver elever samspela med varandra (Van de Walle, 2014).

I alla utvalda vetenskapliga artiklar påpekas det att digitala verktyg bidrar till en positiv effekt på elevers matematiska problemlösningsförmåga. I Bais (2013) studie framgår det att elever som får arbeta med digitala verktyg utvecklade sin förmåga i matematisk problemlösning. Beal och Rosenblum (2018) betonar att med hjälp av digitala verktyg i matematikundervisningen då problemlösning är i fokus utvecklades förmågan att skapa förståelse för matematisk problemlösning jämfört med om eleverna skulle arbeta med penna och papper. Vilket även Barrera Mora och Reyes Rodriguez (2013) visade i sin studie att en positiv utveckling sågs på elevernas matematiska problemlösningsförmåga jämfört med eleverna som arbetade med penna och papper.

Resultatet visar att elevers problemlösningsförmåga påverkas positivt då elever använder digitala verktyg i matematikundervisningen.

6.3 Avslutning

I det här konsumtionsarbetet granskades forskning om hur digitala verktyg används i matematikundervisningen för att stödja elevers lärande vid problemlösning och hur digitala verktyg bidrar till problemlösning i matematik.

Från resultatet av forskningen framgår det att det finns stöd för elever av digitala verktyg vid problemlösning i matematikundervisning. Då med hjälp av flipped classroom, iPads, appar med resurser, digitala spel, datorer och IKT i matematikundervisningen visualiserar, vägleder, synliggör, underlättar lärandet vid problemlösning i matematikundervisning. Vilket besvarar den första frågeställningen i arbetet, som handlar om hur digitala verktyg används i matematikundervisningen då problemlösning är i fokus. En nackdel som framfördes i resultatet var att användning av digitala verktyg under en längre tid kan leda till att elever inte

når upp till alla mål i matematisk problemlösning. Resultatet visar att användningen av digitala verktyg stödjer elevers utveckling i lärandet av matematisk problemlösning.

Den andra frågeställningen handlar om hur digitala verktyg bidrar vid problemlösning i matematik. Från resultatet framgår det att digitala verktyg i matematik bidrar till förstärkning, positiv utveckling och inställning, bättre kommunikation mellan elev och lärare, mer förståelse och intresse för problemlösning i matematik. Användningen av digitala verktyg bidrar till positiv effekt på matematiken.

Slutsatsen som jag kan dra av konsumtionsarbetets resultat är att användning av digitala verktyg i matematikundervisning då problemlösning är i fokus, är ett positivt arbetssätt för lärare att variera sin undervisning med, samtidigt ger det en positiv effekt på elevers kunskapsutveckling.

Ett intressant område som kanske kan forskas vidare om är lärare som väljer att inte använda digitala verktyg i klassrummet. Vad är anledningen till att de inte vill använda det? Upplever de att digitala verktyg inte ger någon positiv effekt på elevers kunskapsförmåga?

Referenslista

*Artiklar som behandlas i resultatdelen.

*Bai, Hua. (2013). Using Digital Mapping Tool in Ill-structured Problem Solving. *International Journal for the Scholarship of Teaching and Learning*, 7(2), 1–9.

*Barrera- Mora, F., & Reyes- Rodriguez, A. (2013). Cognitive processes developed by students when solving mathematical problems within technological environments. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 109- 135.

*Beal, R. C., & Rosenblum, L. P. (2018). Evaluation of the Effectiveness of a Tablet Computer Application (App) in Helping Students with Visual Impairments Solve Mathematics Problems. *Journal of Visual Impairment & Blindness*, 15(6), 5–19. doi: 10.1007.

*Bell, A., & Gresalfi, M. (2017). Teaching with Videogames: How Experience Impacts Classroom Integratio. *Technology, Knowledge and Learning*. 22(3), 513- 526.

Billstein, R., Libeskind, S. & Lott, J. W. (2013). *A problem solving approach to mathematics for elementary school teachers*. 11., international ed. Boston: Pearson Education.

Boaler, Jo. (2011). *Elefanten i klassrummet: att hjälpa elever till ett lustfyllt lärande i matematik*. Stockholm: Liber.

Carlsson, Britt- Marie. (2014). *IKT som verktyg i undervisningen*. Hämtad 2018- 05- 01 från <https://pedagogvarmland.se/blogg/180/20140923/ikt-som-verktyg-i-undervisningen>

Eriksson Barajas, K., Forsberg, C. & Wengström, Y. (2013). *Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap: Vägledning vid examensarbeten och vetenskapliga artiklar*. Stockholm: Natur & Kultur.

Eriksson, R. (1991). *Från min klass. I Problemlösning* (red. Emanuelsson, G., Johansson, B. & Ryding, R.). Lund: Studentlitteratur.

Granström, K. (2006). *Group phenomena and classroom management. A Swedish perspective*. In C.M. Evertson & C. S. Weinstein (Eds.). *Handbook for Classroom Management: Research, Practice, and Contemporary Issues*. New York: Erlbaum.

Hattie, J. (2009). *Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London and New York: Routledge. Taylor & Francis group.

*Jacinto, H., & Carreira, S. (2014). Mathematical Problem Solving with Technology: the Techno-Mathematical Fluency of a Student-with-GeoGebra. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(6), 1115–1136.

Karlsson, N. & Kilborn, W. (2015). *Problemlösning och matematisk modellering*. Malmö: Gleerups.

Korp, H. (2011). *Kunskapsbedömning – Vad, hur och varför?*. Stockholm: Skolverket.

*Lazakidou, G.,m & Retalis, S.(2010). Using computer supported collaborative learning strategies for helping students acquire self-regulated problem-solving skills in mathematics. *Computers & Education*, 54(1), 3–13. doi: 10.1026.

OECD. (2015). *Teaching with technology*. Hämtad 2018- 04- 26 från <https://www.oecd-ilibrary.org/docserver/5jrxnhpp6p8v-en.pdf?expires=1524774745&id=id&accname=guest&checksum=A996593530C39E59E015CDA93D12E540>

Samuelsson, J. (2013). *Den skicklige matematikläraren*. Linköpings universitet.

*Schacht, F. (2015). Student Documentations in Mathematics Classrooms Using Digital Tools: Theoretical Considerations and Empirical Findings. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, 9(5), 320–340.

Skogstad, I. (2018). *I skolan borde läroböcker prioriteras framför iPads*. Dagens samhälle. 2018- 04- 19.

Skolverket (2003). *Lusten att lära [Elektronisk resurs]: Med fokus på matematik: nationella kvalitetsgranskningar 2001–2002*. Stockholm: Skolverket

Skolverket. (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2016). *Flippade klassrum har både för- och nackdelar*. Hämtad 2018- 03- 25 från <https://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning/amnen-omraden/it-i-skolan/undervisning/flippade-klassrum-har-bade-for-och-nackdelar-1.211569>

Skolverket. (2017). *Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet reviderad 2017*. Stockholm: Skolverket.

Skolöverstyrelsen. (1980). *Läroplan för grundskolan, Lgr80 Allmän del: mål och riktlinjer: kursplaner: timplaner*. Stockholm: Liber.

Skott, J., Jess, K., Hansen, H. C., Lundin, S. (2010). *Matematik för lärare*. Malmö: Gleerups utbildning.

Steinberg, John M. (2013). *Lyckas med digitala verktyg i skolan: pedagogik, struktur och ledarskap*. Stockholm: Gothia.

Sternberg, R. J. (2003). *Cognitive psychology*. Thomson: Wadsworth.

Säljö, Roger. (2014). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv*. Lund: Studentlitteratur.

Rienecker, L. & S, Jörgensen, Peter (2014). *Att skriva en bra uppsats*. 3., omarb. uppl. Lund: Liber

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande*. Umeå: Umeå universitet, Institutionen för matematik och matematisk statistik.

*Tawfik, A. A., & Christopher, L. (2015). Using a Flipped Classroom Approach to Support Problem-Based Learning. *Technology, Knowledge and Learning*, 20(3), 299- 315.

*Thorvaldsen, S., Vavik, L., & Salomon, G. (2012). The Use of ICT Tools in Mathematics: A Case-control Study of Best Practice in 9th Grade Classrooms. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 56(2), 213–228. doi: 10.1080.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., Lovin, L. H. & Bay-Williams, J. M. (2014). *Teaching student-centered mathematics: developmentally appropriate instruction for grades 3-5. Second edition*. Boston: Pearson

Westwood, P. (2011). *The problem with problems: Potential difficulties in implementing problem-based learning as the core method in primary school mathematics*. I *Australian Journal of Learning Difficulties*, 16:1, 5–18.

Wordpress. (2010). *Mattebloggen. Roligare matematik*. Hämtad 2018- 05- 22 från <http://mattebloggen.com/2010/03/matteproblem-vecka-13/>

*Zilinskiene, I., & Demirbilek, M. (2015). Use of GeoGebra in Primary Math Education in Lithuania: An Exploratory Study from Teachers' Perspective. *Informatics in education*, 14(1), 127–142. doi: 10.15388.