

En litteraturstudie om hur visuellt stöd främjar elevers problemlösningsförmåga

*A Literature Study on How Visual Aid
Facilitates Students' Problem-Solving Abilities*

**Charlotte Arklid
August Fernqvist**

Handledare: Margareta Engvall
Examinator: Anders Magnusson

Sammanfattning

Arbetet är en systematisk litteraturstudie och syftar till att undersöka vilken effekt diagram och bilder har på elevers problemlösningsförmåga. Det utvalda temat anser vi är viktigt eftersom många elever har svårt för problemlösning som helhet men även dess olika processer. Processerna innebär att; förstå problemet, ta ut viktig information, beräkna samt val av strategi. Därför granskades tidigare arbeten för att få en bredare kunskap om hur vi i framtiden kan underlätta för eleverna i arbetet med problemlösning. Problemlösning är även ett centralt område i läroplanen där det nämns i det centrala innehållet, syftet samt förmågorna. Urvalet av artiklar gjordes genom manuell sökning och databassökning. I arbetet gjordes även avgränsningar, alla undersökningarna skulle vara granskade och fokusera på åldersspannet årskurs ett till sex. Resultatet tyder i huvudsak på att diagram och bilder främjar elevernas kunskapsutveckling. De granskade artiklarna visar även att lärarna saknar tillräcklig förståelse för användning av visuella hjälpmedel i samband med problemlösning. Av den anledningen blir undervisningen till viss del bristande.

Nyckelord

Matematikundervisning, problemlösning, visuella hjälpmedel, grundskolan, lärarens perspektiv, elevernas perspektiv

Innehållsförteckning

Inledning	1
Syfte	2
Bakgrund	3
Problemlösning	3
Läroplanen	4
Visuella representationer	4
Teoretiskt perspektiv	6
Metod	6
Systematisk litteraturstudie	6
Sökmetod	7
Urvalsprocess	7
Tillvägagångssätt	11
Resultat	12
Elevernas perspektiv	12
Diagram	12
Bildstöd	15
Lärarens undervisning	17
Diskussion	19
Elevernas perspektiv	20
Diagram	20
Bildstöd	21
Lärarens undervisning	22
Utmaningar med visuella hjälpmedel	23
Slutord	25
Referenslista	26
Bilagor	29
Bilaga 1	29
Bilaga 2	29
Bilaga 3	30
Bilaga 4	30
Bilaga 5	30
Självvärdering	31
Bilaga 6	31
Bilaga 7	31

Inledning

Synen på vad matematik är har kontinuerligt förändrats. Grevholm (2014) skriver att tidigare var svaret “att kunna räkna” men idag är området utvecklat och synen har förändrats. Det finns i dagens samhälle en gemensam syn som syftar till att problemlösning har en viktig roll i utvecklingen av den matematiska förmågan. Av den anledningen är problemlösning även ett centralt område i läroplanen (Skolverket, 2018).

Under den verksamhetsförlagda utbildningen i grundlärarprogrammets utbildning har vi fått uppfattningen att många elever upplever problemlösning som svårt. Lärarnas undervisning gav oss uppfattningen att många pedagoger saknar fantasi och en bred kunskap kring ämnet. Undervisningen bestod av få tillfällen där visuella redskap användes. Istället fokuserade lärarna enbart på matematikböckerna och dess färdiga uppgifter. Därför är vårt mål att försöka skapa en djupare förståelse för hur pedagoger kan underlätta arbetet med problemlösning. Fokus i arbetet ligger på om visuella hjälpmedel är ett bra redskap i denna process. Samt hur visuella hjälpmedel främjar elevernas problemlösning förmåga.

Forskning inom problemlösning har ökat de senaste 15 åren. Forskningen visar att området är centralt inom matematik och att eleverna gärna ska bekanta sig med problemlösningssuppgifter redan i tidig ålder (Lester & Lambdin, 2007). Olsson (2000) skriver att en god problemlösning förmåga i tidig ålder kan leda till att eleverna utvecklar olika kunskaper. Detta är kunskaper som bland annat innebär språklig kompetens genom kommunikation, förståelse för de olika räknesätten samt taluppfattning.

Vidare utvecklar Skolverket (2013) de positiva effekterna av att arbeta med problemlösning. Arbetet innebär bland annat att eleverna sätts i situationer där de kommunicerar och resonerar med varandra, på så sätt kommer de tillsammans fram till flera lösningsmetoder (Skolverket, 2013). Förståelse för problemlösning gynnar även eleverna ur ett samhällsperspektiv. Grevholm, (2014) beskriver att genom undervisning inom problemlösning kan eleverna lättare se ett samband mellan verklighet och matematik. Även Olsson (2000) skriver om problemlösningens effekt

ur ett samhällsperspektiv, eleverna utvecklar sitt kreativa logiska tänkande och sin sociala kompetens som eleverna alltid kommer ha nytta av i det vardagliga livet.

I arbetet med problemlösning har de matematiska kunskaperna en betydande roll för elevernas utveckling, men även elevernas läsförmåga är en viktig komponent i uppgifternas genomförande. Eftersom många av de yngre eleverna har bristande kunskaper i sin läsförmåga så krävs det att lärarna använder alternativa undervisningsmetoder för att få med alla i problemlösningssprocessen. En sådan alternativ metod kan vara högläsning men även visuellt stöd (Kribbs & Rogowsky, 2016). Usta, Yilmaz., Kartopu & Kadan. (2018) skriver att visuellt stöd skapar stimulans och tankar som hjälper eleverna i kommande problem.

Syfte

Syftet med arbetet är att studera hur visuellt stöd påverkar elevernas problemlösningssförmåga i de tidiga skolåren. Eftersom området är omfattande valde vi att avgränsa oss till undervisning med diagram och bilder. I arbetet kommer fokus ligga på både eleven och lärarens perspektiv. Detta eftersom lärarens undervisningsmetoder går hand i hand med elevens kunskapsutveckling.

De frågeställningar som undersöks är;

- Vilken inverkan har diagram och bilder på elevernas prestationsförmåga i samband med problemlösning?
- Hur ser lärares kunskaper ut angående bilder och diagram inom problemlösning och hur påverkar dessa kunskaper eleverna?

Bakgrund

I följande del behandlas inledningsvis vad problemlösning är, vad läroplanen tar upp i det centrala innehållet, förmågorna samt läroplanens syfte om problemlösning.

Fortsättningsvis kommer vi beskriva begreppen visuellt stöd och diagram som är centrala ord genom arbetet. Avslutningsvis presenteras det teoretiska perspektivet som är kopplat till arbetets syfte.

Problemlösning

Begreppet problemlösning kan ha olika innebörder för olika lärare (Grevholm, 2014). Enligt Grevholm (2014) ska tre punkter vara uppfyllda för att en uppgift ska få klassas som ett matematiskt problem. Punkterna är; eleven/eleverna behöver eller vill finna en lösning, det finns ingen speciell lösningsmetod som garanterar en fullständig lösning och den sista innebär att eleverna måste anstränga sig för att hitta en lösning på problemet (Lester, 1983).

Skolverket (2013) använder sig av Polyas fyra faser som är en strukturerad form för att lösa uppgifter inom problemlösning (Grevholm, 2014). Faserna innebär: att bilda sig en förståelse av problemet, tänka ut en lösning/plan, genomföra planen och till sist utvärdera sin lösning (Grevholm, 2014). Grevholm (2014) skriver att faserna är en bra mall att ha i åtanke under arbetets gång. Elevernas läromedel anger inte alltid vilken metod de ska använda i en lösningsprocess. Av den anledningen kan Polyas fyra faser vara ett bra stöd för eleverna att arbeta med, de blir på så sätt självständiga och kan backa tillbaka i lösningen för att kontrollera sina egna svar.

Lärarens roll är att främja elevernas förmåga att kunna ställa rimliga och relevanta frågor som ska vägleda dem fram till ett korrekt svar (Skolverket, 2013). Skolverket (2013) skriver att en svårighet i undervisningen av problemlösning kan vara att anpassa området till den individuella eleven. Skolverket (2013) skriver att ett problem ska ligga på den nivån så att det passar alla elever i en klass. Det vill säga på en låg nivå men ändå utmanande så alla eleverna får tänka till och hitta egna lösningar på problemet.

Att arbeta med problemlösning i klassrummet kan bidra till att eleverna börjar kommunicera och resonera med varandra. Genom kommunikation kan eleverna

gemensamt hitta strategier för att lösa ett problem, dessa strategier kan de sedan använda i det enskilda arbetet med problemlösningssuppgifter (Skolverket, 2013). Enligt Grevholm (2014) bör läraren välja uppgifter med noga eftertanke med syfte att eleverna ska få fram flera olika strategier och lösningar som sedan kan diskuteras. Genom detta arbetssätt kommer elevernas kreativitet, diskussionsförmåga och resonemangsförmåga att utvecklas.

Läroplanen

I läroplanen nämns problemlösning i det centrala innehållet men även i förmågorna och syftet. I det centrala innehållet står det att eleverna ska (Skolverket, 2018):

- Ha strategier för att lösa problemlösningssuppgifter i enkla situationer.
- Formulera frågeställningar utifrån enkla och vardagliga situationer.

Området nämns även bland förmågorna (Skolverket, 2018);

- Eleverna ska ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att lösa men även formulera problem.

I läroplanens syfte (Skolverket, 2018) står det att;

- “Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat” (Skolverket, 2018, s.54).

Visuella representationer

I de lästa forskningsartiklarna nämns de två begreppen visuellt stöd och visuella representationer. Begreppen har samma innebörd och är väldigt omfattande. De båda begreppen innefattar allt från färdiga bilder, diagram, egenritade bilder och modellering av verkliga föremål. Visuella representationsformer kan även vara text (visuell-verbal) (Imsen, 2000). Följande arbete syftar enbart till att undersöka de visuella representationerna bilder och diagram.

Enligt Sveider (2015) kan bilder överföras till flera olika representationsformer och uttrycksformer: verkliga situationer, skriftliga symboler, muntliga symboler och

manipulativt material. Sveider (2015) menar att bilder i skolan är ett brett begrepp som innefattar mer än bara en bild. Hon menar att det konkreta laborativa materialet inte behöver vara ett fysiskt föremål utan det kan vara en bild på ett fysiskt föremål. Desto mer kunskap eleven har om det konkreta laborativa materialet, desto lättare är det att överföra matematiska idéer till abstrakta idéer. Dessutom menar hon att laborativt material som både läraren och eleven bör använda för att underlätta elevernas förståelse inom matematiken och problemlösning.

Diagram

I vårt arbete nämns kontinuerlig begreppet diagram som har samma betydelse som grafisk- eller schematisk figur. För att tydliggöra vad ett diagram är kan det beskrivas och delas upp i två olika grupper, bildligt och schematiskt. Hegarty & Kozhevnikov (1999) förklarar skillnaden mellan de olika representationsformerna. Ett diagram klassas som schematiskt om eleven använder bildliga objekt för att visa rumsliga relationer. Det kan exempelvis handla om att frågan syftar till en allé med träd. Istället för att rita träden använder eleven symboler som exempelvis streck, syftet är att visa på den rumsliga relationen som finns bland objekten. Hegarty & Kozhevnikov (1999) förklarar att ett bildligt diagram kan vara lättare att förstå för läsaren. Detta eftersom det bildliga diagrammet syftar till att eleven ritat det objektet som frågan handlar om. I det ovannämnda fallet ritade eleven upp allén (se bilaga 1) för att få ett tydligare perspektiv på frågan och svaret (Hegarty & Kozhevnikov, 1999).

De schematiska diagrammen kan också presenteras i form av olika modeller; Nätverk, hierarki, och matris. Pantziara m.fl. (2009) beskriver att Nätverksdiagram (se bilaga 5) visas med hjälp av pilar hur alla komponenter i en lösning är kopplade till varandra. Ett hierarkidiagram (se bilaga 3) är ett diagram som visar makt och företräde i en strukturerad ordning. Ett sådant diagram kan komma till nytta i vardagliga situationer som exempelvis släkträd där generationer ska beskrivas stegvis. Avslutningsvis är matris (se bilaga 4) en statistisk information om vilken relation som existerar mellan olika föremål. En matris kan användas vid exempelvis bedömning för att få en bra överblick av elevens resultat (Pantziara m.fl. 2009).

Teoretiskt perspektiv

Arbetets syfte är att undersöka hur användningen av bilder och diagram påverkar elevernas problemlösningsförmåga. Frågeställningen är starkt förknippat med Lev S. Vygotskijs sociokulturella perspektiv. Denna teori syftar till att lärande startar som en social aktivitet där samspel med fysiska redskap är centralt för människans utveckling (Säljö, 2010). Vygotskij använde sig mycket av begreppet artefakter som syftar till allt som människan har skapat. Han menar ytterligare att artefakter kan vara ett bra hjälpmedel i människans lärande (Svanström, 2011).

Som tidigare nämnt kunde vi under den verksamhetsförlagda utbildningen se en bristande kunskap bland lärarna i arbetet med problemlösning (Skolinspektionen, 2010). För att tydliggöra hur viktig lärarnas roll är för elevernas utveckling är den didaktiska triangeln en tydlig faktor (se bilaga 2). Triangeln visar på hur viktigt samspelet mellan lärare, elev och undervisningen är. I arbetet med den didaktiska triangeln så blir lärarens kompetens viktig eftersom läraren utgör grunden för elevernas framtid. Om läraren inte har en bred kunskap i ett ämne så påverkas deras undervisningsmetoder negativt och i tredje hand påverkas elevernas kunskaper negativt (Skolinspektionen, 2010).

Metod

I denna del kommer vi först beskriva vad en systematisk litteraturstudie är. Därefter fokuserar arbetet på de sökmetoder som vi har använt för att komma fram till det utvalda området. Avslutningsvis presenterar vi urvalsprocessen och hur vi kom fram till de valda artiklarna.

Systematisk litteraturstudie

Detta arbete är en systematisk litteraturstudie som syftar till att granska tidigare forskning som finns för det givna området (Eriksson, Barajas, 2013). Eriksson, Barajas (2013) menar att en systematisk litteraturstudie består av två delar, en del med metod och en senare del med tidigare arbeten och deras forskningsresultat.

Sökmetod

De metoder vi använde oss av för att hitta artiklar var databassökning samt manuell sökning. Att göra en databassökning innebär att söka i utvalda databaser (Eriksson, Barajas, 2013). Manuell sökning innebär istället att man utnyttjar tidigare artiklar och deras referenslista och söker därefter (Eriksson, Barajas, 2013).

För att hitta relevanta artiklar till det valda ämnet utgick vi från två databaser, Eric och Unisearch. Eric är "en bred databas som täcker pedagogik och psykologi" (Eriksson Barajas, mfl., sid. 75, 2013) och Unisearch är Linköpings universitets egna databas som ger sökträffar från flera olika databaser, exempelvis Eric. Till en början sökte vi enbart på "problem solving primary school math" för att få en bred sökning. Därefter valde vi ut tre inriktningar som vi uppfattade som utvecklande, både för konsumtion och produktionsarbetet. Inriktningarna var digitala hjälpmedel, problem posing och visuella hjälpmedel. Efterhand märkte vi att tre inriktningar blev för brett och vi valde istället att rikta allt fokus på visuella hjälpmedel. Efter djupare granskning av ämnet blev även visuella hjälpmedel för brett. Därför hamnade fokus enbart på bilder och diagram som består av en liten del av begreppet visuella hjälpmedel.

Urvalsprocess

Att hitta en bra sökstrategi med relevanta sökord är en utmaning, därför använde vi genomgående avgränsningar som skulle underlätta urvalsprocessen.

Artikeln skulle vara:

- "Peer reviewed", som betyder att artikeln är kritiskt granskad innan publicering.
- Tillgänglig via den utvalda portalen.
- Avgränsad mellan skolåren årskurs ett till sex. Valet gjordes trots att vår yrkesprofession endast sträcker sig till de första tre åren. Avgränsningen gjordes på grund av att sökningen gav ett begränsat utfall när vi enbart fokuserade på lågstadiet. Forskare har olika åsikter kring valet av målgrupp i deras forskning. Csíkos m.fl (2011) resonerar kring tankarna att problemlösningsförmågan kräver en grundläggande nivå av läskunskaper.

Därför är det först relevant i årskurs tre att undersöka effekten av visuella hjälpmedel.

Till en början använde vi oss av sökorden “problem solving, math, visuals”. Det visade sig att sökorden gav ett för brett urval, mer exakt 347 resultat på Eric. Fortsättningsvis valde vi att vara mer specifika genom att lägga till ytterligare ord som “young children”. Trots det blev sökantalet för mycket.

På litteraturseminariet fick vi sedan förslag att använda en asterix (*) som representerar olika ändelser av ett ord. Vi kom fram till sökorden “problem solv* math*visual*” som gav 31 sökträffar på Eric. Sökantalet kändes rimligt och vi började läsa rubrikerna samt abstraktet av de 31 artiklarna. Efterhand valde vi ut de som verkade relevanta för det valda området. Efter djupare granskning gav de utvalda sökorden enbart 2 relevanta artiklar.

I sökandet på ytterligare artiklar upptäckte vi att mycket av den tidigare forskningen har fokuserat på diagram och tabeller. Därför bytte vi ut sökordet “visuals” till “diagram” som gav andra resultat. Sökorden blev istället “math problem solv* diagram student”. Ytterligare en urvalsprocess startade och tillslut hade vi fyra artiklar som vi valde att granska djupare. Tyvärr fokuserade stor del av tidigare forskningsarbeten på äldre elever och av de fyra artiklarna kunde vi enbart använda en. Som tabellen nedan visar sökte vi istället på en specifik författare, Delinda van Garderen. Den tidigare lästa forskningen visade att hon hade fokuserat mycket på det utvalda området diagram och bilder. Garderens sökord gav 18 träffar på unisearch och två av dem kom sedan till användning i arbetet.

Tabell 1. I denna tabell presenteras en tabell med sökmotor, sökord, antal träffar samt hur många av artiklarna som användes.

Sökmotor	Sökord	Antal träffar	Antal använda artiklar
Eric	problem solving math visuals	347 st	0 st
Eric	problem solving math visuals young children	141 st	0 st
Eric	problem solv* math* visual*	31 st	2 st
Eric	problem solv* diagram student	43 st	1
Uniserach	Garderen Delinda problem solv*	18 st	2

Tillslut hade vi fem artiklar. Vidare användes en manuell sökning där vi utnyttjade de redan valda artiklarna och deras referenslistor. De relevanta artiklarna sammanställdes och ytterligare en urvalsprocess med granskning av titel, sammanfattningar och fördjupningar startade. Genom den manuella sökningen fick vi fram fyra användbara artiklar.

Tabell 2. I denna tabell presenteras en sammanställning av de utvalda artiklarna. Artiklarna i tabellen förkommer i bokstavsordning efter författarnas efternamn.

Författare (År)	Titel	Land	Tillvägagångsätt
Boonen m.fl. (2016)	It's not a math lesson – we're learning to draw!	Neder- länderna	Databas- sökning (ERIC)
Csikos m.fl. (2011)	The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving	Ungern	Manuell sökning
Garderen m.fl. (2012)	Examining How Students With Diverse Abilities Use Diagrams to Solve Mathematics Word Problems	USA (Ohio & Missouri)	Databas- sökning (Uniserach)
Garderen m.f l (2014)	Challenges students identified with a learning disability	USA	Databas- sökning (Uniserach)
Garderen m.fl. (2016)	Visual representation in mathematics	USA	Databas- sökning (Uniserach)
Hegarty & Kozhevnikov (1999)	Types of visual-spatial representations	USA	Manuell sökning
Pantziara m.fl. (2009)	Using diagrams as tools for the solution of non-routine mathematical problems	Cypern	Databas sökning (ERIC)

Ulu & Akar (2016)	The effect of visuals on non-routine problem solving success and kinds of errors made when using visuals	Turkiet	Manuell sökning
Usta m.fl. (2018)	Impact of visuals on primary school 4th graders' problem-solving success	Turkiet	Databas-sökning (ERIC)

Tillvägagångssätt

Till en början fokuserade arbetet på området visuella hjälpmedel. Efterhand märkte vi att området var för brett eftersom begreppet syftar till allt från modellering av verkliga föremål till bilder. I ett så pass kort arbete hamnade fokus istället på två inriktningarna, diagram och bilder. Genom att begränsa visuella hjälpmedel kunde vi få mer artiklar inom samma rubrik vilket i sin tur resulterade i bättre jämförelser och slutdiskussioner.

I början av artikelsökningen hade vi som mål att fokusera på åldersgruppen förskoleklass till årskurs tre eftersom det tillhör vår yrkesprofession. Det visade sig att åldersspannet blev för litet och urvalet av artiklar blev för få. Flera författare beskriver att deras studie riktar sig till högre åldrar på grund av läsförmågan i de yngre åldrarna kan vara begränsad. Av den anledningen valde vi att bredda åldersspannet från förskoleklass till årskurs sex. Nackdelarna som finns i arbetet med ett brett åldersspann är att resultatet kan variera. Frågan är om en sjuåring är i samma behov av diagram och bilder som en tolvåring.

Ytterligare en förändring vi behövde förhålla oss till var artiklarnas frågeställningar. Många av artiklarna fokuserade på flera frågeställningar som är irrelevanta i relation till vårt syfte. I ett sådant fall har vi valt ut en eller två frågeställningar som enbart syftar till de utvalda frågeställningarna. Exempel på en sådan artikel är Garderen (2012) som fokuserar på fyra frågor, där enbart två av dem är relevanta för vårt syfte. Därför har vi inte heller uppmärksammat de andra två frågorna.

Resultat

I kommande del presenteras de valda artiklarna med författare, syfte och resultat. Vi har valt att redovisa artiklarna i ordningen efter deras relevans. Först redovisas de fyra artiklarna som berör diagram, därefter följer tre artiklar som berör bildstöd och till sist presenteras två forskningsartiklar som riktar uppmärksamhet mot lärarens perspektiv.

Elevernas perspektiv

Diagram

Pantziara, Gagatsis & Elia (2009) syftar till att undersöka på vilket sätt elever ska använda diagram för att gynna deras problemlösningsförmåga. Studien genomfördes i årskurs sex med 194 elever från Cypern. Undersökningen bestod av två tester, A och B. Test A fick eleverna genomföra med eget val av strategi och test B som genomfördes en vecka senare bestod av sex frågor, här blev eleverna tilldelade ett givet diagram. De sex frågorna i del B var uppdelade i tre delar innehållande olika modeller. Modellerna som eleverna fick behandla uppgifterna utifrån var network (nätverk), hierarchi (hieraki) och matrix (matris) (Se begreppens innebörd i bakgrunden). De två olika testerna genomfördes med en veckas mellanrum.

Pantziara m.fl (2009) redovisar i sitt resultat att överlag tyder inte forskningen på någon större skillnad i resultaten av test A respektive test B. Pantziara m.fl. (2009) nämner även i resultatet att användningen av diagram kan ha negativa konsekvenser. Det visade sig att några elever hade rätt svar i test A. När eleverna en vecka senare fick samma fråga i test B blev svaret felaktigt. Anledningen visade sig vara att eleverna inte visste hur det givna diagrammet skulle användas på ett korrekt sätt.

Pantziara m.fl. (2009) visar i sin slutsats att användningen av diagram över lag inte tyder på några stora skillnader i elevernas prestationer, däremot kan det vara ett bra hjälpmedel. För att det ska vara ett gynnsamt hjälpmedel krävs det att eleverna själva får avgöra vilket diagram de ska använda. Vilket diagram som är bäst att använda varierar däremot från elev till elev, men överlag tyder resultatet på att matris är det diagram som är mest igenkänt och högpresterande.

Precis som Pantziara m.fl. (2009) undersöker även Garderen, Scheuermann & Jackson (2012) användning av diagram i undervisningen av problemlösning. Garderen m.fl. (2012) lägger däremot fokus på olika typer av diagram, schematiska och bildliga. Fokus i vår studie kommer ligga på de undersökta frågorna;

- Vilket samband finns mellan diagramtyper, användning av dem och förståelse för dem?
- Vilka typer av diagram använder eleverna för att lösa problemlösningssuppgifter?

Studien av Garderen m.fl. (2012) genomfördes på 95 elever i årskurs tre till sex. Deltagarna hade tre olika kognitiva nivåer; högt begåvade, lågt begåvade samt de medel presterande eleverna. Undersökningen gick ut på att eleverna fick lösa åtta matematiska problemlösningssuppgifter. Uppgifterna var uppdelade i "no prompt" och "prompt". Garderen m.fl. (2012) beskriver att prompt innebär att eleverna fick instruktioner att använda schematiska eller bildliga diagram i lösningsprocessen, eleverna fick själva välja vilken av metoderna de ville använda. I uppgifterna som var no-prompt fick eleverna istället använda valfri strategi. Alla uppgifterna blev högt upplästa av forskarna så att alla elever skulle ha samma förutsättningar att förstå uppgiften. Eleverna fick även genomgå inspelade intervjuer med syfte att få en djupare förståelse av deras tankegångar.

Garderen m.fl. (2012) redovisar i sitt resultat att användningen av diagram ökade i de uppgifter som var "prompt" jämfört med de uppgifter som var "no-prompt". I dessa uppgifter visade eleverna även bättre resultat än i de uppgifter där användningen av diagram minskade. Djupare visar också resultatet att överlag användes schematiska diagram oftare än bildliga diagram. Användningen av bildliga och schematiska diagram varierade däremot, de medelpresterande och högpresterande eleverna visade större användning av schematiska diagram. Däremot visade sig ingen större skillnad i den lågpresterande gruppen, där användes schematiska och bildliga diagram lika frekvent.

Hegarty & Kozhevnikov (1999) undersöker precis som Garderen m.fl. (2012) användningen av schematiska och bildliga diagram. Syftet med studien var att undersöka två typer av rumsliga visuella representationer, schematiska och illustrerande representationer. Deltagarna i undersökningen bestod av pojkar i årskurs fem från en skola i Irland. Eleverna fick svara på 15 problemlösningssuppgifter, både individuellt och i helklass. När eleverna hade svarat på uppgifterna fick de frågor om vilka strategier de hade använt sig av. Eleverna fick även förklara hur de stegvis löste problemet och hur de kom fram till svaret (Hegarty & Kozhevnikov, 1999). Frågorna ställdes efter elevernas uträkningsprocess för att inte störa dem mitt i arbetet. Hegarty & Kozhevnikov (1999) kom fram till att resultatet varierade beroende på vilken rumslig visuell representation eleverna använde sig av. Schematiska representationer visade sig ge bra resultat i de olika problemlösningssuppgifterna. Medan användningen av bildliga representationer inte gav lika positivt resultat.

Som en slutsats beskriver Hegarty & Kozhevnikov (1999) att visuella representationer är ett betydelsefullt verktyg för eleverna när de arbetar med problemlösning. Användningen av visuella bilder är inte alltid ett effektivt redskap i arbetet med problemlösning och kan i vissa fall leda till felaktiga lösningar. De menar att lärare inte ska instruera elever att visualisera matematiska problem som innehåller irrelevanta detaljer. Lärare ska alltså försöka uppmuntra elever till att skapa egna rumsliga representationer, som kommer ge en mer positiv effekt på deras problemlösning. Hegarty & Kozhevnikov (1999) menar även att den rumsliga förmågan är en betydelsefull del i problemlösningssprocessen, elever som innefattar den kunskapen presterar bättre än de som inte har.

Ytterligare en artikel som studerar användning av diagram är Garderen, Scheuermann & Poch (2014). Artikeln beskriver att visuella representationer inte används tillräckligt bland elever och diagram kan vara ett starkt verktyg för att förbättra deras problemlösningssförmåga. Syftet med studien var att undersöka vad 95 elever från tredje till sjätte klass kunde om diagram och hur det används i problemlösningssundervisningen. Undersökningen riktade sig till elever med varierade förmågor, allt ifrån högpresterande till lågpresterande elever. Alla eleverna fick lösa uppgifter med hjälp av diagram. Eleverna som deltog fick svara på frågor som exempelvis "i matematik, vad är ett diagram?" och "i matematik, varför skulle du

använda ett diagram?”. Därefter fick eleverna 12 problemlösningssuppgifter, i hälften av frågorna fick eleverna använda valfri strategi och i den andra hälften fick de ta hjälp av diagram. Under tiden eleverna besvarade uppgifterna fick de frågor som granskade hur de löste uppgifterna och vilka strategier de använde sig av.

Garderen m.fl. (2014) kom fram till två resultat. Det första innefattade att elever inte använde diagrammen på ett värdefullt sätt. Eleverna kunde lösa uppgifterna, men förstod inte vikten av att kunna rita ett diagram till problemet. Resultatet ledde till att eleverna saknade förmågan att förklara vad ett diagram var och hur de hade använt sig av det. Det andra resultatet visade att elever med svårigheter hade större problem i användningen av diagram. Dessa elever använde sig av mindre effektiva strategier när de löste uppgifterna och antydde att de inte behövde använda sig av diagram, vilket resulterade i att flertalet uppgifter blev fel (Garderen m.fl., 2014).

Bildstöd

Visuellt stöd i form av bilder är en representationsform som undersöks av Usta, Yilmaz, Kartopu & Kadan. (2018). Artikeln syftar till att undersöka vilken inverkan bilder har i en problemlösningssprocess. 108 elever, varav 56 tjejer och 52 pojkar i årskurs fyra ombads att delta i undersökningen. Eleverna kom från fyra olika skolor i Bartin (norra Turkiet), två skolor deltog som experimentgrupper och två deltog som kontrollgrupper. Fyra likadana frågor ställdes till båda grupperna, skillnaden var att experimentgruppen fick tillgång till visuellt stöd och kontrollgruppen fick enbart frågan i textad form. Avslutningsvis skulle eleverna själva formulera en fråga som var kopplad till samma ämne som de tidigare ställda frågorna.

Usta m.fl. (2018) skriver att problemlösningssfrågorna skulle besvaras utifrån Polyas fyra faser och elevernas svar bedömdes sedan utifrån fem punkter; förstå problemet, utarbeta en plan, genomföra planen, kolla tillbaka och skapa ett problem.

Usta m.fl. (2018) presenterade sedan sina resultat utifrån Polyas fyra faser. Elevernas medel-resultat visar att experimentgruppen presterade bättre med visuella hjälpmedel i samtliga av Polyas fyra faser.

Även Ulu & Akar (2016) undersöker vikten av att använda visuellt stöd i form av bilder. Undersökningen syftar till att undersöka om det var några skillnader mellan antalet korrekt givna svar i visuell och verbal form. Deltagarna i undersökningen var 370 elever från årskurs tre, eleverna kom från 18 olika klasser. Undersökningen delades upp i två sessioner. Ulu & Akar (2016) beskriver att första delen i undersökningen bestod av att besvara frågor i verbal form. En månad senare fick eleverna nästan samma fråga, strukturen var den samma men siffrorna var utbytta. Eleverna fick även den här gången tillgång till visuellt stöd. För att få fram ett resultat så använder Ulu & Akar (2016) undersökningsmetoden "comparative survey model" som innebär att resultat jämförs utan att forskaren har något inflytande i resultatet. Forskarna genomförde även intervjuer för att få en djupare blick i elevernas svar.

Ulu & Akar (2016) presenterar i resultatet skillnaden mellan antal korrekt angivna svar med visuellt stöd till skillnad från de svaren som gavs utan stöd. Antalet korrekta svar ökade med 12% och antalet icke besvarade frågor minskade med 11%. Resultatet är ett bevis på den positiva effekten med visuellt stöd i samband med problemlösning. Precis som Pantziara (2009) lyfter Ulu & Akar (2016) att visuella hjälpmedel inte bara för med sig fördelar, i resultatet presenteras även nackdelar. Resultatet visar allmänna fel som eleverna gjorde när visuellt stöd implementerades i uppgifterna. Ulu & Akar (2016) lyfter att detta är faktorer som berodde på; trots tydliga instruktioner använde eleverna inte det visuella hjälpmedlet som uppgiften gav dem, eleverna tolkade bilden fel, hjälpmedlet används på ett ofullständigt sätt, de visuella redskapen användes korrekt men eleverna kunde inte översätta det.

Vidare presenterar även Csíkos, Kelemen & Szitányi (2011) hur visuella representationer kan gynna elevernas problemlösningsförmåga. Csíkos m.fl. (2011) redovisar en studie där syftet är att utveckla elevernas förståelse för hur visuella representationer kan underlätta vid problemlösningsuppgifter. Undersökningen genomfördes på 11 olika klasser i Budapest och Ungern. Eleverna gick i årskurs tre och delades in i en kontrollgrupp och en experimentgrupp. Kontrollgruppen representerades av sex klasser och experimentgruppen av fem klasser. Varje klass fick genomföra två tester, ett för- och ett eftertest. Det första testet undersökte elevernas aritmetik, frågorna som eleverna fick i detta test täckte de nationella målen i läroplanen. Det andra testet innehöll sex problemlösningsfrågor, här fick eleverna

även frågor som berörde deras mål och attityd kring problemlösning. Csikos m.fl. (2011) undersökning genomfördes under den ordinarie lärarens ledning. Undersökningen genomfördes i fem veckor med fyra lektioner/veckan, fokus under dessa veckor låg på undersökningens syfte. Lektionerna genomfördes under tydliga direktiv från forskningsgruppen där läraren hade fått instruktioner och material. Studiens ändamål var baserad på att all problemlösning undervisning genomfördes med visuellt stöd. Kontrollgruppen hade däremot inte fått några riktlinjer, istället skulle läraren genomföra den dagliga undervisningen precis som innan. Båda grupperna fick genomföra ett för- och eftertest för att forskningsresultatet sedan skulle kunna jämföras. Huvudfokus låg på elevernas aritmetik- och problemlösning förmåga.

Resultatet i Csikos m.fl. (2011) studie visade att kontrollgruppen hade bättre resultat på förtestet, vilket var tvunget att tas tillvara på i beräkningen av eftertestet. Efter fem veckors arbete visade eftertestet ingen skillnad mellan experiment och kontrollgruppernas prestationer. Resultatet på eftertestet tyder på att experimentgruppen som hade arbetat med visuellt stöd presterade bättre gentemot kontrollgruppen. I en närmare undersökning av elevernas aritmetiska och problemlösning kunskaper tyder Csikos m.fl. (2011) resultat på att visuella hjälpmedel har en liten effekt på de aritmetiska kunskaperna men en stor och märkbar effekt på eleverna problemlösning kunskaper. Gällande frågan om elevernas attityd kring problemlösning och visuellt stöd visar resultatet att experimentgruppen har en bredare förståelse kring användningen av bilder gentemot kontrollgruppen.

Lärarens undervisning

Syftet med Boonen, Reed, Schoonenboom & Jolles (2016) studie var att undersöka lärares inställningar till problemlösning samt hur de använder sig av visuella representationer i undervisningen. Boonen m.fl. (2016) beskriver att det är ett relevant område i skolan men som tyvärr inte är speciellt omskrivet. Boonen m.fl. (2016) lyfter fram att de elever som har svårt med problemlösning kan ibland fastna i läsförståelsen, vilket kan resultera i att eleven inte förstår uppgiften. Då är det lärarens uppgift att vara ett stöd och använda sig av olika strategier för att vägleda eleven, ett stöd kan exempelvis vara visuella hjälpmedel. I undersökningen var det åtta lärare

som deltog. Lärarna var positiva och engagerade i både matematikundervisningen och i användningen av visuella representationer. Deltagarna fick själva lösa matematiska problemlösningssuppgifter med stöd av visuella representationer. De fick sedan förklara hur de löste uppgiften och vilka strategier de använde sig av. Enligt Boonen m.fl. (2016) så påverkas elevernas problemlösningsskick av hur läraren undervisar om ämnet.

Resultatet visar att visuellt stöd kan användas både som stöd i helklass och för enskilda elever. Resultatet tyder på att det är en fördel för alla elever att kunna få se en bild av textuppgifter. Däremot var lärarna själva osäkra på vilken funktion visuella representationer tjänar för eleverna, samt vad representationer utgör för matematiken. Boonen m.fl. (2016) poängterar i slutsatsen att det är viktigt för lärare att använda det visuella redskapet på rätt sätt i undervisningen.

Precis som Boonen m.fl. (2016) fokuserar även Garderen, Scheuermann, Poch & Murray (2016) på arbetet med problemlösning utifrån lärarens perspektiv. Syftet med studien var att undersöka hur speciallärare arbetar med visuella representationer, deras kunskaper om begreppet och hur det kan användas på bästa sätt inom matematiken. Undersökningen gick ut på att speciallärare fick besvara tre frågor. Frågorna undersökte lärarnas kunskaper inom visuella representationer, hur och i vilken utsträckning de arbetade med det samt deras tankar och idéer kring visuella representationer. Speciallärarnas data samlades in och analyserades separat, efterhand jämfördes deras svar med andra lärares.

I artikeln framgår det att speciallärarna gav två skilda förklaringar till vad visuella representationer är; en produkt eller en process (Garderen m.fl., 2016). Lärarna som ansåg att det endast var en produkt såg visuella representationer som exempelvis en graf, tabell eller ett diagram. Medan de andra lärarna såg det som en process som man kontinuerligt arbetar med i skolan, men även ett sätt att underlätta problemlösningsskick för eleverna. Garderen m.fl. (2016) menar att visuella representationer är både en produkt och en process. Båda begreppen är en betydande faktor inom visuella representationer för att på bästa sätt underlätta för eleverna och hur läraren undervisar på bästa sätt.

Diskussion

Syftet med arbetet är att studera hur visuellt stöd påverkar elevernas problemlösningsförmåga i de tidiga skolåren. I arbetet fokuserar vi på två frågeställningar.

Den första frågeställningen syftar till att granska vilken effekt användning av visuellt stöd har på elevernas prestationsförmåga i samband med problemlösning. Överlag tyder de granskade artiklarna på att bilder och diagram främjar elevernas kunskaper, men endast om redskapet används på rätt sätt. Att använda ett diagram rätt innebär att eleverna får tydliga instruktioner om hur de olika modellerna används. Det är också viktigt att modellerna får användas efter eget behov, det vill säga vilken modell passar individen.

Den andra frågeställningen syftar till att granska hur lärares kunskaper ser ut om bilder och diagram. Vår slutsats av frågan tyder på att lärare saknar tillräcklig kunskap och förståelse i ämnet, som i sin tur leder till att undervisningen blir bristande för eleverna. Det har framkommit i flertalet av artiklarna att lärare bör utbildas med jämna mellanrum för att skapa en bra grundförståelse i arbetet med visuella hjälpmedel. Utifrån våra egna erfarenheter på utbildningen anser vi att problemlösning är ett område som redan i lärarens utbildningsfas hamnar i skymundan. Detta trots att det är ett viktigt område för eleverna både inom matematik men också utifrån ett samhällsperspektiv.

Det är lätt att ha en uppfattning om att visuella representationer enbart för med sig fördelar, men precis som i all undervisning fungerar olika metoder för olika elever. Under arbetets gång behandlades även nackdelar och svårigheter som visuella representationer för med sig. Några nackdelar som presenteras är:

- Bilder kan innehålla irrelevant information som tar tid och fokus från fel saker.
- Eleverna uppfattar diagrammen fel på grund av bristande kunskaper i användningen.
- Användning av diagram kräver tid och träning.

Ett brett urval av undervisningsmetoder är en bra förutsättning för att ge alla elever chansen att prestera utifrån deras egen förmåga. Genom en bred undervisning med stöd av olika undervisningsmetoder lever vi upp till skolans värdegrund och uppdrag som syftar till att undervisningen ska anpassas till varje individ och dess behov (Skolverket, 2018)

I följande del kommer vi diskutera och jämföra resultatet av de tidigare presenterade artiklarna. Artiklarna kommer diskuteras utifrån frågeställningarna som syftar till vilken inverkan diagram och bilder har på elevernas problemlösningsförmåga samt hur lärarnas kunskaper ser ut i ämnet.

Elevernas perspektiv

Diagram

Pantziara m.fl. (2009) samt Garderen m.fl. (2013) gör båda en studie på användningen av diagram, elevernas kunskaper kring ämnet samt hur det påverkar elevernas resultat. Forskarna har olika uppfattningar om hur gynnsamt det är att använda diagram.

Pantziara m.fl. (2009) är inte helt övertygad om den positiva effekten men antyder att det kan vara ett bra hjälpmedel, så länge det används på rätt sätt. Garderen m.fl. (2013) framhåller istället att användning av diagram främjar elevernas prestationer. Resultatet varierade från forskning till forskning, vi tror att detta beror på elevernas kunskaper samt lärarens undervisningsmetoder sedan innan. Ett diagram kan vara svårt att skapa eller förstå om eleverna inte har fått arbeta med det tidigare.

Garderen m.fl. (2014) och Hegarty & Kozhevnikov (1999) är ytterligare två undersökningar som syftar till att granska effekten av diagram, i detta fall schematiska samt bildliga diagram. Som tidigare nämnt så innebär schematiska diagram att eleven använder symboler för att beskriva objektet. Medan bildliga diagram innebär att eleven ritat det korrekta objektet i frågan. Enligt Hegarty & Kozhevnikov (1999) genererade schematiska diagram bättre resultat och enligt Garderens m.fl. (2014) undersökning var schematiska diagram den form som eleverna använde mest. En gemensam faktor är att schematiska diagram skapar bättre resultat samt mer frekvent användning i jämförelse med bildliga. Precis som Hegarty & Kozhevnikov (1999) beskriver kan bildliga diagram vara svårt att använda om eleverna inte är vana vid det.

De menar att det är lätt att hamna i ett läge där informationen som avbildas är irrelevant och tar tid och fokus från det som eleven borde arbeta med.

Bildstöd

Tre forskningsartiklar som syftar till att granska bilders påverkan är Usta m.fl. (2018), Ulu & Akar (2016) samt Csikos m.fl. (2011). Usta m.fl. (2018) fokuserar på problemlösningsprocessen som helhet. De redovisar i sitt resultat att bilder gynnar elevernas problemlösningsförmåga i samtliga av Polyas fyra faser som undersöks, det vill säga; förstå problemet, utarbeta en plan, genomföra planen, kolla tillbaka och skapa ett problem (Grevholm, 2014). Även Csikos m.fl. (2011) presenterar i sitt resultat att visuellt stöd i form av bilder ökade elevernas prestationer. Resultatet tyder på att elevernas problemlösningsförmåga ökar. Däremot påverkas den aritmetiska förmågan hos eleverna varken positivt eller negativt. Av resultatet kan vi dra slutsatsen att båda forskningsgrupperna är eniga om att bilder främjar elevernas prestationer.

Som tidigare presenterat har Usta m.fl. (2018) valt att granska flera stadier av elevernas uträkningsprocesser. Genom ett sådant upplägg får den som granskar uppgiften en tydligare överblick hur bilder gynnar elevernas problemlösningsförmåga. Genom Usta m.fl. (2018), Ulu & Akar (2016) samt Csikos m.fl. (2011) forskningsmetoder kan vi tydligt se att elevernas svar tyder på en positiv utveckling, men en problemlösningsprocess handlar om mer än enbart ett korrekt svar. Polyas fyra faser (Grevholm, 2014) strävar mot just detta. De menar att problemlösning är en process och inte endast ett svar. Genom att eleverna får arbeta med Polyas fyra faser arbetar de även mot det centrala innehållet som syftar till att ha strategier för att lösa problem (Skolverket, 2018). Därför anser vi att forskning som berör problemlösningens alla steg ger en tydligare överblick av elevernas prestationer.

Även Ulu & Akar (2016) visar den gynnsamma effekten av bilder. Som tidigare nämnt visar de även nackdelar med användning av bilder, vilket Usta m.fl. (2018) inte nämner i sin undersökning. Resultaten och forskarnas övertygelse kring effekten av visuella hjälpmedel skiljer sig i forskningsresultaten. Resultatens skillnader kanske beror på de olika metoderna som forskarna har använt sig av i sina undersökningar. Skillnaden mellan de olika undersökningsmetoderna är att Usta m.fl. (2018) använder

sig av två olika undersökningsgrupper, medan Ulu & Akar (2016) enbart fokuserar på en elevgrupp med två tester. Båda metoderna för med sig för- och nackdelar. Ulu & Akars (2016) upplägg bidrar till nackdelar som kan innebära att eleverna med stor sannolikhet vänjer sig vid frågorna från första undersökningstillfället. Detta ger dem ett försprång i den andra undersökningen eftersom de har en hög igenkänningsfaktor av frågornas utformning. De nackdelar som kan uppstå utifrån Usta m.fl. (2018) metod är att alla elever ligger på olika nivåer vid undersökningens start. Att fördela eleverna så att experimentgruppen och undersökningsgruppen ligger på en jämn nivå kan vara en utmaning.

Lärarens undervisning

Boonen m.fl. (2016) och Garderen m.fl. (2016) skriver om hur lärares kunskaper ser ut inom undervisning med visuella hjälpmedel. Boonen m.fl. (2016) beskriver att läraren saknar förståelsen för visuella hjälpmedel. I arbetet med den didaktiska triangeln (se bilaga 2) kan vi se att elevens kunskaper hänger ihop med lärarens kunskaper (Skolinspektionen, 2010). Därför kan lärarens bristande förståelse för visuella hjälpmedel vara en avgörande faktor till att undervisningen blir sämre och elevernas resultat påverkas negativt. Garderen m.fl. (2016) menar att speciallärare har en grundförståelse för visuella hjälpmedel men saknar djup i ämnet. Enligt Grevholm (2014) är det läraren som ska välja uppgifter till eleverna. Uppgifterna ska leda till diskussioner som i sin tur leder till att eleverna kan komma fram till flera lösningar och strategier för problemet. Diskussioner är något som Lev S Vygotskij förespråkar i den sociokulturella teorin. Han menar att samspel och diskussioner är viktigt för människans utveckling av kunskaper (Säljö, 2010).

Enligt Boonen m.fl. (2016) borde alla lärare få utbildning om visuella representationer. Åter igenom kommer vi tillbaka till den didaktiska triangeln som tyder på att lärarens kunskaper är den viktigaste faktorn som påverkar elevernas resultat (skolinspektionen, 2010). Genom utbildningar bildar sig lärarna en bredare förståelse kring användningen av visuella representationer och på så sätt utvecklar de sin egna undervisning och därmed får eleverna djupare kunskaper. Denna åsikt liknar Garderen m.fl. (2016) som även de framhåller att bristen inte bara ligger i elevernas resultat. Lärarna uttrycker själva att de skulle behöva djupare kunskap och stöttning

kring undervisning med visuella hjälpmedel. Skolverket (2013) skriver att en bra undervisning syftar till att anpassa området samt att kunna vägleda eleverna fram till ett korrekt svar.

Utmaningar med visuella hjälpmedel

Både Ulu & Akar (2016) och Pantziara m.fl. (2009) redovisar för- och nackdelar med visuella hjälpmedel. Pantziara m.fl. (2009) uppmärksammar i sitt resultat att några elever svarade korrekt på frågan i verbal form, när eleverna sedan fick tillgång till visuella hjälpmedel svarade samma elever fel. Enligt Pantziara (2009) grundar sig detta i att eleverna inte hade tillräckligt breda kunskaper kring hur ett diagram ska användas på rätt sätt. Ulu & Akar (2016) beskriver att bristen låg i flera faktorer, bland annat att eleverna inte använde det visuella hjälpmedlet som uppgiften gav dem, feltolkning av bilden samt ofullständig användning av diagrammet. Genom Ulu & Akar (2016) och Pantziara m.fl. (2009) kan vi tydligt se att resultatet påverkas av hur eleverna blir ombedda att använda diagram. Det vill säga huruvida eleverna får välja vilket diagram de vill ta hjälp av. För en gynnsam utveckling visar resultaten att det krävs tydliga instruktioner samt träning i hur diagram ska användas. Det är inte bara eleverna som behöver träning i användningen utan även pedagogerna. Eftersom diagram kan användas i olika former tyder resultatet på att matrisdiagram kan vara gynnsamt för en elev medan hierarki kan vara gynnsamt för en annan. Valfriheten av modell kan därför vara en faktor som underlättar och främjar elevernas resultat. Genom att eleverna får arbeta med att själva välja modell strävar de mot matematikämnets syfte i läroplanen (Skolverket, 2018). Syftet innebär att elever kan reflektera och värdera valda strategier och metoder.

Ytterligare en undersökning som presenterar nackdelar med visuella hjälpmedel är Boonen m.fl. (2016). Undersökningen tar upp att korrekt användning av visuella representationer kommer att främja eleverna problemlösningsförmåga. De tar även upp att det kan finnas nackdelar med området. Boonen m.fl. (2016) skriver att i elevers matematiska textböcker finns det bild- och aritmetiska representationer. De skriver vidare att bildrepresentationer är en detaljerad bild av problemet, däremot visar den inte relationen mellan problemet och hur man kan lösa det. Detta leder till att bilden inte kan användas till en del av lösningen och påverkar då inte elevens problemlösningsförmåga. Boonen m.fl. (2016) förklarar vidare att aritmetiska

representationer kan till exempel vara tabeller, som ska bidra med värdefull information till problemet. Om eleverna inte förstår problemet så är denna information i sin tur irrelevant, vilket kan leda till att svaret blir fel.

Det Boonen m.fl. (2016) reflekterar över är i linje med det Hegarty & Kozhevnikov (1999) lyfter i sin studie. Bilder som innehåller irrelevant fakta visar sig ha en negativ effekt på elevers prestationer. Det som skiljer de två studierna är att de är riktade utifrån olika sammanhang i skolan. Boonen m.fl. (2016) beskriver att problemet ligger i de matematiska textböckerna medans Hegarty & Kozhevnikov (1999) menar att det är elever själva som ritar fel utifrån lärarens instruktion. Båda studierna menar att det är ett aktuellt problem som förekommer regelbundet i skolan.

Slutord

Efter vi slutfört vår konsumtionsuppsats kan vi dra följande slutsatser. Vi som blivande grundskolelärare kommer ha stor nytta av den granskade forskningen. Vi kommer ha en tryggare grund och en bredare kunskap kring arbetet med problemlösning. Några viktiga punkter vi tar med oss från arbetet är;

- Överlag visar forskning att användning av visuella hjälpmedel främjar elevernas kunskapsutveckling.
- I arbetet med problemlösning och visuella representationer i klassrummet krävs det mycket tid. Eleverna behöver tidigt bekanta sig med området för att känns sig säkra och kunna bemästra användningen av diagram och bilder.
- Vi som lärare behöver lägga ned mycket tid på att skaffa oss breda kunskaper i hur vi ska använda visuella hjälpmedel för att främja elevernas kunskaper.

Avslutningsvis vill vi belysa ett område som skulle vara intressant att göra en vidare studie på. Ett område vi har märkt att det saknas forskning kring är exempelvis frågan; ”hur stor andel elever använder på eget initiativ visuella representationer i arbetet med problemlösning?”. Under de genomförda praktikveckorna har vi uppmärksammat att användningen av visuella representationer inte är en självklarhet för varken eleverna eller läraren. Av den anledningen skulle det skulle vara intressant att låta elever få problemlösningssuppgifter som vi anser är lämpliga att lösa med visuella representationer. Elevernas svarprocess skulle sedan granskas för att se hur regelbundet diagram och bilder används utan att eleverna får en uppmaning till det.

Referenslista

Artiklar markerade med * representera de artiklar vi har granskat i resultatet.

*Boonen, A. J. H., Reed, C. H., Schoonenboom, J. & Jolles, J. (2016). It's not a math lesson - we're learning to draw! Teachers' use of visual representations in instructing word problem solving in sixth grade of elementary school. *Frontline Learning Research* 4(5), 55-82. DOI: 10.14786/flr.v4i5.245

*Csíkos, C., Kelemen, R., Szitányi, J. (2011). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. *Educ Stud Math* (2012) 81, 47–65. DOI: 10.1007/s10649-011-9360-z

Eriksson Barajas, K., Forsberg, C., Wengström, Y. (2013) *Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap* (uppl. 1). Natur Kultur Akademisk

*Garderen, D., Scheuermann, A., Jackson, C. (2012) Examining How Students With Diverse Abilities Use Diagrams to Solve Mathematics Word Problems. *Learning Disability Quarterly* 36(3), 145-169. DOI: 10.1177/0731948712438558

*Garderen, D., Scheuermann, A., Poch, A. (2014). Challenges students identified with a learning disability and as high-achieving experience when using diagrams as a visualization tool to solve mathematics word problems. *ZDM* 46, 135-149.

*Garderen, D., Scheuermann, A., Poch, A. & Murray, M, M. (2016). Visual representation in mathematics: special education teacher's knowledge and emphasis for instruction. *Teacher Education Division* 41, 7-23. DOI: 10.1177/0888406416665448

Grevholm, B. 2014. *Lära och undervisa matematik*. 2. uppl. Studentlitteratur, 2014. Lund.

*Hegarty, M. & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology* 91(4). 684-689. DOI: 10.1037/0022-0663.91.4.684

- Imsen, G. (2000) *Elevens värld* (uppl. 3). Studentlitteratur AB
- Kribbs, E., Rogowsky, B. (2016). A Review of the Effects of Visual-Spatial Representations and Heuristics on Word Problem Solving in Middle School Mathematics. *International journal of research in education and science*, 2(1), 65-74.
- Larsson, M. (2013). Undervisa matematik genom problemlösning. *Skolverket*, 1-7.
[https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/path/larportalen/material/inriktningar/1-matematik/Grundskola/435_problemlösning%20%C3%A5k7-9/1_matematikundervisninggenomproblemlösning/material/flikmeny/tabA/Artiklar/P7-9_01A_01_undervisa_i%20matematik_genom_problemlösning%20\(1\).docx](https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/path/larportalen/material/inriktningar/1-matematik/Grundskola/435_problemlösning%20%C3%A5k7-9/1_matematikundervisninggenomproblemlösning/material/flikmeny/tabA/Artiklar/P7-9_01A_01_undervisa_i%20matematik_genom_problemlösning%20(1).docx)
- Lester, F & Lambdin, D (2007) Undervisa genom problemlösning. 95-108.
- Lärarnas riksförbund. (2019). *Lärares yrkesetiska principer*. Hämtad 2019-02-19 från <https://www.lr.se/utvecklasyrket/yrkesetik/lararesyrkesetiskapprinciper.4.3cb716391262c05111b8000100.html>
- Olsson, I. (2000). I A, A, Ahlberg (red). *Matematik från början* (186-195). Göteborgs universitet
- *Pantziara, M., Gagatsis, A., & Elia, I. (2009). Using diagrams as tools for the solution of non-routine mathematical problems. *Educ Stud Math* (2009) 72, 39–60.
- Skolverket (2011). Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011. Stockholm: Skolverket
- Skolinspektionen. (2010). Framgång i undervisningen. Hämtad 2019-03-28 från <https://www.skolinspektionen.se/globalassets/0-si/08-om-oss/sammanfattning-forskningsoversikten.pdf>
- Specialpedagogiska Skolmyndigheten. (2018). Kommunikativa strategier och visuellt stöd. Hämtad 2019-02-06 från <https://www.spsm.se/stodmaterial-horselnedsattning/framgangsfaktorer/arskurs-4-6/kommunikativa-strategier-och-visuellt-stod/>

Svanström, K-G. (2011). Vygotskijs teorier i praktiken?
<https://tidningenkulturen.se/arkiv/57-oevriga-artiklar/ess/riga-ess/9989-vygotskijs-teorier-i-praktiken>

Sveider, C. (2015). *Lärares och elevers användande av laborativt material i bråkundervisning i skolår 4-6*. Institutionen för beteendevetenskap och lärande. Linköpings Universitet

Sälsjö, R. (2000). *Lärande i praktiken, ett sociokulturellt perspektiv* (2 uppl.). Nordstedts, Stockholm

*Ulu, M & Akar, C. (2016). The effect of visual on non-routine problem solving success and kinds of errors made when using visuals. *Educational Research and Reviews* 8, 1871-1888. DOI: 10.5897/ERR2016.2980

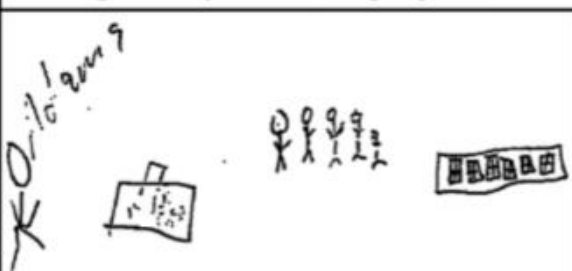

*Usta, N., Yilmaz, M., Kartopu, S., Kadan, Ö. F. (2018). Impact of visuals on primary school 4th graders problem-solving success. *Universal Journal of Educational Research* 6(10). 2160-2168. DOI: 10.13189/ujer.2018.061014

Bilagor

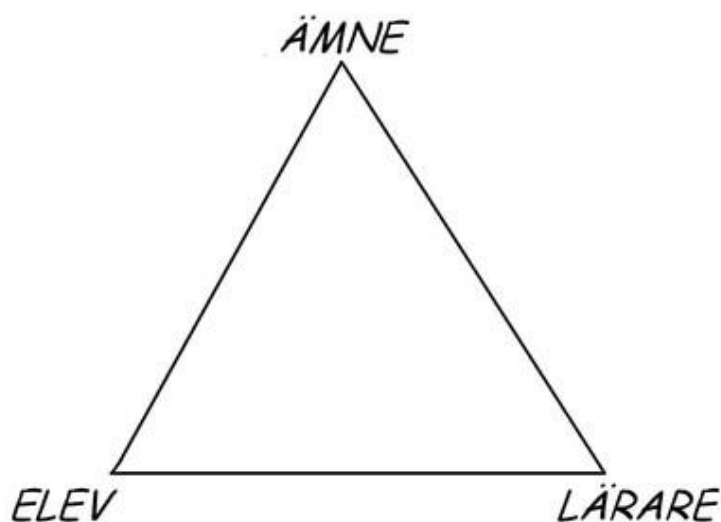
Bilaga 1

Schematisk och bildligt diagram

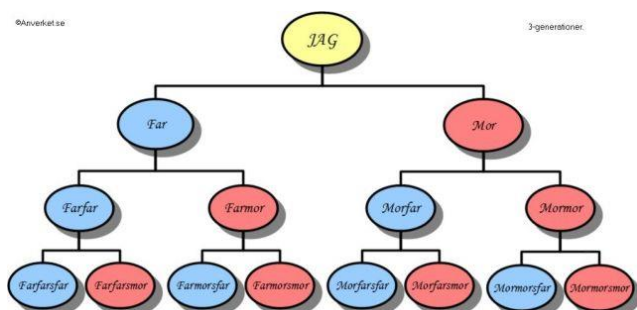
Nedan presenteras en uppgift ur Garderen m.fl. (2012) där eleverna fick lösa en fråga med bildlig respektive schematiskt diagram.

Problem	Adams Middle School students made an Italian submarine sandwich that was $12\frac{3}{4}$ feet long. After making it, they decided to divide the sandwich into smaller portions to share with other students. If each portion was $\frac{3}{4}$ of a foot long, how many students would get a portion?	
Pictorial	 <p>The pictorial diagram shows a hand-drawn sandwich on the left. To its right are several stick figures representing students. Further right is a rectangular box containing several small squares, representing portions of the sandwich.</p>	<p>I: All right, how did you get that answer? Tell me about that. S: I don't know. I: Where did the 10 come from? S: People. I: How did you use this picture then to help solve it? Tell me about that. S: I don't know. I: Tell me about what's this and what's this. S: Those are the students and those are the sandwiches. I: OK, and then what were you counting to get to 10? S: I just guessed on the 10.</p>
Schematic	 <p>The schematic diagram shows a long sandwich divided into 17 equal segments. Each segment is numbered from 1 to 17. Above each segment, there are small vertical lines representing the thickness of the sandwich.</p>	<p>I: How did you solve this one? S: I drew the sandwich. Then I divided it into $12\frac{3}{4}$ feet long. I drew little lines above it and counted all the little fourths, all the way up to 17 sets of 3's.</p>

Bilaga 2








Bilaga 3 – Hierarki

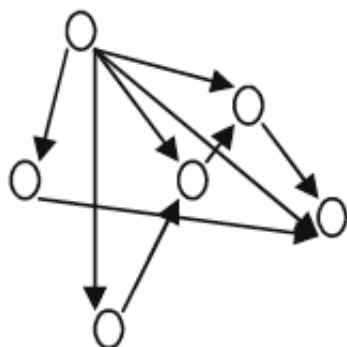


Bilaga 4 - Matris

Bedömningsmatris Läsförståelse

	Lässtrategier	Under utveckling	Kunnig	Exemplarisk
	Reportern Du kan ställa frågor före, under och efter läsning av text.	Gör enkla personliga kopplingar till läst text och kan göra vissa jämförelser av texter samt enkla kopplingar till världen utanför.	Kan göra personliga kopplingar till text och jämföra olika texter samt kopplingar till världen utanför.	Förstår strategierna att göra kopplingar och kan använda dem på egen hand.
	Spågumman Du kan göra förutspåelser om vad texten kommer att handla om.			
	Detektiven Du kan klargöra otydligheter, tolka och finna centrala idéer i de texter du läser.			
	Cowboyn Du kan göra sammanfattningar av olika texter.			
	Konstnären Du kan skapa inre bilder om budskap i olika verk samt beskriva din upplevelse av läsningen.			

Bilaga 5 - Nätverk



Självvärdering

Arbetet är skrivet av två studenter från Linköpings universitet som studerar grundlärarprogrammet F-3 termin sex. Arbetet har varit väldigt intressant och lärorikt.

Bilaga 6

Charlotte

Under arbetets gång har vi kontinuerligt arbetat ihop. Några delar har vi skrivit gemensamt och andra har vi delat upp. Den första processen bestod av att leta artiklar, här arbetade vi på var sin dator med syftet att effektivisera tiden. Mitt fokus hamnade på artiklarna; Csikos m.fl. (2011), Pantziara m.fl. (2009), Garderen m.fl. (2012), Usta m.fl. (2018) och Ulu & Akar (2016). När vi enskilt hade granskat och läst de utvalda artiklarna satte vi oss ned för att gemensamt diskutera och muntligt sammanfatta det väsentliga resultatet. Detta för att båda skulle vara insatta i vardera artiklars syfte, metod och resultat. När artiklarna var nedskrivna utifrån syfte, metod och resultat hamnade mitt fokus på att skriva inledningen. Den delen har hela tiden utvecklats och förändrats under arbetets gång. Vi har kontinuerligt haft en dialog om vad inledningen ska innehålla och finjusteringar har gjorts gemensamt. Diskussionsavsnittet skrev vi för det mesta ihop, på så sätt var det lättare att få in bådars åsikter men även att diskutera de olika artiklarna i relation till varandra. Avslutningsvis bearbetade vi arbetets alla delar ihop för att flytta om, ändra och reflektera. Den sista veckan bestod enbart av att vi båda läsa arbetet gång på gång för att göra dem sista små finjusteringarna.

Bilaga 7

August

Samarbetet under examensarbetet har fungerat bra, vi har skrivit och arbetat tillsammans men även kunnat dela upp delar till egen studietid. Vi har diskuterat, resonerat och jämfört vårt arbete regelbundet. Detta gjorde vi för att vi både skulle ha koll på vad vi gjort och vad vi behövde arbeta med. Artiklarna delades upp så vi verkligen kunde fördjupa oss i dem och bilda oss en grundförståelse i de artiklar vi skulle använda. De artiklar som jag sammanfattade var: Boonen m.fl. (2016), Hegarty

& Kozhevnikov (1999), Garderen m.fl. (2014) och Garderen m.fl. (2016).

Diskussionen blev en blandning av våra artiklar och vi behövde sätta oss djupare in i varandras för att kunna jämföra dem. Jag har fokuserat mycket på tabellerna och referenserna, för att det skulle finnas en helhet i arbetet.