

Undervisningsmetoder i problemlösning

- Hur olika undervisningsmetoder i problemlösning påverkar elevers matematiska kunskaper

Teaching methods in problem solving

– *How teaching methods in problem solving affect students mathematical knowledge*

Ellen Bååth
Hanna Karlsson

Handledare: Mats Bevemyr
Examinator: Fredrik Alm

Sammanfattning

Denna studie behandlar problemlösning med fokus på lärarens val av undervisningsmetod i syfte att utveckla elevers matematiska kunskaper. Vi har uppmärksammat brister i nyttjandet av strategier i problemlösning hos elever i årskurs F-3. Studiens syfte är därför att bidra med vad tidigare forskning om problemlösningsundervisning har resulterat i och jämföra dessa resultat med varandra. För att undersöka detta har tidigare forskning granskats genom en systematisk litteraturstudie. De databaser som använts för att finna tidigare forskningsstudier är ERIC, UniSearch samt SwePub. Resultatet av studien visar att en väl genomtänkt undervisningsmetod i problemlösning är av stor vikt för elevers kunskaper i matematik. Genom resultatet framkommer även att en god problemlösningsförmåga underlättar för elevers fortsatta matematikutveckling.

Nyckelord

Problem solving, mathematics, mathematics instructions, primary education, learning strategies, teaching methods

Innehållsförteckning

1. Inledning	1
2. Syfte och frågeställningar	3
3. Bakgrund	4
3.1 Undervisningsmetoder, modeller, metoder och strategier	4
3.2 Vad är problemlösning?	5
3.3 Olika typer av matematiska uppgifter	6
3.4 Pólyas modell för problemlösning	6
3.5 Problemlösningundervisning i tidigare och aktuella styrdokument	7
3.5.1 LGR 80	7
3.5.2 LPO 94	8
3.5.3 LGR 11	8
3.5.4 Jämförelse mellan läroplanerna	8
4. Metod	10
4.1 Systematisk litteraturstudie	10
4.2 Litteratursökning	10
4.3 Avgränsningar	11
4.4 Urval	12
4.5 Metoddiskussion	14
5. Resultat	15
5.1 Undervisning genom en metod	15
5.1.1 Sammanfattning av studiernas resultat	17
5.2 Undervisning genom en modell	18
5.2.1 Sammanfattning av studiernas resultat	21
6. Diskussion	22
6.1 Vikten av lärarens kompetens i undervisningen	22
6.2 Hur kan problemlösning gynna elevers matematiska kunskaper?	23
6.3 Studiens bidrag och förslag på vidare forskning	23
7. Referenslista	25

1. Inledning

Bilden av vad matematik är och dess innehåll förändras konstant. Matematiken har en stor roll i samhället då individen genom ämnet ska ges möjligheter att kunna behärska det dagliga livet (Engvall, 2013). Vi möter matematik i olika situationer varje dag och nyttjar olika tankesätt och tillvägagångssätt för att snabbt och enkelt kunna lösa olika problem. Vad som anses vara ett matematiskt problem baseras på individens egna referenser och kunskaper (Grevholm, 2014). I vardagen möter vi matematiska problem i olika kontexter till exempel i affären, i väntan på bussen samt i köket och beroende på situation löser individen dessa på olika sätt. Baserat på de kunskaper som individen besitter i problemlösning möjliggörs förmågan att välja och nyttja en lämplig metod (Skolverket, 2017).

Varför problemlösning undervisningen i skolan anses vara viktig belyser Grevholm (2014) då den ligger till grund för den fortsatta matematiska utvecklingen, något hon även ser en tydlig koppling till i kursplanen i matematik för grundskolan. I takt med att nya läroplaner revideras utvecklas även innehållet i undervisningen. I dagens undervisning ligger stort fokus vid problemlösning. I läroplanen (Skolverket, 2018) betraktas problemlösning som en väsentlig del i utvecklingen av kunskaper då elever ska ges möjligheter att stärka sina förmågor att lösa problem. Då problemlösningen behandlas i flera delar av läroplanen i matematik utgör den en grund för den fortsatta utvecklingen av kunskaper (Skolverket, 2017).

Hur lärarens kompetens i matematikundervisningen är avgörande betonar Grevholm (2014). Detta på grund av att undervisningens upplägg direkt är påverkat av lärarens egna kunskaper och förståelse för matematiken. Vidare skriver Grevholm att läraren genom sin undervisning ska möjliggöra elevers utveckling i problemlösning samt kunna nyttja sin matematiska kunskap i det vardagliga livet. I grundskolan läggs allt större vikt vid att eleverna ska utveckla lösningsmetoder som kan användas i vardagliga situationer (Löwing & Kilborn, 2002). Fortsättningsvis betonar Löwing och Kilborn att undervisningen av olika metoder bidrar till förmågan att kunna applicera dessa i vardagen, vilket gör lärarens arbete viktigt. Detta stämmer väl överens med den tyngd som Skolverket (2018) lägger vid problemlösning.

Vi har under vår grundskollärautbildning vid Linköpings Universitet uppmärksammat problematik i elevernas matematiska kunskaper och specifikt deras problemlösning förmåga. Grevholm (2014) belyser som tidigare nämnt problemlösningens vikt för den fortsatta matematiska

kunskapsutvecklingen. Vid den verksamhetsförlagda utbildningen i matematik genomförde vi båda lektionsserier inom arbetsområdet problemlösning. Vi uppmärksammade då brister i elevernas problemlösningsförmåga vilket väckte ett intresse att studera om undervisningen i problemlösning. Då undervisningen baseras på lärarens egna kunskaper är det av stor vikt att läraren är förtrogen med det innehåll och den metod som ska läras ut. Eftersom problemlösningsundervisningen enligt Grevholm (2014) lägger grund för all annan matematikinlärning är problemlösningen av stor vikt. Därför vill vi undersöka om lärarens val av undervisningsmetod i problemlösning gynnar elevers matematiska kunskaper.

2. Syfte och frågeställningar

Studien genomförs för att undersöka om lärarens val av undervisningsmetod i problemlösning i årskurs F-3 påverkar elevers matematikkunskaper. Forskningen utgår från både ett lärarperspektiv och ett elevperspektiv då båda synvinklarna är av vikt för att kunna besvara den valda frågeställningen. Syftet med studien är att bidra med kunskap kring vad tidigare forskning om undervisning i problemlösning har kommit fram till och jämföra dessa resultat med varandra.

Vi har valt att utgå från följande frågeställning:

- Hur påverkar lärarens val av undervisningsmetod i problemlösning elevers matematiska kunskaper?

3. Bakgrund

I detta stycke beskrivs vår definition av begreppen undervisningsmetoder, modeller, metoder och strategier. Här förklaras även vad problemlösning innebär och olika typer av problemlösningssuppgifter. En teoretisk modell kring centrala steg i en problemlösningssprocess skapad av George Pólya behandlas även i detta avsnitt. Avslutningsvis diskuteras problemlösningens tyngd i den aktuella läroplanen liksom problemlösningens utveckling från tidigare versioner av läroplanen.

3.1 Undervisningsmetoder, modeller, metoder och strategier

I denna studie förekommer begreppen *undervisningsmetoder*, *modeller*, *metoder* samt *strategier*. I den studerade litteraturen samt de granskade studierna förekommer dessa begrepp med olika definitioner. I detta avsnitt beskrivs de definitioner av begreppen som vi valt att använda oss av. Lärarens undervisning ska skapa förutsättningar för eleverna att utveckla strategier inom problemlösning (Skolverket, 2017). Detta baseras på att problemlösning anses som kärnan i elevers matematiska kunskapsutveckling (Grevholm, 2014). För att skapa en tydligare bild av begreppen och dess relationer, se följande beskrivningar samt figur 1.

Illeris (2015) definition av *undervisningsmetoder* innebär lärarens val att använda sig av antingen modeller eller metoder i sin matematikundervisning. Lärarens val av undervisningsmetod syftar till att elever ska lära sig strategier för att lösa matematiska problem och genom detta utveckla sina matematiska kunskaper. Det är denna definition vi har valt att utgå från i denna studie.

Bergman Ärlebäck (2013) lyfter fram begreppet *modell* som en tankekonstruktion eller teori. Läraren utgår från en modell som genomsyrar undervisningen och syftet är att eleven ska utveckla strategier i problemlösning. Bergman Ärlebäck's definition av en modell är den vi har valt att utgå från i denna studie. Ett exempel på en modell är Pólyas modell för problemlösning som vi återkommer till i bakgrunden.

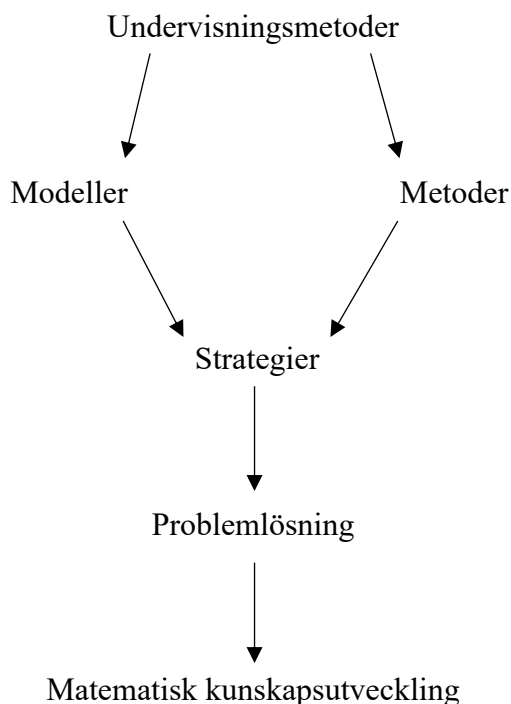
Begreppet *metoder* används i denna studie enligt Tafllins (2007) definition som ett samlingsbegrepp för användningen av en eller flera strategier. Lärarens roll är att undervisa om och lära ut den specifika metoden. Elever använder sig av en metod som innehåller en eller flera strategier. Denna

definition är den vi har valt att utgå från i denna studie. Ett exempel på en metod är att läraren undervisar eleverna till att kunna nyttja visuellt stöd i undervisningen.

Det vi avser till gällande *strategier* är Skolverkets (2017) definition av begreppet: “Strategier är ett samlingsbegrepp för olika tillvägagångssätt för att bland annat formulera och lösa problem i olika situationer i vardagen och inom olika ämnesområden.” (Skolverket, 2017, s.26). Ett exempel på en strategi är att nyttja en modell eller metod för att kunna lösa problemlösningssuppgifter, detta kan exempelvis innefatta att nyttja en tabell vid lösning av en uppgift.

Nedan presenteras de ovanstående begreppen och deras relationer i vår egenkonstruerade figur med utgångspunkt i lärarens val av undervisningsmetoder. Pilarna representerar lärarens val av antingen modeller eller metoder vilket leder till utveckling av strategier som nyttjas i problemlösning. Detta leder i sin tur till en matematisk kunskapsutveckling.

Figur 1. Vår definition av begreppens relation till varandra



3.2 Vad är problemlösning?

Vad som anses vara ett matematiskt problem ligger hos individen då de tidigare kunskaperna ligger till grund för vad som kan uppfattas som ett problem (Grevholm, 2014). En *rutinuppgift* hos en elev

kan uppfattas som en *textuppgift* eller en *problemuppgift* av en annan (Ahlberg, 1995). Vad som räknas som rutin-, text- respektive problemuppgifter beskrivs i kommande stycke. Grevholm (2014) beskriver ett antal kriterier för vad en matematikuppgift ska innefatta för att den ska betraktas som en problemuppgift. Kriterierna som nämns är att individen som löser uppgiften behöver söka hjälp av någon strategi samt genomföra någon form av insats för att lösa uppgiften. Det krävs även att det saknas en färdig modell för hur uppgiften ska lösas. Hur uppgiften betecknas och uppfattas avgörs av situationen och individen (Grevholm, 2014). Undervisning i problemlösning syftar till att elever ska utveckla och stärka problemlösningsförmågan (Skolverket, 2017). Denna beskrivning av problemlösningsbegreppet är den som genomgående syftas till i studien.

3.3 Olika typer av matematiska uppgifter

Det finns olika typer av uppgifter inom matematik. Den beskrivning som följer är den som genomgående avses till i studien gällande *rutin-*, *text-* samt *problemuppgifter*. Grevholm (2014) beskriver en modell för matematiska uppgifter. Modellen utgår från att olika uppgifter kan delas in i tre olika kategorier beroende på individen som löser uppgiften. Grevholm sammanfattar dessa typer av uppgifter som rutin-, text- samt problemuppgifter. En *rutinuppgift* innehåller endast matematiska symboler och är en uppgift där eleven kan tillämpa en räknemetod som redan har övats in och därefter kan lösas självständigt. En rutinuppgift uppfyller därför inte de ovanstående kriterierna för en matematisk problemuppgift menar Grevholm (2014). Vidare skriver Grevholm om *textuppgifter* och dess utformning. En textuppgift är en uppgift som utöver de matematiska symbolerna även innehåller ett skriftligt språk. Det skriftliga språket kräver att eleven kan omvandla texten till matematiska symboler och innebär därför att elevens språkliga kunskaper påverkar förmågan att förstå och lösa uppgiften. Om eleven inte förstår på grund av den språkliga förmågan trots att uppgiften uppfyller de ovanstående kriterierna anses den inte vara en problemlösningsuppgift. Det blir då inte ett matematiskt problem utan ett språkligt hinder (Grevholm, 2014). En *problemuppgift* är en uppgift som uppfyller de ovanstående kriterierna.

3.4 Pólyas modell för problemlösning

I denna studie behandlas George Pólyas (1945) modell för problemlösning. Denna modell kommer att behandlas i resultatet och i diskussionen. Modellen är uppdelad i fyra faser som är starkt sammankopplade. Pólyas fyra faser återfinns i ett flertal skrifter om problemlösning och är en utgångspunkt i modernare forskning. Dessa fyra faser behandlas bland annat i Grevholm (2014),

Taflin (2007) samt Karlsson och Kilborn (2015). Pólya (1945) menar att det är läraren som lär ut modellen för att eleven ska utveckla en tankegång som kan tillämpas genomgående i problemlösningsuppgifter. Vidare skriver Pólya att modellens syfte är att eleven ska utveckla en självständig och hållbar arbetsgång inom problemlösning. Elevens fokus ska läggas vid det som är okänt i en problemuppgift och genom modellen ska eleven således uppmärksamma det okända för att i sin tur komma fram till en lösning. De fyra faser som modellen baseras på är *att förstå problemet, kunna utforma en plan, lösa problemet* samt *gå tillbaka och utvärdera lösningen* (Pólya, 1945).

Att förstå problemet, vilket är den första fasen i modellen, innebär att leta efter det okända i problemet. Eleven ska undersöka vilken information som kan utvinnas från problemet och ta reda på vad som eftersöks (Pólya, 1945). Under fas två i modellen ska eleven *utforma en plan* med hjälp av olika strategier. Dessa strategier kan vara att leta efter mönster, använda konkret material, rita en bild eller göra en gissning följt av en undersökning (Pólya, 1945). När eleven utformat en plan övergår fas två till fas tre. I fas tre ska eleven använda den valda strategin och *komma fram till en lösning*. Här bör eleven även undersöka om det går att använda flera strategier för att lösa problemet (Pólya, 1945). Den fjärde och sista fasen syftar till att eleven ska *utvärdera* sitt genomförande av modellen för att kontrollera om svaret är rimligt och om lösningen stämmer överens med problemet (Pólya, 1945). Att nyttja Pólyas modell i vår studie bidrar till att förklara vår definition av begreppet *modell*. Pólyas modell återfinns i ett flertal av de behandlade forskningsstudierna och anses därför relevant att behandla i detta avsnitt.

3.5 Problemlösningsundervisning i tidigare och aktuella styrdokument

I detta stycke beskrivs utvecklingen och progressionen av problemlösning i tre upplagor av läroplanen. Beskrivningen görs för att ge en bredare bild av problemlösningens vikt i skolans undervisning.

3.5.1 LGR 80

Problemlösning behandlas som en central del i läroplanen för matematik från år 1980 (Skolöverstyrelsen, 1980). Läroplanen menar på att problemlösning är en grundläggande förmåga inom matematik. Problemlösningsundervisningen ska ge elever förutsättningar för att lösa problem i samhället och i vardagen. Problemlösningen ska enligt läroplanen behandlas i alla huvudmoment

och starkt kopplas samman med elevers egna erfarenheter (Skolöverstyrelsen, 1980). Det saknas kunskapskrav inom ämnet matematik i läroplanen och det finns inte heller några konkreta mål som ska uppfyllas inom problemlösning (Skolöverstyrelsen, 1980).

3.5.2 LPO 94

Även i läroplanen för matematik från år 1994 (Utbildningsdepartementet, 1994) återfinns ett fokus vid att utbildningen ska syfta till att utveckla elevers problemlösningsförmåga. Ett av de mål som undervisningen ska sträva mot är att kunna formulera och skapa lösningar på problem genom matematiken samt kunna värdera och tolka lösningar. Ytterligare ett mål som undervisningen strävar mot är att i slutet av det femte skolåret besitta de kunskaper som krävs för att kunna lösa och balansera konkreta problem i vardagen. Eleven ska även kunna nyttja enkla formler samt ekvationer vid problemlösning (Utbildningsdepartementet, 1994).

3.5.3 LGR 11

I den senaste upplagan av läroplanen LGR 11 ska innehållet i matematiken sträva mot att elever utvecklar kunskaper om matematik i vardagen (Skolverket, 2018). Att bidra med kunskap till elever om val av lämpliga strategier för att lösa matematiska problem är ett av skolans uppdrag (Skolverket, 2018). Matematikundervisningen ska sträva mot läroplanens kunskapskrav och ett kunskapskrav för årskurs tre är att "Eleven kan lösa enkla problem i elevnära situationer genom att välja och använda någon strategi med viss anpassning till problemets karaktär" (Skolverket, 2018, s.60). För att eleverna ska ges goda förutsättningar för att uppnå detta kunskapskrav behandlar det centrala innehållet att strategier i enkla matematiska problem ska finnas med i undervisningen (Skolverket, 2018). En förutsättning för att elever gör ett relevant val av strategi är att undervisningen skapar möjligheter till utveckling av problemlösningsförmågan (Skolverket, 2017). Skolverket (2017) belyser vikten av att uppgifterna inte har ett givet tillvägagångssätt utan att det finns flera lösningsmetoder vilket ger eleverna möjlighet till att utveckla sin förmåga att lösa problem.

3.5.4 Jämförelse mellan läroplanerna

Genomgående i de tre läroplanerna från år 1980, 1994 respektive 2011 tydliggörs problemlösningens fokus som en central del i undervisningen. Det syns en tydlig progression

mellan de olika läroplanerna gällande kunskapskraven för problemlösning. I läroplanerna från år 1980 (Skolöverstyrelsen, 1980) samt år 1994 (Utbildningsdepartementet, 1994) saknas kunskapskrav för årskurs tre inom problemlösning. I LGR11 finns det krav på att undervisningen ska utveckla elevers förmågor inom problemlösning samt att det finns kunskapskrav inom problemlösning från årskurs tre (Skolverket, 2018).

4. Metod

I detta avsnitt beskrivs tillvägagångssättet för denna systematiska litteraturstudie. De metoder som beskrivs är insamling av material, avgränsningar, urvalsmetod samt en avslutande metoddiskussion. För att ge en god överblick visas en tabell över sökningsprocessen samt en tabell där de behandlade studierna presenteras.

4.1 Systematisk litteraturstudie

Utifrån syftet med studien har vi funnit det lämpligt att använda oss av en systematisk litteraturstudie. En systematisk litteraturstudie innebär att det sker en systematisk sökning, en granskning av material samt en sammanställning av det valda problemområdet (Eriksson Barajas, Forsberg & Wengström, 2013). Data från tidigare gjorda empiriska studier ska analyseras utifrån det valda ämnet eller problemområdet i syfte att utveckla kunskaper. Studien ska baseras på den litteratur som samlas in och bestå av vetenskapliga studier eller rapporter. Vidare menar Eriksson Barajas m.fl. (2013) att de vetenskapliga studier eller rapporter som används ska granskas kritiskt och ingå i de krav som sker efter avgränsningar.

4.2 Litteratursökning

I de sökningar som gjorts i denna studie har främst databasen Education Resources Information Center (ERIC) använts. ERIC behandlar framför allt pedagogik och psykologi samt innehåller bland annat vetenskapliga studier, tidskriftsartiklar och rapporter (Eriksson Barajas m.fl., 2013). Vid sökningar på en internationell databas erfordras engelska sökord. Vid sökningarna användes booleska operatorerna som hjälpmedel. Detta innebär att databasen reagerar på olika kombinationer av ord och tecken för att ge ett snävare sökresultat. De booleska operatorerna som använts i denna studie är "AND" samt "OR". Genom att använda "AND" mellan två sökord genererar detta ett resultat som innehåller båda sökorden. Vid användningen av "OR" mellan två sökord innehåller sökresultatet istället ett av de två sökorden. Vid sökningen nyttjades även tecken för att precisera resultaten. Vid användningen av citattecken kring sökordet söker databasen endast efter ordet i dess helhet (Eriksson Barajas m.fl., 2013). Ett exempel på detta är vid sökningen efter *problem solving* där citattecken används runt de två orden "*problem solving*" vilket gör att dessa två ord hänger samman i sökningen.

Vi har även använt oss av SwePub vilket innehåller vetenskapliga publiceringar vid svenska lärosäten. Ytterligare en databas som nyttjats i denna studie var UniSearch vilket är Linköpings Universitets söktjänst via biblioteket som genererar en bred sökning i flera olika databaser. I de båda söktjänsterna förekommer både nationella och internationella texter vilket resulterade i att svenska och engelska sökord användes. I de söktjänster som nyttjats i denna studie är samtliga studier "*peer-reviewed*" eller "*refereegranskat*" vilket enligt Eriksson Barajas m.fl. (2013) innebär att den vetenskapliga kvalitén är hög och därmed kan anses som tillförlitliga.

4.3 Avgränsningar

I sökandet av forskningsstudier till denna studie gjordes ett antal avgränsningar för att reducera sökningens resultat samt öka studiernas relevans för denna studies syfte och frågeställning. De avgränsningar som gjordes var (1) studiernas publiceringsår, (2) elevernas ålder, (3) ett elev- eller lärarperspektiv, (4) innehåller ett flertal av sökorden, (5) behandlar problemlösning i matematik (6) att de är "*peer-reviewed*" eller "*refereegranskat*". Studierna som används i denna studie är publicerade från år 1999 och framåt. Valet att avgränsa från år 1999 och framåt gjordes då vi anser att forskningen fortfarande är aktuell. Valet av elevers ålder i studien baseras på att barn redan innan skolstart behärskar att lösa vardagliga problem (Ahlberg, 1995) och att utvecklingen i problemlösning bör ses som ett långsiktigt mål från skolstart upp till skolår 12 (Löwing & Kilborn, 2002). Detta gör att åldern avgränsas från att endast utgå från elever i förskoleklass till årskurs 3 till åldrarna 5 till 12 år. Avgränsningen av perspektiv innebär att studien utgår från både ett lärarperspektiv och ett elevperspektiv eftersom båda perspektiven är av vikt för elevers inläring. I sökandet av studier användes ett antal sökord i en kombination, exempelvis "problem solving", "mathematics instructions", "strategies" och "primary education". Vid val av studier krävdes det att ett flertal av sökorden ingick. Ytterligare en avgränsning som gjordes var att studierna endast behandlade problemlösning i matematik. Samtliga av de valda studierna var "*peer-reviewed*" eller "*refereegranskat*" vilket enligt Eriksson Barajas m.fl. (2013) definition av begreppet innebär att de är vetenskapligt granskade. Nedanför presenteras en tabell på tillvägagångssättet kring hur sökprocessen i ERIC genomfördes utifrån de ovannämnda avgränsningarna. Tabellen presenterar sökord, databas samt antalet sökträffar för att skapa en tydligare överblick i sökandet efter studier. Denna tabell är ett exempel på en av flera söksträngar som har nyttjats i sökandet. Vi har även genomfört en motsvarande sökprocess med liknande söksträng i databaserna UniSearch samt SwePub vilket resulterade i 42 respektive 23 sökträffar. Eftersom sökningarna i dessa databaser gav liknande resultat valde vi att endast visa sökprocessen för ERIC. I de nyttjade databaserna framkom

ett stort utbud av studier vid sökning på endast ‘‘problem solving’’. För att precisera sökresultatet krävdes därför en utförlig söksträng vilket presenteras i tabell 1 nedan.

Tabell 1. Sökprocessen i databasen ERIC.

Sökord	Databas	Sökträffar
’’Problem solving’’	ERIC	14.923
’’Problem solving’’ AND ‘‘mathematics instructions’’	ERIC	3.222
’’Problem solving’’ AND ‘‘mathematics instructions’’ AND ‘‘primary education’’	ERIC	858
’’Problem solving’’ AND ‘‘mathematics instructions’’ AND ‘‘primary education’’ AND ‘‘teaching methods’’	ERIC	413
’’Problem solving’’ AND ‘‘mathematics instructions’’ AND ‘‘primary education’’ AND ‘‘teaching methods’’ AND ‘‘learning strategies’’	ERIC	38

4.4 Urval

Baserat på de sökträffar som framkom gjordes flera urval för att välja ut de forskningsstudier som används i denna studie. Vi utgick från de 38 sökträffarna från ERIC, de 23 sökträffarna från SwePub samt de 42 sökträffarna från UniSearch vilket innebar totalt 103 studier. Det första urvalet utfördes genom att studera studiernas titel, vilket resulterade i 30 forskningsstudier som ansågs relevanta för det valda problemområdet. De 30 utvalda studierna blev fortsatt granskade och i det andra urvalet lästes sammanfattningen. Efter läsning av sammanfattningen valdes 12 studier bort då dessa inte längre ansågs vara relevanta för denna studies frågeställning. I de 18 studier som kvarstod analyserades resultat, metod samt diskussion grundligt. I denna urvalsprocess valdes ytterligare tio studier bort baserat på att de bland annat utgick från ett föräldraperspektiv, ett genomgående fokus på könet hos eleverna i studien samt att kopplingen till denna studies valda frågeställning var otydlig. De kvarstående studierna lästes i sin helhet och samtliga ansågs besvara den valda frågeställningen. Baserat på studiens frågeställning presenteras de nio valda studierna utförligt i resultatdelen. En sammanfattning av de utvalda studierna presenteras i tabell 2 nedan. Studiernas författare, titel, publiceringsår samt land beskrivs först för att skapa en tydlig överblick av de

utvalda studierna. Därefter visar tabellen den använda databasen och avslutningsvis den använda metoden för att även skapa en översikt kring vilken typ av studie som används.

Tabell 2. Studiens utvalda forskningsstudier ordnade efter författarnas efternamn.

Författare	Titel	År	Land	Databas	Metod
Bao	The Effectiveness of Using the Model Method to Solve Word Problems	2016	Australien och Singapore	ERIC	Kvantitativ
Bruun	Elementary Teachers' Perspectives of Mathematics Problem Solving Strategies	2013	USA	ERIC	Kvantitativ och kvalitativ
Firdaus m.fl.	Improving Primary Students' Mathematical Literacy through Problem Based Learning and Direct Instruction	2017	Indonesien	ERIC	Kvantitativ
Jögi och Kikas	Calculation and Word Problem-Solving Skills in Primary Grades--Impact of Cognitive Abilities and Longitudinal Interrelations with Task-persistent Behaviour	2016	Estland	UniSearch	Kvantitativ
Lee	An Appropriate Prompts System Based on the Polya Method for Mathematical Problem-Solving	2016	Taiwan	UniSearch	Kvantitativ
Palmér och von Bommel	Problem Solving in Early Mathematics Teaching—A Way to Promote Creativity?	2018	Sverige	SwePub	Kvantitativ och kvalitativ
Sulak	Effect of problem solving strategies on problem solving achievement in primary school mathematics	2010	Turkiet	UniSearch	Kvantitativ och kvalitativ
Usta m.fl.	Impact of Visuals on Primary School 4th Graders' Problem-Solving Success	2018	Turkiet	ERIC	Kvantitativ
Vula m.fl.	The Impact of Metacognitive Strategies and Self-Regulating Processes of Solving Math Word Problems	2017	Kosovo	ERIC	Kvantitativ

4.5 Metoddiskussion

Valet att i denna studie använda en systematisk litteraturstudie grundas i att detta arbete ska baseras på tidigare forskning kring det valda problemområdet. Forskningen som behandlas i denna studie ska granskas och sammanställas i syfte att besvara den valda frågeställningen. Denna studie är ett konsumtionsarbete vilket innebär att tidigare forskning ska analyseras och bearbetas. Genom denna metod kan forskningen analyseras utifrån flera olika aspekter och ge möjlighet till att få ta del av olika infallsvinklar i det valda problemområdet (Eriksson Barajas m.fl., 2013). Baserat på syftet med denna studie är en systematisk litteraturstudie den mest lämpliga metoden då vi endast ska analysera andras genomförda studier.

Studiens val av avgränsningar är uppdelat i flera sektioner och huruvida avgränsningarna är lämpade för studien diskuteras nedan. I den första avgränsningen gällande studiernas ålder gjordes valet att endast använda studier från år 1999 och framåt. Detta val innebär enligt oss att studierna fortfarande är aktuella. Genom denna avgränsning kan vi dock gå miste om andra studier av hög kvalitet och relevans som är äldre än 20 år. Vi är medvetna om detta men anser att studierna genom denna avgränsning står i närmare relation till dagens skola.

Studien skulle om möjligt endast behandla elever i åldrarna 5 till 10 år eftersom syftet och frågeställningen syftar till undervisning från förskoleklass till tredje klass. Avgränsningarna fick breddas till elever från 5 till 12 år då ett flertal av de sökresultat som framkom i sökningen efter studier behandlade elever från 11 år och uppåt. Den höjda avgränsningsåldern är fortfarande väsentligt för vår studie då problemlösning bör ses som ett långsiktigt mål med start i förskoleklass fram till skolår 12 (Löwing & Kilborn, 2002). Med detta i åtanke anser vi att åldersspannet 5 till 12 år överensstämmer väl med syftet och frågeställningen i studien.

Vi kan även ställa oss frågan kring hur sökprocessen kunde sett annorlunda ut. Samtliga forskningsstudier som denna studie behandlar har påträffats genom en databassökning. Sökningen har inte skett manuellt vilket kan innebära att vi har missat relevanta forskningsstudier som andra studier har refererat till i sin forskning. Vid eventuell framtida systematisk litteraturstudie kommer vi ta hänsyn till de ovanstående kritiska aspekterna för att vidareutveckla studiens kvalitet.

5. Resultat

Denna del avser till att presentera resultaten av de utvalda forskningsstudierna baserat på denna studies valda frågeställning kring hur lärarens val av undervisningsmetod i problemlösning påverkar elevers matematiska kunskaper. Forskningen presenteras efter vilken typ av undervisningsmetod som studierna behandlar. Vi har valt att dela in de olika studierna i två avsnitt vilka är lärarens val av *undervisning i specifika metoder* och *undervisning genom en modell*. Valet av dessa två avsnitt baseras på innehållet i de granskade studierna. Uppdelningen syftar till att ge en tydlig bild av studiernas resultat kring olika undervisningsmetoder.

5.1 Undervisning genom en metod

Med specifika metoder menar vi att studierna behandlar och undersöker en vald metod i problemlösning. De använda metoderna i de analyserade studierna kan innehålla en eller flera strategier. Nedan presenteras fyra olika studier där någon form av metod används.

Usta, Yilmaz, Kartopu samt Faruk Kadan (2018) har genomfört en studie och undersökte om visuella representationer som undervisningsmetod hjälper till i utvecklingen av elevers problemlösningsförmåga. Fyra fjärdeklasser i Turkiet och totalt 108 elever har medverkat i undersökningen där hälften av eleverna agerade kontrollgrupp och hälften experimentgrupp. Båda grupperna genomförde två förtest och två avslutande eftertest i syfte att kontrollera den eventuella utvecklingen av problemlösningsförmågan, vilket innebär att studien delades upp i två delar. Den andra delen motsvarar istället *undervisning genom en modell* som presenteras i kommande avsnitt. I den första delen fick eleverna i experimentgruppen visuellt stöd till frågorna vilket innebär en illustration av uppgiften tillsammans med en problemlösningsuppgift. Kontrollgruppen genomgick den vanliga problemlösningsundervisningen utan någon specifik metod. Resultatet av studien visar att de elever som nyttjade visuella representationer presterade märkbart bättre på eftertestet i jämförelse med kontrollgruppen. De elever med visuellt stöd visade en djupare förståelse för problemet samt en god utveckling i sin problemlösningsförmåga.

Bao (2016) genomförde en studie kring en specifik undervisningsmetod och undersökningen utfördes i en grundskola i Victoria, Kanada. Studien sträckte sig över två veckor och de 73 medverkande eleverna studerade i tre olika klasser i årskurs fyra. Ytterligare en klass i årskurs fyra medverkade men agerade kontrollgrupp. Syftet med forskningen var att ta reda på om användningen av en specifik metod i undervisningen gynnade grundskoleelevers utveckling i problemlösning. De

undervisande lärarna i respektive klasser fick genomgå en utbildning om att undervisa i den specifika metoden. Läraren i den klass som agerade kontrollgrupp fick inte ta del av denna utbildning. Metoden går ut på att använda olika typer av staplar för att skapa ett visuellt hjälpmedel. Dessa staplar ritas eleverna själva på papper baserat på en problemuppgift för att kunna se skillnaden i innehållet. Metoden syftar till att eleverna utvecklar verktyg för att skapa förståelse och hitta lämpliga strategier i problemlösningsuppgifter. Lärarna skulle sedan implementera denna metod i sin undervisning. Det genomfördes två tester för att kontrollera resultatet av undervisningen. Först ett förtest innan undervisningen genom den specifika metoden i problemlösning och sedan ett eftertest för att studera elevernas möjliga progression. Resultatet visade att samtliga elever i experimentgrupperna genomgående förbättrade sin problemlösningsförmåga genom att använda metoden. Kontrollgruppen genomgick undervisning utan en specifik metod. Läraren i kontrollgruppen hade inte genomgått utbildning i den specifika metoden och visade på låga resultat i eftertestet. Detta tyder enligt Bao (2016) på att undervisningsmetoden har en effektiv inverkan på elevers problemlösningsförmåga och matematiska kunskaper. Denna metod hjälper effektivt elever att skapa visuella representationer av problemuppgifter och genom detta kunna välja en lämplig lösningsmetod. Genom de visuella representationerna ges eleverna möjlighet att förstå problemet och kunna identifiera hur det kan lösas. Studien trycker även på vikten av att den undervisande läraren är förtrogen med den metod som ska läras ut. I kontrollgruppen där läraren inte hade genomgått utbildningen i metoden visade eleverna på lägre resultat än experimentgrupperna. Detta är enligt Bao (2016) ett bevis på att utbilda läraren i den specifika metoden är nödvändig för att ge eleverna effektiva verktyg att kunna nyttja sina kunskaper.

Ytterligare en studie gällande specifika metoder utfördes av Bruun (2013) i USA. Studiens syfte var att undersöka om lärarens val av undervisningsmetod i problemlösning påverkar elevernas kunskaper. Syftet var även att analysera vilka problemlösningsstrategier läraren använder i sin undervisning. I studien medverkade 70 lärare från 42 olika skolor. Lärarna undervisade i matematik för årskurserna två till fem. Studien baseras på tidigare forskning om användningen av strategier inom problemlösning och även intervjuer. Detta innebär att studien både är kvalitativ och kvantitativ. Baserat på den tidigare kvantitativa forskningen genomfördes den kvalitativa studien. I undersökningen intervjuades lärarna om vilka strategier de använder i sin undervisning. I studien nämns sju olika strategier vilka Bruun (2013) benämner som viktiga i undervisningen. Den första strategin innefattar att rita en bild för att visualisera problemet och därmed finna en lösning. I den andra strategin ska eleven leta efter mönster i problemet. Den tredje strategin innebär att eleven gissar sig fram till en lösning för att sedan kontrollera om resultatet är rimligt. Den fjärde strategin

syftar till att eleven ska dramatisera problemet för att skapa en förståelse. Den femte strategin innebär att eleven ska skapa en tabell för att skapa förståelse för problemet. I den sjätte strategin försöker eleven att finna enklare problem i uppgiften. Den sista och sjunde strategin som behandlas i undersökningen innebär att eleven arbetar baklänges med uppgiften för att finna en lösning. Studien visade att ingen av de 70 medverkande lärarna använde sig av alla de sju ovannämnda strategierna i sin undervisning. Den mest förekommande strategin som nyttjades i undervisningen var att rita en bild. I intervjuerna studerades även lärarnas kännedom och användning av Pólyas fyra faser. Studien visade att 10% av de 70 medverkade lärarna var förtrogna med Pólyas fyra faser. Sammanfattningsvis visar studien att elever genom den undervisning där läraren inkluderar flera strategier kan utveckla en bättre problemlösningsförmåga än de elever som endast använder en strategi. Det framkommer även att elever utvecklar sin matematiska kunskap genom att undervisas om olika tankesätt. För att ge elever goda möjligheter att bli bra problemlösare bör undervisningen inkludera flera olika strategier och även ge elever möjlighet att nyttja flera olika tankesätt.

Palmér och van Bommel (2018) genomförde en studie gällande en specifik metod i Sverige. Det var 145 sexåringar som medverkade från tre olika skolor. Studien sträckte sig över ett år och syftet med studien var att utforska möjligheter och begränsningar med att lära unga elever matematik genom en specifik metod i problemlösning. Under lektionerna på 30 minuter blev eleverna indelade i mindre grupper, där fokus låg på en specifik problemlösningsuppgift. Lektionerna inleddes alltid med att eleverna fick arbeta självständigt för att sedan arbeta tillsammans med en klasskompis.

Avslutningsvis ledde forskaren en diskussion i helklass. Efter varje lektion samlades material in för att undersöka vilken strategi som eleverna hade använt sig av. Innan studien påbörjades genomfördes ett förtest och sedan även ett eftertest i form av intervjuer. Under studiens gång framkom det att eleverna hade svårigheter med att lösa problemlösningsuppgifter. Eftertestet visade att eleverna har stora möjligheter till att utveckla sin matematiska kunskap genom problemlösning då de hade en positiv inställning och en vilja att lära. Studiens slutsats är att yngre elever är kapabla till att möta matematiken genom problemlösning och därmed utveckla sin matematiska kunskap. Studien visade endast möjligheter med att introducera problemlösning till yngre elever och inte några begränsningar.

5.1.1 Sammanfattning av studiernas resultat

Sammanfattningsvis visar samtliga studier att en genomtänkt undervisningsmetod i problemlösning kan vara gynnsamma för elevers utveckling av matematiska kunskaper. Bao (2016) belyser vikten av att läraren besitter goda kunskaper om den specifika metoden som undervisningen behandlar.

När olika tankesätt nyttjas i undervisningen utvecklas elevernas förståelse kring problemet (Bao, 2014; Bruun, 2013). Palmér och van Bommel (2018) visar i sin studie att genom att tidigt introducera matematiken genom problemlösning skapar det goda förutsättningar för den fortsatta matematikutvecklingen. Både Bao (2016) och Usta m.fl. (2018) visar i sina studier att visuella representationer är gynnsamt för elevers inläring i problemlösning. Hur elevers matematiska kunskapsutveckling påverkas av undervisning genom en modell istället för dessa typer av metoder lyfter vi fram i nästa avsnitt.

5.2 Undervisning genom en modell

Med undervisning genom en modell avser vi att modellen genomsyrar undervisningen och att eleverna lär sig tankesätt och processer i problemlösning som går att implementera i all matematik. En modell beskrivs även i studierna som ett problembaserat lärande.

Firdaus, Wahyudin och Herman (2017) genomförde en studie som presenterar undervisning genom en modell i syfte att utveckla elevers matematiska kunskaper. Studien undersöker elevers förståelse för matematiska begrepp där vardagsproblem är ett av elevernas problemområden. Syftet med studien var att undersöka om elevers matematiska färdigheter förbättras genom ett problembaserat lärande eller genom direkta instruktioner. Undersökningen genomfördes i Indonesien i årskurs fem och innefattade två stycken experimentgrupper. Den ena experimentgruppen fick problembaserad undervisning där fokus låg vid att koppla matematiken till elevnära situationer. Detta innebär att läraren hjälper eleverna att utveckla tankesätt för att kunna lösa problemet, skapa en lösning och göra innehållet relaterbart. Undervisningen utgår från en tankemodell i fyra steg där eleverna blir medvetna om problemet för att komma fram till ett rimligt resultat. Dessa fyra steg är att granska och presentera problemet, finna en strategi för att lösa problemet, använda den valda strategin samt att utvärdera resultatet. Den andra experimentgruppen fick istället undervisning baserat på direkta instruktioner av läraren. Direkta instruktioner innebär en genomgång av arbetsområdet och sedan stöttning av läraren under det individuella arbetet. Resultatet av undervisningen analyserades utifrån ett förtest och ett eftertest. Resultatet visade att gruppen med elever som hade en problembaserad undervisning presterade bättre på eftertestet än den grupp med elever som hade direkta instruktioner. Genom den problembaserade undervisningen lär sig elever matematiska kunskaper mer effektivt än genom direkta instruktioner. Grunden till att utveckla matematisk kunskap ligger enligt Firdaus m.fl. (2017) i att elever får lösa verkliga matematiska problem och inte bara uppgifter med matematiska symboler. Det är även av stor vikt att läraren grundar sin undervisning på goda matematiska kunskaper och besitter en förståelse för elevers inlärningsförmåga i grundskolan.

En annan studie genomfördes av Jögi och Kikas (2016) i Estland och behandlade en undervisning genom ett problembaserat lärande. Studiens syfte var att forska om undervisning i problemlösning i de lägre åldrarna har någon inverkan på elevers fortsatta matematikutveckling. Jögi och Kikas (2016) undersökte fyra olika aspekter och dess samspel i matematikutvecklingen. Dessa aspekter var beräkningsförmåga, problemlösningförmåga, tankegångar samt den språkliga förmågan. Det medverkade 864 elever från 33 olika skolor i undersökningen. Studien sträckte sig över en längre tid, från att eleverna gick i årskurs ett till att de gick i årskurs tre. I slutet av årskurs 1 blev eleverna testade i sina kunskaper kring problemlösning genom ett förtest. Studien avslutades med ett eftertest när eleverna gick i slutet av årskurs tre. Resultatet visade att elevernas tankegångar och språkliga förmåga hade störst påverkan i utvecklingen av problemlösningförmågan. Undervisningen bör därför inkludera ett fokus på elevers tankegångar och den språkliga förmågan för att gynna problemlösningförmågan och i sin tur den matematiska utvecklingen. De elever som inte hade en tydlig utveckling i sina tankegångar och den språkliga förmågan från förtestet till eftertestet visade ett lägre resultat inom problemlösning. Studien visar även att elever med en god problemlösningförmåga har lättare att ta till sig nya matematiska begrepp och kunskaper.

Sulak (2010) genomförde en studie i en grundskola i Turkiet. Studien sträckte sig över 14 veckor i två stycken årskurs två klasser. Syftet med studien var att analysera effektiviteten kring problembaserad undervisning samt elevers tankegångar under lösningsprocessen. Det ingick en experimentgrupp och en kontrollgrupp i studien. Experimentgruppen fick problembaserad undervisning där fokus låg vid att eleverna skulle förstå problemet, välja en strategi samt förklara problemet. De strategier som undervisningen behandlade var att rita diagram, göra en tabell, skriva matematiska meningar, leta efter mönster, göra en lista, använda logiskt resonemang samt gissa och kontrollera. Kontrollgruppen fick inte problembaserad undervisning utan fortsatte den vanliga matematikundervisningen av klassläraren. Studien använde sig av tester, ett i mitten av studien och ett i slutet. Avslutningsvis genomfördes kvantitativa intervjuer med eleverna för att följa upp deras tankegångar och strategianvändning. Resultatet visade att experimentgruppen presterade betydligt bättre än kontrollgruppen kring strategianvändning. Förtestet visade att båda grupperna genomgående endast använde sig av en strategi i lösningsprocessen. Eftertestet visade att de elever som genomgick den problembaserade undervisningen utvecklade fler strategier som de kunde använda sig av. Slutsatsen av studien visade att genom undervisning i problemlösningstrategier utvecklar eleverna kunskaper i problemlösning vilket i sin tur gynnar elevernas matematiska kunskaper.

Vula, Avdyli, Berisha, Saqipi och Elezi (2017) genomförde en studie om elevers problemlösningsförmåga och matematiska kunskaper påverkas av undervisning genom metakognitiva processer. Med metakognitiva processer menar Vula m.fl. (2017) att eleven blir medveten om sin tankegång samt uppmärksammar det egna tänkandet. Det var 263 elever i Kosovo från både tredjeklass och femteklass som deltog i studien. Eleverna fick genomföra ett förtest och sedan ett eftertest för att kunna jämföra elevernas eventuella utveckling. Hälften av eleverna fick ta del av metakognitiva instruktioner och resterande elever agerade kontrollgrupp som inte fick någon anpassad undervisning. De instruktioner eleverna fick ta del av var metakognitiva frågor och tankesätt. Detta innefattar fem steg vilka är förståelse för problemet, att se samband, vilken strategi som bör användas, att räkna ut uppgiften med hjälp av den valda strategin samt att utvärdera sitt tillvägagångssätt. Resultatet visade att de elever som fick ta del av de metakognitiva frågorna effektiviserar inläringen och ökar elevernas förståelse i matematik. Vula m.fl. (2017) menar att eleverna genom undervisningen ska lära sig strategier och då krävs dessa typer av tankesätt och processer. Tankesätten och processerna lär eleverna att kontrollera sina handlingar, bidrar till en ökad resonemangsförmåga samt en förståelse av vikten att kunna reflektera och utvärdera processer. Detta leder enligt Vula m.fl. (2017) i sin tur till utvecklade matematiska kunskaper.

En annan studie genomförd av Lee (2016) undersökte om Pólyas problemlösningsmodell i fyra faser påverkar elevers kunskapsutveckling i matematik. Undersökningen genomfördes i två klasser i årskurs fem i Taiwan där en av klasserna agerade kontrollgrupp och den andra klassen experimentgrupp. Experimentgruppen fick undervisning utformad efter Pólyas modell i fyra faser för problemlösning. Grupperna hade samma lärare som genomförde undervisningen. Utvecklingen kontrollerades genom ett förtest och ett eftertest i både kontroll- och experimentgruppen. Kontrollgruppen visade ingen utmärkande utveckling i resultatet i jämförelse med experimentgruppen där resultatet drastiskt förbättrats. Den grupp med elever som fick undervisning utformat efter Pólyas fyra steg visade en tydlig progression i utvecklingen av matematiska kunskaper. Resultatet av studien visar att eleverna i experimentgruppen effektivt förbättrar sin inlärningsprocess och utveckling av matematikkunskaper genom Pólyas modell. Resultatet av studien visar även att en väl genomtänkt undervisningsmetod gynnar elevers utveckling i matematiken och deras problemlösningsförmåga.

I Usta, Yilmaz, Kartopu samt Faruk Kadans (2018) studie som presenterades under avsnittet *undervisning genom en metod* genomfördes även forskning baserat på Pólyas modell i fyra faser. Av de fyra fjärdeklasser som medverkade i undersökningen agerade två stycken klasser kontrollgrupper och två stycken experimentgrupper. Båda grupperna genomförde två förtest och två

avslutande eftertest i syfte att kontrollera den eventuella utvecklingen av problemlösningsförmågan, vilket innebär att studien delades upp i två delar. I den andra delen fick experimentgruppen instruktioner och undervisning baserat på Pólyas fyra faser för problemlösning. Resultatet av eftertestet visade att experimentgruppen som fick undervisning baserat på Pólyas fyra faser presterade märkbart bättre än kontrollgruppen som genomgick undervisning utan modellen. Studien visade även att ett av de viktigaste stegen i Pólyas fyra faser är att förstå problemet då det är grundläggande för att kunna genomföra de resterande stegen.

5.2.1 Sammanfattning av studiernas resultat

Sammanfattningsvis trycker samtliga behandlade studier i detta avsnitt på att en god problemlösningsförmåga kan underlätta för elevers matematiska kunskaper. Undervisning genom modeller ger eleverna en god problemlösningsförmåga vilket skapar förutsättningar till en ökad förståelse och effektivare inläring i matematiken (Vula m.fl., 2017; Firdaus m.fl., 2017; Lee, 2016). Sulak (2010) och Firdaus m.fl. (2017) lyfter fram vikten av att undervisningen ska behandla flera problemlösningstrategier för att öka elevernas förmåga att lösa matematiska problem. När elever besitter förmågan att nyttja olika tankesätt ges de förutsättningar för att lära sig problemlösningstrategier (Vula m.fl., 2017; Jögi & Kikas, 2016; Usta m.fl., 2018).

6. Diskussion

Sammanfattningsvis kan vi utifrån studiernas resultat se att en god problemlösningsförmåga och en genomtänkt undervisningsmetod är gynnsamma för elevers matematiska kunskaper. Genom att nyttja Pólyas fyra steg i undervisningen menar Bao (2014) och Usta m.fl. (2018) att elevers förståelse kring problem utvecklas. Läraren ska även basera sin undervisning på goda kunskaper i den valda undervisningsmetoden i problemlösning (Bao, 2016; Firdaus m.fl., 2017). Att elever ges förutsättningar att nyttja olika tankesätt skapar möjligheter till att utveckla hållbara problemlösningsstrategier (Vula m.fl., 2017; Jögi & Kikas, 2016; Bruun, 2013). I undervisningen ska läraren ge elever möjligheter till att utveckla flera olika problemlösningsstrategier i syfte att öka problemlösningsförmågan (Sulak, 2010; Firdaus m.fl., 2017). I detta avsnitt kommer de ovannämnda resultaten att diskuteras. Avslutningsvis kommer frågan tas upp kring hur vidare forskning kring det valda problemområdet kan bedrivas.

6.1 Vikten av lärarens kompetens i undervisningen

Utifrån de analyserade studierna framkom det att användningen av både specifika modeller och metoder i undervisningen är gynnsamma för elevers kunskapsutveckling. Bao (2016) och Firdaus m.fl. (2017) betonar vikten av lärarens egna kompetens och utbildning i problemlösning då det står i direkt relation till elevers kunskapsutveckling. I Baos (2016) studie där lärarna genomgick en utbildning i den specifika metoden jämfört med en lärare som inte fick samma utbildning syntes stor skillnad i elevernas resultat. Studiens resultat kan vi uppfatta som att lärarens utbildning är av stor vikt för att ge elever goda förutsättningar för att nå upp till de kunskapskrav och mål som finns i gällande styrdokument. I ett flertal av de analyserade studierna kan vi se kopplingar till Pólyas (1945) fyra faser. Dessa nämns specifikt i Bruun (2013), Lee (2016) samt Usta m.fl. (2018). Vi kan även se kopplingar till Pólyas tankesätt i Firdaus m.fl. (2017), Jögi och Kikas (2016) samt Vulas m.fl. (2017) studier trots att Pólya inte nämns. Det innebär att sex av de totalt nio analyserade studierna nämner eller synliggör en koppling till Pólya. Eftersom Pólya finns med i många av de behandlade studierna kan vi se hans tankesätt som en central del i problemlösningsundervisningen. Vi drar då slutsatsen om att lärarens medvetenhet och användning av dessa tankesätt är gynnsamt eftersom studierna visar på goda resultat. Bruun (2013) visar i sin studie att endast ett fåtal av de medverkande lärarna var förtrogna med Pólyas fyra faser. Då samtliga studier som i någon form använder sig av Pólyas (1945) tankesätt pekar på positiv utveckling av elevers kunskaper anser vi att lärare bör få utbildning i denna modell. Detta resultat kopplar vi starkt samman med att lärarens utbildning kring det specifika området är grundande för elevers resultat. Grevholm (2014) lägger

stor vikt vid att elevers prestationer och resultat i matematiken är direkt påverkade av lärarens kunskaper och upplägg av undervisningen. När läraren förstår innehållet och aktivt utvecklar sina egna kunskaper skapas de bästa förutsättningarna för att elever ska utveckla goda matematiska kunskaper.

6.2 Hur kan problemlösning gynna elevers matematiska kunskaper?

En god problemlösningsförmåga menar samtliga studier är gynnsamt för elevers matematiska kunskaper. Att problemlösning är en central del i matematikundervisningen lyfts fram i läroplanen där undervisningen ska bidra till att utveckla problemlösningsförmågan för att kunna lösa matematiska vardagssituationer (Skolverket, 2018). Skolverket lyfter även fram att undervisningen ska ge elever förutsättningar att utveckla strategier, något vi starkt kan koppla samman med resultatet i ett flertal av de behandlade studierna (Vula m.fl., 2017; Jögi & Kikas, 2016; Bruun, 2013; Sulak, 2010; Firdaus m.fl., 2017). Firdaus m.fl. (2017) samt Sulak (2010) betonar att utvecklingen av flera olika problemlösningstrategier bidrar till en ökad problemlösningsförmåga. En god problemlösningsförmåga ger elever möjligheter att kunna resonera matematiskt vilket kan nyttjas i flera delar av matematiken (Skolverket, 2017). Det gör att vi ställer oss frågan kring om problemlösning kan vara fördelaktig i alla delar av matematiken. Utifrån studiernas resultat kan vi se att problemlösningsförmågan är av stor vikt för elevers fortsatta matematiska utveckling. Detta kan bidra till att vi tolkar våra studier som att problemlösning är en av den viktigaste faktorn i elevers matematikutveckling samt att elever endast gynnas av den problembaserade undervisningen. Genom Palmér och von Bommels (2018) studie nyttjas problemlösning som en introduktion till matematiken med goda resultat. Utifrån tidigare nämnda aspekter undrar vi därför om problemlösningen bör ges ännu större utrymme i den svenska skolan än i dagens läge.

6.3 Studiens bidrag och förslag på vidare forskning

Sammanfattningsvis har denna studie bidragit med kunskap kring lärarens val av undervisningsmetoder i problemlösning och vad tidigare forskning visar. I jämförelse mellan studierna ser vi ett tydligt samband i att olika undervisningsmetoder i problemlösning påverkar elevers matematiska kunskapsutveckling. Samtliga studier visar på ett gott resultat i användningen av problemlösning i undervisningen. Studierna visar även att kombinationen av en genomtänkt undervisningsmetod och en undervisning som bidrar till ökad problemlösningsförmåga ger elever goda förutsättningar att utveckla sina matematiska kunskaper. Vår målsättning är att denna studie kan bidra till att verksamma lärare samt lärarstuderande utvecklar ett intresse och ges en ökad

förståelse för problemlösningens vikt i undervisningen för F-3. Undervisningen i den svenska skolan ska baseras på vetenskaplig grund (Skollagen, 2010:800) SkoL, 1 kap. 5 § och genom denna studie ges ett vetenskapligt perspektiv av undervisningsmetoder i problemlösning.

Vi har under arbetets gång kommit fram till att forskningen gällande undervisningsmetoder i en nationell kontext inte är lika beprövad och utforskad som internationellt. På grund av svårigheter att finna nationell forskning inom vårt valda problemområde är endast en av de nio analyserade studierna ur ett nationellt perspektiv. Den internationella forskningen har behandlat undervisningsmetoder i en större utsträckning vilket gör att vår studie främst utgår från det. Den nationella forskningen är av störst relevans för vår framtida yrkesverksamhet då den syftar till undervisning i den svenska skolan utifrån den aktuella läroplanen och skollagen. Vår studie är avsedd till lärarstudenter och lärare verksamma i Sverige. Avslutningsvis anser vi därför att det bör forskas mer om val av undervisningsmetoder i problemlösning på nationell nivå och dess inverkan på elevers matematiska kunskapsutveckling. Den nationella forskningen bör behandla undervisning i årskurs F-3 baserat på specifika modeller och metoder där lärarens val ligger i fokus. Detta kan ske genom intervjuer av verksamma lärare samt tester av elevers kunskapsutveckling beroende på vilken undervisningsmetod som nyttjas.

7. Referenslista

Ahlberg, A. (1995). *Barn och matematik: problemlösning på lågstadiet*. Lund: Studentlitteratur.

Bao, L. (2016). The Effectiveness of Using the Model Method to Solve Word Problems. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 21(3), 26-31. Från <https://eric.ed.gov/?id=EJ1115069>

Bergman Ärlebäck, J. (2013). Matematiska modeller och modellering – vad är det? *Nämna*, 3(13), 21-26. Från <http://liu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2:665779>

Bruun, F. (2013). Elementary Teachers' Perspectives of Mathematics Problem Solving Strategies. *The Mathematics Educator*, 23(1), 45–59. Från <https://eric.ed.gov/?id=EJ1020068>

Engvall, M. (2013). *Handlingar i matematikklassrummet: en studie av undervisningsverksamheter på lågstadiet då räknemetoder för addition och subtraktion är i fokus*. Diss. Linköping : Linköpings universitet, 2013. Linköping.

Eriksson Barajas, K., Forsberg, C. & Wengström, Y. (2013). *Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap: vägledning vid examensarbeten och vetenskapliga artiklar*. (1. utg.) Stockholm: Natur & Kultur.

Firdaus, F. M., Wahyudin, & Herman T. (2017). Improving primary students' mathematical literacy through problem based learning and direct instruction. *Educational Research and Reviews*, 12(4), 212-219. doi:10.5897/ERR2016.3072

Grevholm, B. (2014). *Lära och undervisa matematik: från förskoleklass till åk 6*. (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Illeris, K. (2015). *Lärande*. (3. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Jögi, A-L., & Kikas, E. (2016). Calculation and work problem-solving skills in primary grades: Impact of cognitive abilities and longitudinal interrelations with task-persistent behaviour. *The British Psychological Society*, 86(1), 165–181. doi:10.1111/bjep.12096

- Karlsson, N., & Kilborn, W. (2015). *Matematikdidaktik i praktiken: att undervisa i årskurs 1-6*. (1. uppl.) Malmö: Gleerups Utbildning.
- Lee, C. (2016). An Appropriate Prompts System Based on the Polya Method for Mathematical Problem-Solving. *EURASIA Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 13(3), 893-910. doi:10.12973/eurasia.2017.00649a
- Löwing, M., & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik: för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.
- Palmér, H., & van Bommel, J. (2018). Problem Solving in Early Mathematics Teaching—A Way to Promote Creativity? *Creative Education*, 9(12), 1775-1793. doi:10.4236/ce.2018.91212
- Pólya, G. (1945). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press.
- Skollagen (SFS 2010:800). Stockholm: Utbildningsdepartementet
- Skolverket. (2017). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik 2011: reviderad 2017*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2018). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2018*. (5. uppl.). Stockholm: Skolverket.
- Skolöverstyrelsen. (1980). *Läroplan för grundskolan. Allmän del: mål och riktlinjer, kursplaner, timplaner*. Stockholm: LiberLäromedel/Utbildningsförl..
- Sulak, S. (2010). Effect of problem solving strategies on problem solving achievement in primary school mathematics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 9(1), 468-472. doi:10.1016/j.sbspro.2010.12.182
- Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan: för att skapa tillfällen till lärande*. Diss. Umeå : Umeå universitet, 2007. Umeå.

Usta, N., Yilmaz, M., Karopu, S., & Kadan, Ö.F. (2018). Impact of Visuals on Primary School 4th Graders' Problem-Solving Success. *Universal Journal of Educational Research* 6(10), 2160-2168. doi:10.13189/ujer.2018.061014

Utbildningsdepartementet. (1994). *Läroplaner för det obligatoriska skolväsendet och de frivilliga skolformerna: Lpo 94 : Lpf 94*. Stockholm: Utbildningsdep.

Vula, E., Avdyli, R., Berisha, V., Saqipi, B., & Elezi, S. (2017). The impact of metacognitive strategies and self-regulating processes of solving math word problems. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 10(1), 49-59. doi:10.26822/iejee.2017131886

Bilaga

Bilaga 1

Självvärdering av examensarbetet

Ellen Bååth

Jag och Hanna har under hela arbetet samarbetat bra och utformat en väl fungerande arbetsform. Vi båda är väl insatta i arbetets innehåll och struktur. Jag har varit delaktigt i alla delar i arbetsprocessen. Under arbetets gång har jag och Hanna skrivit i ett gemensamt dokument. Vi har stundtals skrivit enskilt för att sedan bearbeta det skrivna gemensamt. Jag har skrivit ungefär hälften av den skrivna texten i arbetet och när jag inte skrev kom jag muntligt med förslag på vad vi kunde skriva eller bearbetade det som redan var nedskrivet. Vi skrev även många delar av arbetet gemensamt, där jag skrev ibland och Hanna muntligt kom med förslag och tvärtom. I litteratursökandet sökte jag efter artiklar och läste dem sedan för att hitta relevanta studier för vår frågeställning. När våra artiklar var utvalda läste jag hälften noggrant och sammanfattade det viktiga i vårt dokument. Efteråt berättade jag muntligt för Hanna vad artiklarna behandlade.

Bilaga 2

Självvärdering av examensarbetet

Hanna Karlsson

I detta examensarbete har vi genomgående samarbetat och båda har deltagit i samtliga avsnitt av studien. Jag har arbetat med alla avsnitt i studien och är genom detta väl förtrogen med struktur och innehåll. Jag har läst den litteratur som nyttjats i arbetet och vi har delat upp de behandlade studierna mellan varandra vilket innebär att jag har studerat hälften av dessa grundligt. Jag och Ellen har skrivit i ett gemensamt dokument där jag skrivit och vi gemensamt sedan har diskuterat texten och vice versa. För att producera innehållet har detta arbetssätt använts men även diskussion gemensamt där vi diskuterar varje mening innan den skrivs ner.