Elevers möten med matematik

En studie om elevers möten med matematik
i förskoleklass och årskurs 1

Sofie Arnell

Elevers möten med matematik

En studie om elevers möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1

Sofie Arnell

Linköping Studies in Behavioural Science No. 231
Utbildningsvetenskap
Linköping 2021

Linköping Studies in Behavioural Science • No. 231

Distribueras av:
Institutionen för beteendevetenskap och lärande
Linköpings universitet
581 83 Linköping

Sofie Arnell
Elevers möten med matematik
En studie om elevers möten med matematik i förskoleklass och
årskurs 1

Upplaga 1:1
ISBN 978-91-7929-605-6
ISSN 1654-2029

©Sofie Arnell
Institutionen för beteendevetenskap och lärande 2021

Omslagsillustration: Rebecka Engstrand

Detta verk är licensierat under en Creative Commons
Erkännande 4.0 Internationell Licens
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.sv>

Tryckeri: LiU-tryck, Linköping 2021

Förord

Att skriva en avhandling har av flera doktorander före mig liknats vid en resa: en färd på ett öppet hav, en vandring i varierande terräng, en tågresor med väntade och oväntade stopp. Någonstans i fjärran finns en slutdestination, men vägen dit är inte utstakad i förväg. Jag kan skriva under på alla dessa liknelser. Min egen resa började i oktober 2010. Den har innefattat fyra planerade stopp, viss tvekan vid några vägskaer och även en eller annan omväg, men den har också erbjudit spännande utmaningar och många nya erfarenheter.

Så här vid resans slut vill jag ta tillfället i akt att tacka dem som på olika sätt har bidragit till att jag nu har nått mitt mål. Först och främst vill jag tacka de elever och lärare som har deltagit i den empiriska studien som avhandlingen baseras på. Utan er hade det inte funnits några möten med matematik att skriva om, så stort tack!

Mina två handledare, huvudhandledare Joakim Samuelsson och biträdande handledare Karin Forslund Frykedal, som tålmodigt har stått vid min sida under hela doktorandtiden, är också väl värda ett tack! Tack Jocke för att du med din analytiska skärpa och goda förmåga att se helheten har hjälpt mig att lyfta blicken och inte fastna för mycket i detaljer. Tack Karin för dina insiktsfulla råd om bland annat forskningsmetod och din förmåga att ställa frågor som har fått mig att reflektera över vad det är jag faktiskt vill säga. Det och mycket mer vill jag tacka er för, men framförallt för att ni aldrig har tvivlat på mig, även om jag själv har gjort det. För det är jag er evigt tacksam!

Jag vill också passa på att tacka mina kollegor på avdelningen för pedagogik och didaktik (PeDi) vid Linköpings universitet. Så här i tider av covid-19 har vi inte haft tillfälle att ses ”på riktigt” på väldigt länge. Jag ser fram emot att så småningom ses i korridorer och lunchrum igen för att byta några ord, föra intressanta samtal och skratta tillsammans. Speciellt vill jag tacka mina nuvarande och tidigare kollegor i matematikdidaktikgruppen. Ett särskilt stort tack vill jag rikta till Jessica Elofsson, min härliga vän och kollega. Att dela rum med dig under stora delar av doktorandtiden har varit en förmån. Vi har pratat om allt mellan himmel och jord, både vad gäller forskning, undervisning, fritid och familj. Du har alltid trott på och stöttat mig. Det kommer att kännas tomt utan dig i höst! Ett stort tack också till PeDi:s doktorander (ingen nämnd, ingen glömd!) som under forskarutbildningskurser, arbetsseminarier och i andra sammanhang har bidragit till en trevlig doktorandtid.

Jag vill även tacka de personer som i olika faser av mitt avhandlingsarbete har läst och granskat mitt avhandlingsmanus. Tack Helene Elvstrand, för läsning inför mitt 30%-seminarium, när avhandlingen ännu var i sin linda. Du gav mig värdefulla råd och referenser om bland annat barnforskning att arbeta vidare med. Tack Lina Lago, för läsning och konstruktiv feedback vid min 60%-seminarium. Du hjälpte mig att reda ut oklarheter och delade med dig av dina erfarenheter av forskning i förskoleklass och årskurs 1. Ett stort tack vill jag också rikta till Maria Andée som granskade mitt avhandlingsmanus inför mitt 90%-seminarium. Du förde fram viktiga synpunkter att arbeta vidare med som bland annat bidrog till att avhandlingen kunde knytas samman tydligare teoretiskt. Tack också till Robert Thornberg och Ann-Marie Markström för de synpunkter som jag fick i samband med läsgruppsmötet. De bidrog till att förtydliga vissa delar av avhandlingen och till att skärpa manuset ytterligare.

Jag är dessutom mycket tacksam över den korrekturläsning som några av mina doktorandkollegor hjälpte mig med i avhandlingsskrivandets slutskede. Tack Anja Rydén Gramner, Cecilia Björkhammer, Elisabeth Tenglet, Emilia Åkesson, Hanna Lindström-Sandahl, Kristin Westerholm, Magnus Jansson, Tobias Jansson, Tove Mattsson och Ulrika Andersson! I detta sammanhang vill jag återigen rikta ett stort tack till Jessica Elofsson som läste igenom och gav mig återkoppling på hela avhandlingsmanuset inför tryckningen!

Jag vill också rikta ett varmt tack till min kära svägerska Rebecka Engstrand för ett fantastiskt arbete med avhandlingens omslag. Det blev sååå mycket bättre än vad jag hade tänkt mig! Tack!

Och sist, men absolut inte minst, vill jag tacka de viktigaste personerna i mitt liv - min familj! Utan er hade jag aldrig orkat eller ens kunnat slutföra detta avhandlingsarbete. Tack mamma och pappa, för att ni tror på och stöttar mig och alltid finns där i vått och torrt! Ni är fantastiska! Tack Fredrik, Markus och Jonas med familjer, för att jag alltid har så roligt tillsammans med er! Jag är så tacksam över att ha sådana härliga bröder, svägerskor och brorsbarn! Slutligen, ett kärleksfullt tack till min egen "lilla" familj som har vuxit fram under doktorandtiden! Elin, Julia, Ida och Oskar, ni är det finaste jag har och jag älskar er! Tack för att ni påminner mig om vad som är viktigt här i livet! Tack Johannes, min omtänksamma man! Du är min klippa, du fångar mig när jag faller och du hjälper mig att förstå att jag duger precis som jag är! Jag älskar dig!

Åby, juni 2021

Sofie Arnell

Innehåll

1. INLEDNING	1
MÖTEN MED MATEMATIK	1
<i>Tidiga möten med matematik</i>	<i>3</i>
<i>Att bygga vidare på tidiga möten med matematik</i>	<i>4</i>
MÖTEN MED MATEMATIK I FÖRSKOLEKLASS OCH ÅRSKURS 1	5
<i>Förskoleklass – en bro mellan förskola och skola</i>	<i>6</i>
<i>Att möta skolmatematiken</i>	<i>8</i>
SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNINGAR	11
2. MATEMATIK – ETT FÖRÄNDERLIGT ÄMNE	13
MATEMATIK INNAN SKOLSTARTEN	13
<i>Utveckling av förskolans och förskoleklassens matematik</i>	<i>14</i>
<i>Vad ska barnen och eleverna lära sig?</i>	<i>18</i>
<i>Hur ska barnen och eleverna lära sig?</i>	<i>23</i>
TIDIG SKOLMATEMATIK	25
<i>Den tidiga skolmatematikens utveckling</i>	<i>25</i>
<i>Vad ska eleverna lära sig?</i>	<i>29</i>
<i>Hur ska eleverna lära sig?</i>	<i>33</i>
3. VERKSAMHETSTEORIN	37
VERKSAMHETSTEORIN OCH DESS ANVÄNDNING	37
VERKSAMHETSTEORINS FRAMVÄXT	41
<i>Vygotskijs teori kring medierad handling</i>	<i>41</i>
<i>Leontievs verksamhetsmodell</i>	<i>42</i>
<i>Engeströms modell för mänsklig verksamhet</i>	<i>45</i>
STUDIENS ANALYSVERKTYG	47
4. METOD	49
VAL AV METOD	49
URVAL, TILLTRÄDE OCH DELTAGARE	50
<i>Förskoleklass</i>	<i>50</i>
<i>Årskurs 1</i>	<i>52</i>
TILLVÄGAGÅNGSSÄTT FÖR DEN EMPIRISKA STUDIEN	53
<i>Fältarbete i förskoleklassen</i>	<i>53</i>
<i>Fältarbete i årskurs 1</i>	<i>54</i>
<i>Fältanteckningar och ljudinspelningar</i>	<i>56</i>
ANALYSPROCESS OCH TOLKNING AV DATA	59
<i>Analyssteg 1</i>	<i>59</i>

<i>Analyssteg 2</i>	62
ETISKA ÖVERVÄGANDEN	63
<i>Informerat samtycke</i>	63
<i>Konfidentialitets- och nyttjandekraven</i>	65
5. FÖRSKOLEKLASSEN ÄNGEN OCH ÅRSKURS 1A	67
FÖRSKOLEKLASSEN ÄNGEN	67
ÅRSKURS 1A	69
SAMMANFATTNING	70
6. ELEVERNAS DELTAGANDE I MÖTEN MED MATEMATIK I FÖRSKOLEKLASSEN	71
PASSIVT DELTAGANDE I MÖTEN MED MATEMATIK	72
<i>Ålagt passivt deltagande</i>	73
<i>Självvalt passivt deltagande</i>	76
AKTIVT DELTAGANDE I MÖTEN MED MATEMATIK.....	79
<i>Ålagt aktivt deltagande</i>	79
<i>Självvalt aktivt deltagande</i>	83
SAMMANFATTNING	86
7. ELEVERNAS MATEMATIKHANDLINGAR I MÖTEN MED MATEMATIK I FÖRSKOLEKLASSEN	87
INFORMERANDE MÖTEN MED MATEMATIK	90
<i>Eleven informerar om matematik på eget initiativ</i>	90
<i>Eleven informerar om matematik genom att besvara frågor</i>	96
INSTRUERANDE MÖTEN MED MATEMATIK.....	100
<i>Eleven instruerar en klasskamrat inför en ny aktivitet med koppling till matematik</i>	101
<i>Eleven instruerar en klasskamrat kring rätt och fel vid aktiviteter med koppling till matematik</i>	102
SKAPANDE MÖTEN MED MATEMATIK	103
<i>Eleven skapar på eget initiativ genom att nyttja matematik</i>	103
<i>Eleven skapar utifrån ett uppdrag genom att nyttja matematik</i>	105
UNDERSÖKANDE MÖTEN MED MATEMATIK.....	107
<i>Eleven undersöker på eget initiativ med hjälp av matematik</i>	108
<i>Eleven undersöker utifrån ett uppdrag med hjälp av matematik</i>	109
IAKTTAGANDE MÖTEN MED MATEMATIK.....	111
<i>Eleven iakttar på eget initiativ vid aktiviteter med matematikinnehåll</i>	112
<i>Eleven iakttar utifrån andras förväntningar vid aktiviteter med matematikinnehåll</i>	112

FRÅGESTÄLLANDE MÖTEN MED MATEMATIK.....	115
<i>Eleven ställer bekräftelsefrågor kring matematik.....</i>	116
<i>Eleven ställer undrande frågor kring matematik.....</i>	117
<i>Eleven ställer följdfrågor kring matematik.....</i>	118
8. ELEVERNAS DELTAGANDE I MÖTEN MED MATEMATIK I	
ÅRSKURS 1	121
PASSIVT DELTAGANDE I MÖTEN MED MATEMATIK	122
<i>Ålagt passivt deltagande.....</i>	122
<i>Självvalt passivt deltagande.....</i>	125
AKTIVT DELTAGANDE I MÖTEN MED MATEMATIK.....	127
<i>Ålagt aktivt deltagande.....</i>	127
<i>Självvalt aktivt deltagande.....</i>	130
SAMMANFATTNING	133
9. ELEVERNAS MATEMATIKHANDLINGAR I MÖTEN MED	
MATEMATIK I ÅRSKURS 1	135
INFORMERANDE MÖTEN MED MATEMATIK	138
<i>Eleven informerar om matematik på eget initiativ</i>	138
<i>Eleven informerar om matematik genom att besvara frågor....</i>	143
INSTRUERANDE MÖTEN MED MATEMATIK.....	152
<i>Eleven instruerar en klasskamrat kring rätt och fel vid</i>	
<i>aktiviteter med koppling till matematik.....</i>	153
SKAPANDE MÖTEN MED MATEMATIK	154
<i>Eleven skapar på eget initiativ genom att nyttja matematik....</i>	155
<i>Eleven skapar utifrån ett uppdrag genom att nyttja</i>	
<i>matematik</i>	156
UNDERSÖKANDE MÖTEN MED MATEMATIK.....	157
<i>Eleven undersöker på eget initiativ med hjälp av matematik....</i>	158
<i>Eleven undersöker utifrån ett uppdrag med hjälp av</i>	
<i>matematik</i>	159
IAKTTAGANDE MÖTEN MED MATEMATIK.....	160
<i>Eleven iakttar på eget initiativ vid aktiviteter med</i>	
<i>matematikinnehåll.....</i>	161
<i>Eleven iakttar utifrån andras förväntningar vid aktiviteter</i>	
<i>med matematikinnehåll</i>	161
FRÅGESTÄLLANDE MÖTEN MED MATEMATIK.....	165
<i>Eleven ställer bekräftelsefrågor kring matematik.....</i>	165
<i>Eleven ställer undrande frågor kring matematik.....</i>	166
<i>Eleven ställer följdfrågor kring matematik.....</i>	167

10. MATEMATIKVERKSAMHETER I FÖRSKOLEKLASSEN	
 OCH ÅRSKURS 1	169
MATEMATIKVERKSAMHETER I FÖRSKOLEKLASSEN	171
<i>En begreppsövande matematikverksamhet</i>	171
<i>En prövande lösningsorienterande matematikverksamhet</i>	172
<i>En fritt utforskande matematikverksamhet</i>	173
MATEMATIKVERKSAMHETER I ÅRSKURS 1	174
<i>En begrepps- och metodövande matematikverksamhet</i>	174
<i>En fokuserad lösningsorienterande matematikverksamhet</i>	175
<i>En parallellt utforskande matematikverksamhet</i>	176
LIKETER OCH SKILLNADER MELLAN MATEMATIKVERKSAMHETERNA I FÖRSKOLEKLASSEN OCH ÅRSKURS 1	177
11. DISKUSSION	183
ELEVERS MÖTEN MED MATEMATIK I FÖRSKOLEKLASS OCH ÅRSKURS 1 ...	183
ELEVENS MATEMATIK MÖTER SKOLANS MATEMATIK	188
HANDLINGSFRIHET OCH LÄRANDEMÖJLIGHETER	190
PEDAGOGISKA IMPLIKATIONER	193
METODDISKUSSION	194
FORTSATT FORSKNING	195
ENGLISH SUMMARY	197
BACKGROUND AND PURPOSE	197
SCHOOL MATHEMATICS - A CHANGING SUBJECT	198
ACTIVITY THEORY	199
METHOD	200
RESULTS AND DISCUSSION	201
<i>Encounters with mathematics in preschool class and in year 1</i>	202
<i>Pupils' mathematical knowledge meets school mathematics</i>	204
<i>Freedom of action and learning opportunities</i>	204
REFERENSER	207
BILAGOR	225
Bilaga A Informationsmail till ansvarig förskollärare i förskoleklass	225
Bilaga B Samtyckesblankett till vårdnadshavare för elever i förskoleklassen	226
Bilaga C Informationsmail till ansvarig lärare i årskurs 1	228
Bilaga D Samtyckesblankett till vårdnadshavare för nyttillkomna elever i åk 1	229
Bilaga E Sammanställning av använda excerpt i avhandlingen	231

1. Inledning

Den här avhandlingen handlar om elevers möten med matematik, och mer specifikt om elevers möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1. I dessa möten är elevernas (matematik)handlingar i fokus, men också den kontext i vilken handlingarna utförs, och hur kontext och handlingar påverkar och är beroende av varandra. Detta ömsesidiga beroende tas vidare i beaktande för att lyfta fram vilket lärande (i matematik) som eleverna ges möjlighet att utveckla i förskoleklass och årskurs 1.

I detta kapitel presenterar jag inledningsvis en bakgrund till det område som avhandlingen inriktas emot, genom att möten med matematik lyfts fram utifrån olika perspektiv. Först beskrivs varför möten med matematik är viktiga att studera. Här framförs argument för betydelsen av många, tidiga och positiva möten med matematik för ökade möjligheter att senare lyckas med skolmatematiken. Därefter redogör jag för svårigheter som kan uppstå då barn och elever¹ möter matematik som inte har någon tydlig koppling till deras tidigare erfarenheter av matematik. Här beskrivs bland annat bekymmer med att förstå skolmatematiken, och i samband med det diskuteras elevers matematikkunskaper vid övergången från förskoleklass till årskurs 1. Genom hela kapitlet förs argument för studiens relevans fram, vilka avslutningsvis sammanfattas och utmynnar i avhandlingens syfte och frågeställningar.

Möten med matematik

Barns matematikutveckling är kopplad till i vilken utsträckning de deltar i möten som involverar matematik (Seo & Ginsburg, 2004). I denna avhandling definieras sådana möten – *möten med matematik* – som situationer, organiserade eller spontana, där individen i interaktion med andra individer och/eller artefakter, får möjlighet att uttrycka eller ta del av matematik på olika sätt. Vi människor har en förmåga att lära genom hela livet, och

¹ I avhandlingens inledande två kapitel beskrivs forskning om möten med matematik innan och i övergången till skolan samt i de tidiga skolåren. I detta åldersspann benämns barn som både barn och elever inom forskningen. Jag har i avhandlingen valt att konsekvent använda begreppet barn när jag pratar om barn i förskoleåldern medan begreppet elev används för barn i förskoleklass och uppåt. Av den anledningen använder jag enbart begreppet elever när jag beskriver min egen studie och när jag redovisar och diskuterar mina resultat. Däremot används författarnas egna benämningar när de citeras i dessa sammanhang.

lärandet sker alltid i ett socialt sammanhang, i samspel med vår omgivning (Vygotskij, 1978). Även små barn skapar förståelse för sin omvärld på detta sätt – i möten med andra människor, föremål och fenomen – vilket också innefattar förståelse för matematiska symboler, begrepp och principer samt hur de kan förstås och användas (Björklund, 2007). Möten med matematik är alltså betydelsefulla för barns generella utveckling och specifikt för deras vidare matematikutveckling, varför dessa är intressanta att studera.

Vi använder och erfar matematik dagligen och i flera olika sammanhang. Goda kunskaper i matematik anses viktiga för att kunna fatta genomtänkta beslut i vardagen och i arbetslivet, men också för att ha möjlighet att förstå, följa med och delta i samhällets olika beslutsprocesser (Skolverket, 2019a; SOU 2004:97). I en demokrati är det angeläget att medborgarnas beslut är välgrundade, något som kräver baskunskaper, inte minst i matematik, uttrycker Löwing och Kilborn (2002). Kunskaperna är nödvändiga dels för den enskilde individens privatliv, dels för samhället i stort (Clements et al., 2013; Löwing & Kilborn, 2002; OECD, 2013a). Matematiska färdigheter har i dagens teknik- och informationssamhälle blivit lika viktiga som läs- och skrivfärdigheter (Clements et al., 2013). Problem och situationer som vi ställs inför i både vardagliga och arbetsrelaterade sammanhang kräver ett ökat mått av matematisk förståelse, matematiska resonemang och användande av matematiska verktyg för att kunna förstås fullt ut (OECD, 2013a). Vidare framhålls ett behov av matematikkunniga individer för samhällets räkning, då matematiken och dess tillämpningar bidrar till utveckling inom en mängd olika områden, inom såväl teknik och naturvetenskap som kultur och kommunikation (SOU 2004:97). På flera olika plan finns alltså argument och intressen för att utveckla goda kunskaper i matematik hos alla samhällets medborgare. Av den anledningen är det betydelsefullt att barn och elever redan tidigt ges goda förutsättningar att utveckla kunskaper i matematik som de kan bygga vidare på.

Regeringen har uttryckt att ambitionen är att svenska elevers resultat ”skall vara ledande vid internationella jämförelser” (Kommittédirektiv 2003:8). Våren 2019 var det dock elva procent av Sveriges niondeklassare som inte nådde godkänt betyg i matematik och som därmed inte hade behörighet att komma in på ett nationellt gymnasieprogram (Skolverket, 2019d). Matematikämnet beskrivs dessutom som ett ämne som många har negativa erfarenheter av och känslor inför, och som de uppfattar som både tråkigt och svårt (Emanuelsson & Helenius, 2016). Sådana uppfattningar behöver förändras för att i förlängningen öka kunnandet i matematik (Dowker et al., 2019). Internationella mätningar av elevers kunskaper i matematik visar nämligen ett tydligt samband mellan elevers resultat och deras attityder, tankar och känslor inför matematikämnet (OECD, 2013b), där

elever med en positiv inställning till matematikämnet visar sig ha bättre möjligheter att utveckla goda kunskaper i matematik än elever med en negativ inställning till ämnet (OECD, 2013a).

Tidiga möten med matematik

I matematikdelegationens betänkande *Att lyfta matematiken* (SOU 2004:97), framförs ett antal ställningstaganden som avser bidra till förändrade attityder till och ett ökat intresse för matematikämnet. Här framhålls bland annat att det är väsentligt att uppmärksamma matematikens roll och värde i samhället och att det är viktigt att barn, elever och studenter får använda och lära sig matematik i meningsfulla sammanhang på ett spännande och stimulerande sätt hela vägen från förskola till högskola. Särskilt betonas att barns tidiga möten med matematik bör beaktas (SOU 2004:97). Flertalet forskare uttrycker också att studier visar att tidiga uppfattningar om matematik kan påverka förhållningssättet till ämnet, tilltron till den egna förmågan samt senare studieframgångar i både matematik och andra ämnen (se exempelvis Ahlberg, 1994; Clements & Sarama, 2009; Emanuelsson & Helenius, 2016), varför dessa möten kan betraktas som särskilt betydelsefulla. Genom att låta barn delta i varierade och rika möten med matematik, ökar deras förutsättningar att lyckas med matematik i skolan, särskilt om mötena sker tillsammans med individer (lärare) som kan synliggöra matematiken i, för barnen, naturliga sammanhang (Clements et al., 2013; Fisher et al., 2012; Doverborg et al., 2016).

I augusti 2010 fastställdes av regeringen en reviderad version av förskolans läroplan från 1998. Ändringarna innebar bland annat en tydligare framskrivning och utveckling av målen i matematik (Doverborg et al., 2013). Ungefär samtidigt utkom skriften *Förskola i utveckling* (Utbildningsdepartementet, 2010), med information om bakgrund och motiv till förändringarna i läroplanen, som enligt regeringen också skulle tas i beaktande vid planering av förskoleverksamhetens innehåll. I denna skrift beskrevs bland annat ett sätt att konkret ta sig an målen i matematik genom att använda sex kulturellt och historiskt grundade universella matematiska aktiviteter, vilka har beskrivits av Alan Bishop (Utbildningsdepartementet, 2010). Aktiviteterna, som Bishop har benämnt leka/spela (playing), förklara (explaining), mäta (measuring), konstruera (designing), räkna (counting) samt lokalisera (locating), nyttjas i alla kulturer som någonsin har studerats, och är dels nödvändiga, dels tillräckliga, för utveckling av matematisk kunskap i en kultur (Bishop, 1988a, 1988b). I den senaste reviderade versionen av förskolans läroplan som gäller sedan augusti 2018, *Lpfö 18* (Skolverket, 2018), ger dessa matematiska aktiviteter fortfarande

vägledning kring och inspiration till hur målen i matematik kan uppfyllas i förskolans verksamhet (Flognman et al., 2019; Skolverket, 2019b).

Genom att vara en del av en matematisk kultur är redan små barn engagerade och involverade i vardaglig, informell matematik² som kan kopplas till ovanstående aktiviteter (Bishop, 1988a; Emanuelsson & Heleinius, 2016; Utbildningsdepartementet, 2010). Barn kan tidigt ses göra egna erfarenheter av matematik och utveckla strategier för att lösa vardagliga problem. Dessa informella kunskaper blir sedan viktiga byggstenar i deras vidare matematiklärande (Ginsburg, 1977).

Att bygga vidare på tidiga möten med matematik

Flertalet barn undersöker och ägnar sig dagligen, på eget initiativ, åt vardaglig, informell matematik (Seo & Ginsburg, 2004). Forskning visar exempelvis att barn tidigt har en förmåga att lägga märke till matematiska mönster och strukturer (awareness of mathematical pattern and structure, AMPS; Mulligan & Michelmore, 2009) och att spontant fokusera på numerisk information i sin omvärld (spontaneous focusing on numerosity, SFON; Hannula & Lehtinen, 2005; Rathé et al., 2016). Båda dessa förmågor (AMPS och SFON) förekommer i olika stor utsträckning hos barn i samma ålder, och de individuella skillnaderna har visat sig kunna förutsäga både barnens befintliga matematikkunskande och deras senare framgångar i matematik (Batchelor et al., 2015; Hannula & Lehtinen, 2005; Lepola & Hannula-Sormunen, 2019; Mulligan & Michelmore, 2009; Mulligan et al., 2013). Forskning har dock visat att vissa barn inte alls deltar i matematiska aktiviteter på eget initiativ (Hannula & Lehtinen, 2005; Seo & Ginsburg, 2004). Det är oroande, eftersom tidig informell matematisk kunskap har visat sig vara en viktig grund för att utveckla formell matematisk kunskap³ (se exempelvis Clements et al., 2013; Griffin & Case, 1997; National Mathematics Advisory Panel, 2008). Dessa kunskaper är också

² Informell matematisk kunskap beskrivs på följande sätt av Purpura et al. (2013, s. 454, med hänvisning till Ginsburg, 1977): "Informal mathematical knowledge is composed of those competencies generally learned before or outside school, often in spontaneous but meaningful everyday situations including play, and is characterized by the use of nonconventional and even self-invented symbols, strategies, or procedures rather than conventional written symbols or algorithms"

³ Formell matematisk kunskap beskrivs på följande sätt av Purpura et al. (2013, s. 454, med hänvisning till Ginsburg, 1977): "Formal mathematical knowledge consists of those skills and concepts taught in school and include the use of conventional written numerical notation (e.g., Arabic numerals and operation/equality signs) and written algorithms (e.g., multidigit addition with renaming"

grundläggande för att utveckla de matematiska förmågor⁴ som skrivs fram i läroplanen för grundskolan, *Lgr 11*: problemlösning förmåga, begreppslig förmåga, metod- och beräkningsförmåga, resonemangsförmåga samt kommunikationsförmåga (Skolverket, 2019a).

För att barn ska få möjlighet att bygga vidare på och utvidga sina tidiga informella kunskaper i matematik, är det betydelsefullt att lärare uppmärksammar och lyfter fram deras erfarenheter, idéer och reflektioner kring matematik i deras vardag. Det är särskilt viktigt gentemot barn som visar lågt intresse för spontana matematiska aktiviteter och som upplevt få tillfällen där matematik har synliggjorts för dem på ett tydligt sätt (Clements & Sarama, 2009; Hannula et al., 2005). Många och varierade möten med informell matematik ökar nämligen deras förutsättningar för att lyckas med formell matematik när de kommer till skolan, om broar kan byggas däremellan (SOU 2004:97). Att studera elevers möten med matematik är av den anledningen viktigt för att skapa förståelse för vad eleverna gör i dessa möten och i vilka sammanhang som mötena görs, där en del innefattar att få inblick i hur lärarna synliggör och generaliserar den matematik som eleverna erfar.

Barn behöver, enligt Emanuelsson (2016), möta matematik i skilda sammanhang för att skapa förståelse för olika matematiska begrepp och fenomen. Sammanhangen bör vara naturliga för barnen, där ny matematik introduceras med utgångspunkt i deras egna erfarenheter och upplevelser. Det är lärarens uppgift att i dessa situationer se, lyfta fram och synliggöra det matematiska innehållet för att öka barnens förståelse på ett mer generellt plan (Clements et al., 2013; Emanuelsson, 2016). Att introduceras för formell matematik utan några bakgrundkunskaper gör barn förvirrade, menar Bishop (1988a). Han uttrycker att undervisningen därför bör utgå ifrån den informella matematik som barnet redan har med sig, och så småningom generaliseras till mer formell matematik, något som flertalet forskare instämmer i (Clements et al., 2013; Frontera, 1994; Ginsburg, 1977; Nationellt centrum för matematikutbildning [NCM], 2001; Høines, 2000; Purpura et al., 2013).

Möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1

Utifrån framställningen i ovanstående avsnitt är ett viktigt steg i barns (och elevers) matematikutveckling att utveckla informella kunskaper i matematik till mer formellt matematiskt kunnande genom en gradvis

⁴ I kapitel 2 utvecklas och förtydligas innebörden av begreppet matematiska förmågor samt de matematiska förmågor som skrivs fram i *Lgr 11*.

generalisering. Det är dock viktigt att komma ihåg att denna övergång inte sker samtidigt hos alla barn. Några behärskar redan tidigt formell matematik inom vissa områden medan andra fortfarande har begränsade informella kunskaper. Kraven att utveckla formella kunskaper i matematik ökar emellertid då barnen börjar i skolan, där styrdokument uttrycker vad de ska kunna i matematik vid olika tidpunkter. Därför är det väsentligt att studera möten med matematik som sker i samband med att dessa krav börjar inträda, vilket i Sverige sker vid övergången från förskoleklass till årskurs 1.

Förskoleklass – en bro mellan förskola och skola

Förskoleklassen är i Sverige en egen skolform. När den infördes 1998 var dess syfte bland annat att föra in förskolans pedagogik i skolans värld, och att fungera som en bro mellan förskola och skola, där en kombination av förskolans och skolans arbetssätt och metodik skulle användas. En tanke var att eleverna på så vis skulle få en mjukare övergång mellan förskola och skola, där det pedagogiska samarbetet beskrevs kunna bidra till en helhetssyn på eleven, dess lärande och utveckling (Skolinspektionen 2014; Skolverket, 2014). Förskoleklassen kan med andra ord sägas vara avsedd att fungera som barnets första möte med skolan. Det har dock visat sig att det finns svårigheter med att sammanföra två skilda traditioner till en, uttrycker Dahlberg och Lenz Taguchi (2015). De menar att den kultur och de traditioner som finns i redan befintliga institutioner tycks motverka förändringsprocesser av detta slag. De hänvisar i sammanhanget till ett nationellt experiment som genomfördes i Norge mellan 1986–1990 i syfte att försöka förändra den pedagogiska praktiken för landets sexåringar genom samverkan mellan förskola och skola. Resultatet av experimentet redovisas och analyseras i en doktorsavhandling av Peder Haug (1992), där det framkommer att försöket inte gav upphov till en ny verksamhet, där ”det bästa” från förskolan och skolan sammanförts. Den tenderade istället att påverkas av den verksamhet där den förlades.

Förskoleklassens roll mellan de två målstyrda skolformerna förskola och skola har länge varit otydlig också i Sverige (Lago et al., 2018). Fram till 2016 reglerades förskoleklassens uppdrag enbart av övergripande mål och riktlinjer i grundskolans läroplan, vilket kritiserades av verksamma lärare (Ackesjö, 2010; Sandberg, 2012). Avsaknaden av tydliga riktlinjer kritiserades även av Skolinspektionen vid en granskning av förskoleklassen utförd 2015. Det uttrycktes en oro för att denna otydlighet skulle kunna bidra till att elever i förskoleklass inte fick en likvärdig utbildning i olika delar av landet (Skolinspektionen, 2015). Mot bakgrund av det gav regeringen Skolverket i uppdrag att förtydliga förskoleklassens uppdrag i läroplanen. Där framhölls att samma intentioner som tidigare skulle ligga till

grund för förskoleklassens verksamhet, där två utbildningstraditioner skulle mötas och berika varandra. Detta för att skapa en pedagogik som skulle gynna lärande och utveckling i denna åldersgrupp och bidra till en trygg övergång mellan förskola och skola (Utbildningsdepartementet, 2015). En reviderad utgåva av läroplanen kom därför att ges ut 2016, i vilken undervisningen i förskoleklass nu hade fått ett eget kapitel, där syfte och centralt innehåll hade beskrivits, inklusive undervisningen i matematik. Här framgår bland annat att elevernas egna erfarenheter, intressen och kunskaper ska vara utgångspunkt för förskoleklassens arbete med grunderna i matematik. Revideringen innefattade också avsnittet ”2.5 Övergång och samverkan”. Där framgår nu, tydligare än förut, betydelsen av en förtroendefull samverkan mellan förskoleklassen och skolan vid stadiövergången för att stödja elevernas långsiktiga utveckling och lärande, samt hur denna process ska gå till (Skolverket, 2016b). Förskoleklassens specifika uppdragsbeskrivning bidrar emellertid till ett behov av att finna en ny roll för verksamheten, utifrån de nya riktlinjerna och en redan befintlig praktik, menar Lago et al. (2018), något som kan vara svårt att realisera (Dahlberg & Lenz Taguchi, 2015).

Vid höstterminen 2018 blev förskoleklassen del av ännu en förändring i och med att den blev obligatorisk för alla sexåringar i Sverige (UbU7 2017/18). Sverige var därmed sist bland de nordiska länderna med att införa obligatorisk undervisning för sexåringar. På Island blev undervisning för denna elevgrupp obligatorisk så tidigt som 1990, och i Norge 1997. Samtidigt blev då verksamheten en del av ländernas respektive tioåriga grundskolor (Nordiskt samarbete, u.å.; SUO 2015:81). I Danmark har motsvarigheten till förskoleklass, børnehaveklasse, varit obligatorisk sedan 2008, och i Finland blev sexåringarnas undervisning, förskoleundervisning eller esiopetus, obligatorisk 2015 (Børne- og Undervisningsministeriet, 2020; InfoFinland, 2020; SUO 2015:81). Sammanfattningsvis skiljer sig alltså de nordiska ländernas undervisning för sexåringar åt genom att den på Island och i Norge är en del av grundskolan, medan den i Sverige, Danmark och Finland utgör en egen verksamhet mellan förskola och grundskola. I Sverige gick emellertid i princip alla sexåringar i förskoleklass⁵ redan innan förskoleklassobligatoriet (Skolverket, 2017a). Trots det var ett av argumenten för att införa obligatorisk förskoleklass att cirka 2000 av dem inte deltog i verksamheten. Ett annat argument låg i att den frivilliga närvaron försvårade för planering och uppföljning i verksamheten (van Bommel & Palmér, 2020).

⁵ Läsåret 2016/2017 gick 97,8 % av Sveriges sexåringar i förskoleklass (Skolverket, 2017a).

Förändringar i policydokument öppnar upp för reflektioner kring vad dessa innebär för verksamheten i praktiken. Kan de tydligare riktlinjerna i förlängningen påverka hur matematiken lyfts fram i undervisningen i förskoleklass? Finns det risk för att förskoleklassens verksamhet frångår sin roll som bro mellan förskola och skola, och drar mer åt skolans verksamhet? I en nyligen genomförd studie, kring policydokument för åren 1997–2017, framhåller Ackesjö och Persson (2019) att utvecklingen pekar mot det: "policy discourses about the preschool class have shifted from pedagogical arguments about the benefits of pedagogical integration, consensus and the move of preschool pedagogy into school education, to more school-oriented, knowledge-economy arguments about increased goal achievement" (Ackesjö & Persson, 2019, s. 1).

Ackesjö och Persson (2019) uttrycker att verksamheten i förskoleklassen står inför en skolifiering (schoolarization). De menar att det syns en positionsförändring i skolsystemet, med en distansering från förskolans innehåll, mål och arbetssätt till skolans innehåll, mål och undervisningsformer. Införandet av obligatorisk förskoleklass utgör en tydlig milstolpe i denna process, fortsätter de. Dessa resultat talar emot det som uttryckts kring att samma intentioner som tidigare skulle ligga till grund för förskoleklassens verksamhet efter omskrivningarna i läroplanen. Det talar också emot att förskoleklassens syfte, uppdrag och innehåll inte skulle förändras i och med förskoleklassobligatoriet (van Bommel & Palmér, 2020; UbU7 2017/18; Utbildningsdepartementet, 2015).

Att möta skolmatematiken

Det återstår att se om de nya riktlinjerna för förskoleklassens verksamhet möjliggör för förskoleklassen att skapa sig en tydlig identitet och roll mellan förskola och skola som kan bidra till en god övergång vad gäller elevernas utveckling och lärande, inte minst i matematik. Matematikundervisningen i förskoleklass ska utgå ifrån elevernas egna erfarenheter, intressen och reflektioner, medan skolans undervisning å sin sida har en starkare ämnescentrering samt ett större resultat- och målfokus (Dahlberg & Lenz Taguchi, 2015; Skolverket, 2019a).

Vilka förutsättningar har då eleverna när de tar steget för att möta skolans matematik? I en studie av Fredriksson (2009) om svenska förskoleklasselevers matematikkunnskap visar det sig att spridningen i elevernas kunskaper och förståelse är stor då de börjar i årskurs 1. Denna trend kan även ses i våra grannländer Danmark och Finlands motsvarigheter till förskoleklass. En nationell dansk studie, där bland annat barns matematikkunnskap innan skolstarten testats genom mätinstrumentet TEAM (Tools of Early Assessment of Math), visar också på en stor spridning. Kunskaps-

skillnaderna i matematik syntes redan i treårsåldern och spridningen ökade under förskoletiden. Skillnaderna var relativt stabila för varje åldersgrupp, då kunskapslappet för de 15 procent av barnen som fick högst poäng och de 15 procent som fick lägst poäng, överensstämde relativt väl. Det innebar att barnen som fick lägst poäng hade en matematisk förståelse på samma nivå som en genomsnittlig fyraåring när de började skolan, medan barnen som fick högst poäng då uppnådde maxresultat, vilket gjorde det svårt att uttala sig om deras egentliga nivå (Ministeriet for Børn, Undervisning og Ligestilling, 2016). En liknande studie genomfördes i Finland hösten 2018, med syftet att ta fram nationellt täckande information om finländska elevers kunskaper när de börjar i grundskolan. Även här visar resultatet att kunskaperna i matematik skiljer sig betydligt åt mellan de elever som presterar lägst och högst (Nationella centret för utbildningsutvärdering, 2019).

Trots den stora spridningen i förskoleklass elevernas kunskaper uttrycker emellertid Fredriksson (2009) att majoriteten av eleverna i hennes studie ändå har goda förutsättningar att utveckla sitt matematiska kunnande vidare i enlighet med läroplanens mål (Fredriksson, 2009). Samma bild tecknas av Löwing (2009) utifrån en stor kartläggning av cirka 40 000 svenska elevers kunskaper i aritmetik från förskoleklass till årskurs 8. Resultatet visar att matematikkunskaperna hos förskoleklass eleverna genomgående var mycket bra, och att de verkade vara väl förberedda för att tillgodogöra sig undervisningen i årskurs 1 (Löwing, 2009). Även internationella studier visar att majoriteten av eleverna besitter goda kunskaper i matematik när de kommer till skolan (Aubrey, 1993; Clark et al., 2006; Gervasoni & Perry 2015). I en omfattande australiensisk studie av Gervasoni och Perry (2015) framkom dessutom att ett stort antal elever hade uppnått läroplanens mål för de tidiga skolåren redan innan de börjat skolan, vilket forskarna menar antyder att flera elever riskerar att inte bli tillräckligt utmanade i matematik under sitt första skolar. I nämnda svenska kartläggning av elevers aritmetikkunskaper (Löwing, 2009) framkommer sådana tendenser:

Lyckas man inte förvalta elevernas förkunskaper? Varför börjar de flesta böcker om från början med talområdet 1 – 5, 1 – 6 osv så att eleverna inte möter talet 10 förrän till jul. Nästan alla elever kunde ju räkna till 29 redan innan de kom till årskurs 1 och hade dessutom abstraherat enkla räkneoperationer. (s. 15)

I kartläggningen visar det sig att elevernas resultat i de första skolåren inte följer den positiva trenden i förskoleklass. Löwing (2009) uttrycker att det är förvånande att förskoleklass elevernas kunskaper inte utvecklas vidare när de kommer till skolan, med tanke på vad de redan kan. Erfarenheter av detta slag beskrivs också av Solem och Reikerås (2004), som menar att

skolan inte lyckas möta eleverna där de befinner sig i sitt matematikkunskande i tillräckligt stor utsträckning. Deras förmågor missbedöms ofta, vilket de menar kan leda till "avinlärnning" hos vissa elever. Om eleverna enbart får arbeta med sådant de redan behärskar, och inte utmanas, hämmas deras utveckling, vilket kan leda till att deras tidigare förmåga att lösa problem på ett kreativt sätt minskar istället för att öka.

Kvesić et al. (2020) redogör för liknande resultat i sin studie om förskolebarns matematiska förmågor, där barnens matematikresultat försämrades under de första skolåren. De tenderade också att gå över till att lösa problem på sätt som "förväntades" av dem, trots bristande kunskaper kring dessa metoder, och de blev ängsligare för att göra fel. Forskarna menar att resultaten skulle kunna förklaras utifrån skolans miljö och regler samt brister i kopplingen mellan elevernas tidigare kunskaper i matematik och nya (mer formella) kunskaper i matematik. Fredrikssons (2009) resultat pekar åt samma håll, då hon visar att svenska förskoleklass elever presterar bättre än elever i årskurs 2 på samma slags uppgifter. Hon uttrycker i likhet med Kvesić et al. (2020) att det skulle kunna vara ett resultat av att skolan inte förvaltar elevernas tidigare kunskaper i matematik i tillräcklig utsträckning.

Ovanstående resonemang kan kopplas till ett problem som skrivs fram av flera forskare, som handlar om att många elever upplever att de kunskaper i matematik som de har med sig sedan tidigare inte verkar ha någon tydlig förbindelse med skolmatematiken (Ahlberg, 1992; Schoenfeld, 2016). Eleverna uttrycker att matematiken i skolan är någonting helt annat än den matematik som de möter i det vardagliga livet och har erfarenhet av sedan tidigare. Elever upplever vidare att skolmatematiken inte har någon nytta utanför skolan, utan att den är begränsad till innehållet på matematiklektionerna. Den svaga kopplingen däremellan gör att eleverna inte uppfattar att vardagsmatematiken faktiskt också är en del av skolans matematik (Ahlberg, 1992; Schoenfeld, 2016).

Diskrepansen mellan vardagsmatematik och skolmatematik beskrivs bland annat av Lave (1988). Hon uttrycker att matematik i vardagen utförs i ett sammanhang där tänkande och handlande hänger samman. Där bestäms lösningar på problem av hur den verkliga situationen ser ut, menar hon, vilket inte överensstämmer med hur problemlösning går till i skolan. d'Ambrosio (1985) uttrycker att det är som att skolmatematiken inte helt stämmer överens med den matematik som finns i vår vardag. Han menar att det finns ett glapp mellan elevers tidigare kunskaper i matematik och den matematik som de möter i skolan, som skolan måste hjälpa eleverna att föra samman. Bishop (2016) beskriver detta glapp som en "kulturell krock" (cultural conflict) mellan skolans matematik och elevens tidigare erfarenheter av matematik: "The social groupings in which learners exist

and learn mathematics inside and outside school have their own cultures, costumes, languages and values” (s. 46). När vi lär oss något gör vi det i en kontext och när denna kunskap ska användas i ett annat sammanhang behöver den anpassas till dessa kriterier, förklarar han. Utifrån detta resonemang finns det alltså risk för att elever också upplever en kulturell krock när de går från förskoleklassen, och den matematik som uttrycks där, till skolans matematikundervisning. Niss (1999) uttrycker att det inte finns några garantier för att kunskap förs över från en kontext till en annan. Det som eleverna behöver kunna, förstå eller utföra behöver därför göras till objekt för en tydlig och noggrant utformad undervisning, understryker han. Eleverna behöver alltså stöd i att koppla sina tidigare kunskaper i matematik till den matematik som de ska utveckla förståelse för. Detta steg är enligt Purpura et al. (2013) avgörande för elevers förvärvande av formellt kunnande i matematik. Med andra ord är det viktigt att titta närmare på möten med matematik som elever gör i förskoleklass och årskurs 1 för att utveckla kunskap om de utmaningar som eleverna står inför vid övergången däremellan.

Syfte och frågeställningar

Möten med matematik är sammanfattningsvis viktiga för barns och elevers matematikutveckling. De lär sig matematik i interaktion med andra människor, föremål och fenomen (Björklund, 2007), och många och positiva tidiga möten med matematik skapar förutsättningar för att lyckas med matematik i skolan (Ahlberg, 1994; Clemens & Sarama, 2009; Emanuelsson & Helenius, 2016; Seo & Ginsburg, 2004). Mötena sker emellertid i olika sammanhang, där skilda traditioner skapar matematisk kunskap som kan vara problematisk att överföra till andra sammanhang (Bishop, 2016; Niss, 1999). Här behöver lärare hjälpa barn och elever med att bygga broar mellan tidigare kunskaper i matematik och nya (Emanuelsson, 2016). I denna avhandling fokuserar jag på elevers möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1. Dessa verksamheter har olika ursprung och traditioner (Dahlberg & Lenz Taguchi, 2015), vilket betyder att eleverna där möter matematik på sätt som är specifika för just dem.

Avhandlingens syfte är att bidra med kunskap om elevers möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1 genom att undersöka, analysera och beskriva dem. Ytterligare ett syfte är att redogöra för likheter och skillnader i elevers möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1 för att bidra till ökad förståelse kring faktorer som kan påverka elevers möjligheter att utveckla förståelse för skolmatematiken.

1. Inledning

För att uppnå syftet har följande frågeställningar formulerats:

- Vad kännetecknar elevernas handlingar i möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1?
- Vad karakteriserar de möten med matematik som eleverna i förskoleklass och årskurs 1 deltar i?
- Vilket möjligt lärande, i form av matematiska förmågor, kan urskiljas genom elevernas handlingar i möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1?

2. Matematik – ett föränderligt ämne

Den matematik som elever möter i dagens skola är sannolikt inte densamma som deras föräldrar eller far- och morföräldrar mötte när de gick i skolan. Matematikämnet påverkas av den värld och det samhälle vi lever i och är av den anledningen föränderligt till både innehåll och form (Niss, 1994; Steadman, 1991; Wyndhamn 1997). I detta kapitel vill jag visa på matematikämnets skiftande karaktär och förändring, dels över tid, dels beroende av skolform. Jag vill dessutom ge en inblick i vad det har lett fram till beträffande intentioner kring matematikundervisning och vilka kunskaper i matematik som dagens barn och elever förväntas utveckla samt hur det kan gå till. Framskrivningen utgår dels ifrån olika policydokument, med vilka jag avser föra fram syftet med matematikundervisningen i verksamheterna, dels ifrån forskning kring matematikundervisning och matematiklärande, med vilken jag vill uppmärksamma vad som är betydelsefullt för barns och elevers lärande i matematik. Kapitlet är indelat i två avsnitt, där det första fokuserar på matematikämnet innan skolstarten, det vill säga i förskola och förskoleklass, medan det andra riktar uppmärksamheten mot den tidiga skolmatematiken.

Matematik innan skolstarten

Matematik anses idag vara en viktig och i mångt och mycket självklar del av barns vardag. Redan små barn intresserar sig för matematik och har förmåga att utveckla matematiska färdigheter, varför argument för betydelsen av att stötta och utmana barnen vidare i denna process förs fram i flera studier (Björklund & Palmér, 2020; Ginsburg et al., 2008). Emellertid har matematikämnet inte alltid haft en framträdande plats i förskolan och förskoleklassen (Björklund & Palmér, 2020; Doverborg, 2016). Dessutom har det varken nationellt eller internationellt funnits någon tydlig enighet i vad förskolematematik egentligen innefattar och hur den bör iscensättas (Björklund & Barendregts, 2016; Doverborg, 1987; Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999, 2004; Ginsburg et al., 2008; Sheridan et al., 2011; Thiel, 2010). För att ge en bakgrund kommer jag i detta avsnitt att beskriva hur matematikens roll i förskolan och förskoleklassen har förändrats över tid. Jag kommer därefter att redogöra för vad barn och elever i förskola och förskoleklass bör utveckla kunskaper om i matematik samt hur undervisningen kan gå till.

Utveckling av förskolans och förskoleklassens matematik

Tidig inspiration till matematik i svensk förskola kan härledas till den så kallade Fröbeltraditionen. Dess skapare, den tyske pedagogen Friedrich Fröbel (1782–1852), var intresserad av grundläggande matematikundervisning och ansåg att matematik var en viktig del av barns uppfostran (Johansson, 1995). Han uttryckte att ”En uppfostran av människan utan matematik och i synnerhet utan grundläggande kunskap om talen, vartill sluter sig kunskapen om form och storlek, blir därför ett lappverk utan någon enhetlighet” (Fröbel, 1995, s. 141, originalutgåva 1826).

Fröbel betonade lekens betydelse för barnets kunskapsutveckling. Genom den bildar sig barnet en egen uppfattning om sin omvärld (Johansson, 2020). Han utformade bland annat ett pedagogiskt material, tjugo stycken så kallade lekgåvor, som ofta förekom i dåtidens svenska förskolor. Leggåvorna hade en tydlig koppling till matematik och syftade bland annat till att utveckla barns förståelse för form och rum, samt relationer mellan del och helhet, utifrån deras egen nyfikenhet och skaparglädje (Doverborg, 2016; Wallström, 1992). Många av de aktiviteter som förekommer i dagens förskolor och förskoleklasser, såsom bygglek, vävning, pappersviktning och figurläggning, kan kopplas till Frøbels lekgåvor (Doverborg, 2016). Frøbels uppfattning var att matematik spelar en betydelsefull roll i att hjälpa barn att se samband och få förståelse för sin omvärld. Genom att arbeta på ett aktivt, upptäckande sätt kunde barnen få verktyg i att förstå hur saker och ting hänger ihop (Wallström, 1992).

I samband med förskolans utbyggnad på 1970-talet kom Frøbels idéer om förskolebarns matematiklärande i skymundan. Inspiration hämtades istället från andra teorier, såsom Piagets utvecklingspsykologi (Doverborg, 2016; Doverborg & Pramling Samuelsson, 2004). Matematiken hade under denna tid ingen framträdande roll i förskolans verksamhet, även om spår av den kan skönjas i de dokument som vid tiden reglerade arbetet med barnen i verksamheten: *Barnstugeutredningen* (SOU 1972:26; SOU 1972:27), *Arbetsplan för förskolan* (Socialstyrelsen, 1981), *Pedagogiskt program för förskolan* (Socialstyrelsen, 1987:3) samt *Lära i förskolan* (Socialstyrelsen, 1990:4). I dessa är matematiken huvudsakligen underordnad naturorienterande ämnen, och fokuserar inledningsvis främst på begreppsbildning. Ett ökat utrymme kan emellertid skönjas över tid, där förslag på innehåll och metoder utökas i de senare dokumenten (Doverborg, 2016). Forskning från denna period visar dock att förskolläraernas uppfattning av matematik huvudsakligen kopplades samman med ramsräkning och sifferskrivning (Doverborg, 1987; Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999).

Det är först med förskolans första läroplan, Lpfö 98 (Utbildningsdepartementet, 1998), som matematikämnet får en mer framträdande roll i

förskolans verksamhet, enligt Doverborg och Pramling Samuelsson (2004). I samband med läroplanens införande gick också ansvaret för förskolan över från socialdepartementet till utbildningsdepartementet och förskolan kom att räknas som en del av utbildningssystemet (Lindgren, 2020). I förskolans första läroplan framgår det att det är varje lärares ansvar att planera för och genomföra arbetet i verksamheten så att varje barn ges möjlighet att utvecklas matematiskt. Vilken matematisk kunskap som det handlar om tydliggörs i de två strävansmål som specifikt formulerats kring matematik. Här uttrycks att barnen ska få utveckla sin förmåga att upptäcka och använda matematik samt få förståelse för grundläggande egenskaper hos vissa matematiska begrepp (Utbildningsdepartementet, 1998). Jämfört med tidigare styrdokument som, enligt Doverborg (2016), mer inriktades mot vad lärarna kunde arbeta med i verksamheten och hur det kunde göras, fokuserar läroplanen mot barnens lärande, där syftet är att varje barn, med lärarnas stöd, ska ges möjlighet att utvecklas i riktning mot de mål som beskrivs.

Samtidigt som förskolans läroplan infördes, inrättades också förskoleklassen, en ny skolform för landets sexåringar, vilka förskolan tills dess hade ansvarat för (Prop. 1997/98:6). Förskoleklassen hade vid denna tid inte några specifika riktlinjer kring matematikundervisningens innehåll och syfte. Dessa bestämdes till stor del på lokal nivå av de lärare som arbetade i förskoleklassen (Skolinspektionen, 2015). Vid undervisningsplaneringen togs framförallt hänsyn till förskolans läroplan, men också till skolans läroplan i tillämpliga delar (Skolverket, 2014). Avsaknaden av tydliga riktlinjer för förskoleklassens verksamhet kritiserades vid tiden av undervisande lärare (Ackesjö, 2010; Sandberg, 2012), men också av Skolinspektionen (2015). Flera forskningsstudier som genomfördes under denna period visar dessutom att lärare både i förskola och förskoleklass hade olika uppfattningar om vad matematik var och hur den borde tas upp i verksamheten (Doverborg, 1987; Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999, 2004). Eftersom lärares kunskaper om och inställning till matematikämnet i hög grad påverkar vad de fokuserar i sin verksamhet och hur de lägger upp den (Lee & Ginsburg, 2007; Palmer, 2020), skulle det kunnat innebära att eleverna erbjöds olika möjligheter till lärande i matematik.

Doverborg (1987) och Doverborg och Pramling Samuelsson (1999) kunde, i sina studier om förskollärares uppfattningar om vad matematik är, se exempel på lärare som uttryckte att matematik inte alls var någonting för förskolebarn, utan något som de tids nog ändå skulle få ägna sig åt i skolan. Denna formulering förekom inte i Doverborg och Pramling Samuelssons (1999) senare studie med samma inriktning (vilken genomfördes efter att läroplanen trätt i kraft). Däremot framkom formuleringar om att matematik är någonting tråkigt som barnen måste luras in i, helst under lek.

Lärarna i undersökningen gav också uttryck för att de inte hade tillräckliga ämnes- och didaktiska kunskaper i matematik (Doverborg & Pramling Samuelsson, 2004). Samma tendenser har setts internationellt (se exempelvis Clemens et al., 2013; Ginsburg, et al., 2008). Ginsburg et al. (2008, s. 10) uttrycker att deras erfarenhet är att “many prospective and current pre-school teachers do not like mathematics, are afraid of it, and do not want to teach it”. Detta skulle kunna föras fram i relation till matematik och förskollärares yrkesidentitet, som Palmer (2011, 2020) för en diskussion kring. Hon menar att förskolläraryrket under lång tid inte har förknippats med matematik, vare sig av förskollärarna själva eller av omgivningen, vilket kan bidra till en osäkerhet inför ämnet. Detta överensstämmer med annan forskning som, även efter läroplanens införande, visar att förskollärare anser att matematik är ett nytt ämnesområde inom förskolan, som de anser är svårt att koppla samman med förskolans lekinriktade verksamhet (Sheridan et al., 2011; Thiel, 2010).

Förskolans läroplan reviderades 2010 och förskolans arbete med matematik kom då att förtydligas och utökas ytterligare, från två till fyra ämnesspecifika mål att sträva emot (Utbildningsdepartementet, 2010). Målen beskrev dels vilket matematiskt innehåll som förskolan skulle sträva efter att barnen utvecklade förståelse för, dels vilka färdigheter, i form av förmågor, som förskolan skulle ge barnen möjlighet att utveckla i arbetet med matematik (Skolverket, 2010). Intentionen att lärandet i förskolan, och därmed också lärandet i matematik, ska utgå ifrån barnens egna intressen, och urskiljas i det barnen ägnar sig åt, för att därifrån utmanas vidare, var alltså detsamma som tidigare.

I och med revideringen lyftes Bishops (1988a, 1988b) sex olika matematiska aktiviteter (se kapitel 1) fram som ett sätt att konkret närma sig strävansmålen i matematik (Utbildningsdepartementet, 2010). Det framhölls att dessa kunde utgöra ett stöd för lärare i förskolan att urskilja matematik som förekommer i barnens lek, men också för att planera för aktiviteter med matematiskt fokus (Doverborg et al., 2013). Detta förtydligande hade kunnat tänkas bidra till att vidga matematikämnets sedan länge ensidiga fokus på antal och räkning i förskolan, då räkning enbart utgör en av aktiviteterna. Emellertid visar Björklund och Barendregt (2016), i en studie kring innehåll och undervisning i matematik i svensk förskola, att detta matematikinnehåll fortfarande är dominerande, medan innehåll som rör rum, mönster, former och pre-algebra är underrepresenterat. Det förefaller inte vara unikt för Sverige utan har även setts internationellt (Ginsburg et al., 2008). Däremot visar Björklund och Barendregt (2016) i sin studie att förskollärarna nu uppfattade matematik som ett lärandeinnehåll i förskolans verksamhet, vilket kan tolkas som att ämnet fått en tydligare plats i förskolans verksamhet, än då Doverborg med kollegor (1987, 1999, 2004)

genomförde sina undersökningar. Lärarna i Björklund och Barendregts (2016) studie uttryckte vidare att de arbetade med matematik genom att utgå ifrån barnens lek och intressen i spontana situationer, vilket de enligt läroplanen uppmanas göra (Skolverket, 2010). Däremot hade de fortfarande, i likhet med lärare i tidigare studier (Sheridan et al., 2011; Thiel, 2010), svårigheter med att göra det omvända, utgå ifrån målen för att arrangera planerade lärandesituationer med fokus på ett specifikt matematiskt innehåll.

För förskoleklassens del genomfördes 2016 en stor förändring vad gäller undervisningens utgångspunkt. Ett eget avsnitt i grundskolans läroplan, Lgr 11, skrevs då fram för denna skolform, vilket fortfarande är aktuellt (Skolverket, 2019a). Här beskrivs förskoleklassens undervisningsuppdrag, inklusive syfte och centralt innehåll för undervisningen i matematik. Fokus ligger, precis som i förskolans läroplan, på att bygga vidare på elevernas egna intressen och nyfikenhet. Lärarna ska samtidigt utmana dem vidare genom att föra in matematiska begrepp och ge eleverna möjlighet att resonera kring sina upptäckter (Skolverket, 2019a). Vidare poängteras att utgångspunkten för matematikundervisningen i förskoleklassen bör vara spontana aktiviteter, utifrån vilka lärarna sedan synliggör, utmanar och fördjupar matematiska idéer och resonemang. På det viset får eleverna förståelse för matematikens koppling till sin vardag (Skolverket, 2016a). I det här sammanhanget blir föreliggande studie intressant, då den bidrar med kunskaper kring hur matematikundervisningen i förskoleklass faktiskt genomförs.

Även om förskoleklassens undervisningsuppdrag nu beskrivs i grundskolans läroplan ska den fortfarande utgöra den bro mellan förskola och skola som den ursprungligen inrättades för. Bland annat är kontinuiteten vad gäller arbetssätt och metoder betydelsefull (van Bommel & Palmér, 2020). Av den anledningen är det också relevant att uppmärksamma förskolans nya läroplan, Lpfö 18 (Skolverket, 2018), som antogs den 1 juli 2019. Den kan ses som en omfattande revidering av den tidigare läroplanen, Lpfö 98 (Skolverket, 2010), men med en viktig förändring i införandet av begreppen utbildning och undervisning, som avser betona att förskolan tillhör skolväsendet (Skolverket, 2020). Barnen i förskolan ska med andra ord undervisas i bland annat matematik, utifrån de mål som finns framskrivna i läroplanen. I läroplanen understryks emellertid att undervisningen i förskolan inte enbart innefattar planerade lärandesituationer, utan att den också kan ha sin utgångspunkt i spontant uppkomna situationer i verksamheten (Skolverket, 2018). Precis som tidigare kvarstår intentionen att lärandet i förskolan, också inom matematik, ska utgå ifrån barnens lek, skapande och egna intressen. De matematikspecifika målen i den nya läroplanen fokuserar dels på matematiskt innehåll som barnen ska ges

förutsättningar att utveckla förståelse för, dels förmågor som barnen ska ges möjlighet att utveckla genom att arbeta med det matematiska innehållet (Skolverket, 2018). Det innebär att begreppet färdighet, som fanns med i Lpfö 98, har tagits bort. Vid en jämförelse är formuleringen i direkt anslutning till målen i matematik nu skarpare än i den tidigare läroplanen. Nu uttrycks inte längre att förskolan ”ska sträva efter” att varje barn utvecklas i förhållande till målen (Skolverket, 2010), utan att förskolan ”ska ge” varje barn förutsättningar för att utvecklas i förhållande till målen (Skolverket, 2018).

Sammantaget kan sägas att matematiken i förskolans och förskoleklassens verksamhet historiskt sett har gått från Fröbelinspirerad pedagogik med fokus på spatialt innehåll och barns egna aktiva upptäckande, via utvecklingspsykologiska influenser med fokus på vilken matematik verksamheten kan innehålla och hur undervisningen kan genomföras, till undervisning i matematik med fokus på barns lärande i matematik. Sedan förskolans första läroplan infördes 1998 har förskolans arbete med matematik förtydligats genom revideringar av läroplanen. I ovanstående resonemang framkommer emellertid att det kan ta tid innan intentioner med matematikundervisning realiseras i praktiken.

Vad ska barnen och eleverna lära sig?

Som framkom i ovanstående genomgång kring utvecklingen av förskolans och förskoleklassens matematik, har matematikämnets roll skiftat i dessa verksamheter. Vad matematik för barn är har också beskrivits på olika sätt av verksamma lärare (Doverborg, 1987; Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999, 2004). Forskning visar att det huvudsakligen är antal och räkning som lärare har fokuserat på i förskolans verksamhet (Björklund & Barendregt, 2016; Björklund & Palmér, 2018). Frågan är då vad barnen i förskolan respektive eleverna i förskoleklassen bör utveckla för kunskaper i matematik?

Ett sätt att besvara frågan är att titta på de formuleringar som finns i de styrdokument som idag reglerar verksamheterna och som beskriver vad matematikundervisningen syftar till att utveckla för kunnande hos barnen respektive eleverna. I dessa styrdokument förekommer idag inga kunskapskrav som uttrycker vad de förväntas kunna i matematik vid en viss tidpunkt. Däremot finns formuleringar kring vad barnen respektive eleverna ska ges förutsättningar att utveckla kunskaper om i de både skolformerna (Skolverket, 2018; Skolverket, 2019a). Ett annat sätt att besvara frågan är att se till vilket kunnande i matematik som enligt forskning är betydelsefullt att utveckla hos barn och elever i denna åldersgrupp. Björklund och Palmér (2018) uttrycker att forskningsresultat på lång sikt utgör en

stabilare grund att utgå ifrån i detta avseende, då styrdokument är politiska och därmed har en tendens att förändras. De framhåller dock att de olika utgångspunkterna ändå inte står i motsättning till varandra.

I följande avsnitt har jag valt att utgå ifrån styrdokumentens skrivningar när jag besvarar frågan *vad*, eftersom jag vill lyfta fram vad aktuella styrdokument uttrycker kring vilket kunnande barnen respektive eleverna ska ges förutsättningar att utveckla genom matematikundervisningen i dagens förskola och förskoleklass. Jag har sedan valt att löpande koppla styrdokumentens formuleringar till vad forskning uttrycker kring dessa kunskaper, dels för att beskriva vad de kan innefatta och varför de är viktiga, dels för att visa på vilka förutsättningar som finns i verksamheterna att utveckla detta kunnande hos barnen och eleverna. Eftersom förskolan och förskoleklassen idag regleras av olika styrdokument har jag valt att skriva fram detta i två olika avsnitt, med början i förskolan.

Förskolan

I förskolans läroplan, Lpfö 18 (Skolverket, 2018) finns tre mål formulerade som rör vad barnen ska ges möjlighet att utveckla kunskaper om i matematik. Dessa beskriver två olika typer av kunnande. Dels ska barnen ges förutsättningar att utveckla kunskaper i form av matematiska förmågor, genom att nyttja och uttrycka matematik på olika sätt, dels ska barnen ges förutsättningar att utveckla kunskaper i form av förståelse för ett visst matematiskt innehåll. Det första och tredje matematikspecifika målet inriktas mot förmågor, medan det andra inriktas mot förståelse:

Förskolan ska ge varje barn förutsättningar att utveckla [...]

- förmåga att använda matematik för att undersöka, reflektera över och pröva olika lösningar av egna och andras problemställningar,
- förståelse för rum, tid och form, och grundläggande egenskaper hos mängder, mönster, antal, ordning, tal, mätning och förändring, samt att resonera matematiskt om detta,
- förmåga att urskilja, uttrycka, undersöka och använda matematiska begrepp och samband mellan begrepp

(Skolverket, 2018, s. 9)

I den andra målformuleringen framkommer det att det matematiska innehåll som barnen ska ges förutsättningar att utveckla förståelse för är tämligen omfattande och innefattar både rumsliga och aritmetiska begrepp. Björklund och Palmér (2020) uttrycker att begreppen dessutom är mycket allmänna och innefattar i sig flertalet begrepp och principer. Vad som är rimligt innehåll i förskolans matematik är därför inte helt självklart. Björklund och Palmér (2020) menar dock att det är inte heller är möjligt eller

ens önskvärt att dela upp det matematiska innehållet efter vad som lämpar sig för yngre respektive äldre barn. De framhåller att lämpligheten mer beror på *hur* innehållet uppmärksammas: konkret och vardagsnära eller teoretiskt och abstrakt.

Det huvudsakliga matematiska innehållet som behandlas i förskolans verksamhet rör tal och antal (Björklund & Palmér, 2020) och i viss utsträckning också geometriska former och rumsliga begrepp såsom mönster, ordning och läge (Emanuelsson & Doverborg, 2006). Dessa områden är betydelsefulla att fokusera på i förskolans verksamhet, då det har visat sig att kunskaper kring detta innehåll har en positiv koppling till barns vidare lärande och senare framgångar i matematik (se exempelvis Hannula & Lehtinen, 2005; Mulligan et al., 2013). Björklund och Barendregt (2016) visar dock att de samtal som lärarna i förskolan för med barnen kring matematiskt innehåll som barnen intresserar sig för ofta stannar vid att benämna begrepp och besvara frågor, medan innehållet sällan problematiseras. Detta steg är emellertid viktigt för att hjälpa barnen att generalisera den matematik de möter och exempelvis få förståelse för samband mellan matematiska begrepp och fenomen (Clements et al., 2013). Björklund och Palmér (2020) menar att en möjlig orsak till att innehållet sällan problematiseras kan vara att det krävs en djupare ämneskunskap för att ta detta steg i samtalen med barnen, något som lärare uttryckt att de saknar (Doverborg & Pramling Samuelsson, 2004). Björklund och Palmér (2020) resonerar vidare kring att det senare också kan medföra att matematiskt innehåll som sannolikhet, kombinatorik, statistik, mätning och problemlösning förekommer i mindre utsträckning i förskolans verksamhet, trots att det har visat sig vara betydelsefullt för barn att få erfarenhet av i förskoleåldern (English, 2004; Sarama & Clements, 2009).

Förutom förståelse för ett visst matematiskt innehåll kan vidare fyra matematiska förmågor urskiljas i målformuleringarna från förskolans läroplan ovan, som barnen ska ges möjlighet att utveckla i förskolan: problemlösningsförmåga, resonemangsförmåga, kommunikationsförmåga och begreppslig förmåga⁶. Björklund och Palmér (2018) beskriver matematiska förmågor som en ”helhet av vad det innebär att tillägna sig, förstå och använda matematik” (s. 73). De menar att förmågorna är nödvändiga för att utveckla förståelse för och ha möjlighet att tillägna sig ett matematiskt innehåll. Vidare utvecklas förmågorna i förhållande till det innehåll som bearbetas men för den sakens skull är de inte kopplade till ett specifikt matematiskt innehåll (Björklund & Palmér, 2018).

⁶ Dessa är några av de matematiska förmågor som skrivs fram i kursplanen för matematik i Lgr 11 (Skolverket, 2019a). De beskrivs vidare i avsnittet ”Matematiska förmågor” längre fram i kapitlet. Där presenteras även ramverk kring matematiska förmågor som har haft stor påverkan på svenska styrdokument.

Undervisningen i dagens förskola ”ska utgå från ett innehåll som är planerat eller uppstår spontant eftersom barns lärande sker hela tiden” (Skolverket, 2018, s. 3). Lärare i förskolan har också visat sig använda spontana händelser i barns lek för att uppmärksamma matematiskt innehåll. Däremot är det ovanligare att de skapar planerade undervisningssituationer med fokus på ett visst matematiskt innehåll utifrån målen (Björklund & Barendregt, 2016). Björklund och Barendregt (2016) menar att det senare är en utmaning för lärarna eftersom de då både behöver utgå ifrån barnens intressen *och* det specifika matematiska innehållet. Samtidigt poängterar de ansvaret som lärarna har i att organisera lärandesituationer med innehåll och arbetsformer som de vet bidrar till att utveckla barnens matematiska förståelse. Forskning för fram att läraren bör vara uppmärksam på och lyfta fram matematik i spontant uppkomna situationer, men det är det också nödvändigt att låta barnen ta del av matematiskt innehåll utifrån planerade lärandesituationer för att se till att olika matematiskt innehåll faktiskt lyfts fram för alla barn (Clements et al., 2013).

Förskoleklassen

Förskoleklassens undervisningsuppdrag beskrivs i den tredje delen av Lgr 11 (Skolverket, 2019a). Här framgår syftet med och det centrala innehållet för undervisningen, inklusive undervisningen i matematik. Kunskaper i matematik som eleverna ska ges möjlighet att utveckla uttrycks i form av förmågor: ”Genom undervisningen i förskoleklassen ska eleverna sammanfattningsvis ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att [...] använda matematiska begrepp och resonemang för att kommunicera och lösa problem” (Skolverket, 2019a, s. 19). Liksom i förskolans läroplan kan de fyra övergripande matematiska förmågor som skrivs fram i kursplanen för matematik skönjas här: begreppslig förmåga, resonemangsförmåga, kommunikationsförmåga och problemlösningsförmåga (Skolverket, 2019a). De utmärks av att de inte är inriktade mot ett specifikt matematiskt innehåll, utan utvecklas i förhållande till olika innehåll. Omvänt krävs också ett matematiskt innehåll att bearbeta för att utveckla dessa förmågor (Björklund & Palmér, 2018). Det innebär att två typer av kunnande förenas: förmågor i matematik samt förståelse för ett visst matematiskt innehåll. I nedanstående formulering hämtad från läroplanen (Skolverket, 2019a), där det centrala innehållet som ska behandlas i matematikundervisningen i förskoleklassen beskrivs, framträder båda dessa typer av kunnande:

2. Matematik – ett föränderligt ämne

- Enkla matematiska resonemang för att undersöka och reflektera över problemställningar samt olika sätt att lösa problem.
- Naturliga tal och deras egenskaper och hur de kan användas för att ange antal och ordning. Del av helhet och del av antal.
- Matematiska begrepp och olika uttrycksformer för att utforska och beskriva rum, läge, form, riktning, mönster, tid och förändring. (s. 20)

Utifrån ovanstående formulering kan utläsas att det matematiska innehåll som matematikundervisningen i förskoleklass bör ta upp innefattar naturliga tal, men också matematiska begrepp kopplat till rum, läge, form, riktning, mönster, tid och förändring. I detta avseende är innehållet mycket likt det som tas upp i förskolans läroplan, bortsett från att mängder och mätning inte skrivits fram i förskoleklassens centrala innehåll. Dessutom kan fyra matematiska förmågor urskiljas även här: resonemangsförmåga, problemlösningsförmåga, begreppslig förmåga och kommunikationsförmåga. I kommentarmaterialet till läroplanens tredje del förtydligas ovanstående centrala innehåll (Skolverket, 2016a). Där framgår att matematiken i förskoleklassen ska uppmärksammas i och kopplas till de spontana händelser som uppstår under lek och skapande arbete. Resonemang kan handla om att motivera varför en figur är en triangel genom att uttrycka att den har tre hörn, och taluppfattning kan mötas i räkneramsor och lekar av olika slag. Begreppsbildning kan i sin tur exempelvis utvecklas i samband med elevers byggande och konstruerande, och lärare kan utmana elever med konkret material i form av exempelvis spel (Skolverket, 2016a).

Det finns få svenska studier som fokuserar på matematiklärande i förskoleklassen. Ett undantag är Vennberg (2020) som i sin avhandling beskriver förskoleklasslärares möjligheter att följa och främja elevers lärande i matematik. Där visar hon bland annat att lärarnas medvetenhet om sin egen roll och sina ämneskunskaper är väsentligt för att bidra till elevernas förståelse för vad matematik innefattar och hur den kan användas. Fältet är emellertid relativt utforskat, vilket också Vennberg poängterar i slutet av sin avhandling. Det finns med andra ord behov av ytterligare forskning som kan bidra med kunskap om vilken matematik eleverna möter i förskoleklassen. Här ser jag att denna avhandling, där en del innefattar att beskriva elevers möten med matematik i förskoleklassen, kan utgöra ett betydelsefullt bidrag. Detta eftersom jag har för avsikt att beskriva vad eleverna ges förutsättningar att lära i dessa situationer, där de i interaktion med omgivningen får möjlighet att uttrycka eller ta del av matematik på olika sätt.

Hur ska barnen och eleverna lära sig?

I detta avsnitt kommer jag att fokusera på metoder och arbetssätt i förskolans och förskoleklassens verksamhet. Jag kommer dels utgå ifrån forskning kring hur matematikundervisning genomförs i dessa verksamheter, dels presentera vad som förs fram i gällande styrdokument beträffande hur undervisningen bör genomföras i förskola och förskoleklass. Detta skrivs nedan fram i ett avsnitt för förskolan och ett för förskoleklassen.

Förskolan

I förskolan förekommer då och då uttrycket ”matematiken finns överallt”, vilket Björklund och Franzén (2015) menar, kan missförstås som att lärandet kommer av sig självt. Forskning visar visserligen att barns lek och eget upptäckande många gånger innefattar matematik (Björklund, 2007; Bäckman, 2015; Lundström, 2015) men det innebär inte per automatik att det sker ett lärande i matematik (Björklund & Franzén, 2015). Bäckman (2015) visar i en studie att leken är överordnad det matematiska innehållet i barns utforskande och pekar på att de därför behöver stöttning i att urskilja matematiken i det de gör. Barn skapar visserligen en egen förståelse för den matematik som de stöter på i sin vardag (Björklund, 2007; Ginsburg, 2006; Lee & Ginsburg, 2009), men med hjälp av andra kan denna förståelse utmanas, vidgas och utvecklas. Miljön och de människor som finns runt barnet spelar här en betydelsefull roll, då det påverkar vad som ges möjlighet att erfara, uttrycker Björklund (2007), och får stöd av flera forskare (Bäckman, 2015; Lee & Ginsburg, 2009; Lundström, 2015; Reis, 2011). Matematiken behöver synliggöras för barnen för att de ska få förståelse för den, genom att lärare uppmärksammar matematiken i deras lek, för in matematiska begrepp samt utmanar dem vidare (Björklund & Franzén, 2015; Helenius et al., 2015). Lundström (2015) uttrycker på liknande sätt att lärarens roll är viktig för att uppmärksamma barnen på den matematik som förekommer i deras samtal och lek. Barnens ökade begreppsliga kunskap kan sedan också komma att underlätta övergången till skolans formella matematikundervisning, menar hon. Här poängterar Helenius et al. (2015) vikten av att läraren är matematiskt medveten, det vill säga kan avgöra när barnen använder sig av matematik och vet hur de kan lyfta den och utmana dem vidare.

Ett sätt att få stöd i hur arbetet med matematik kan utformas i förskolans verksamhet är enligt Utbildningsdepartementet (2010) att ta stöd i Bishops (1988a, 1988b) sex matematiska aktiviteter: leka/spela, förklara, mäta, konstruera, räkna samt lokalisera. Dessa kan kopplas till samtliga mål i matematik i förskolans läroplan och anses vidare kunna hjälpa lärarna

att bli medvetna om när matematik förekommer och kan uppmärksammas i förskolans verksamhet (Utbildningsdepartementet, 2010). En studie av Helenius et al. (2015) bekräftar denna utgångspunkt då den visar att lärare, efter en professionsfortbildning med fokus på Bishops matematiska aktiviteter, tenderar att vara mer medvetna om olika typer av matematiska aktiviteter som förekommer i förskolans vardag än tidigare. I och med att Bishops aktiviteter många gånger förekommer spontant i barnens lek, kan de utgöra ett betydelsefullt verktyg i en verksamhet där barns lek och intressen ska vara utgångspunkt för undervisningens utformning.

Förskoleklassen

Enligt Lgr 11 (Skolverket, 2019a) ska undervisningen i matematik i förskoleklassen genomföras så att elevernas nyfikenhet tas tillvara och att deras intresse för matematik och förståelse för hur matematik kan användas i olika situationer utvecklas. Vidare ska eleverna ”utmanas och stimuleras att använda matematiska begrepp och resonemang för att kommunicera och lösa problem på olika sätt med olika uttrycksformer samt för att utforska och beskriva sin omvärld” (Skolverket, 2019a, s. 19). Dessutom framhålls att matematikundervisningen i förskoleklassen bör ha sin utgångspunkt i spontant uppkomna aktiviteter där lärarna synliggör och fördjupar elevernas egna matematiska idéer och resonemang, och utmanar dem vidare (Skolverket, 2016a). Här blir det tydligt att matematikundervisningen i förskoleklassen, precis som i förskolans verksamhet, inte bör vara förlagd till specifika tillfällen såsom lektioner, utan att den istället bör vara en del av och genomsyra hela verksamheten och alla aktiviteter. Helenius et al. (2020) konstaterar att förskolans verksamhet i detta avseende är väsensskild från skolans, vilket de menar också innebär att undervisningens innehåll och form skiljer sig åt. Detta konstaterande kan därmed också överföras till förskoleklassen.

I Lgr 11 framkommer det också att elevernas lärande i förskoleklassen ska ges möjlighet att utvecklas genom ”lek, rörelse och skapande genom estetiska uttrycksformer samt med utforskande och praktiska arbetsätt” (Skolverket, 2019a, s. 18). En orsak till det är att ett varierat arbetssätt anses ge eleverna en kontinuitet som gynnar deras övergång från förskolan till skolan (Skolverket, 2019a). I kommentarmaterialet till läroplanens tredje del (Skolverket, 2016a) framgår det därför att förskoleklassens undervisning ska kännetecknas av både igenkänning (från förskolan) och utmaning (i riktning mot grundskolan), där eleverna ska få arbeta med en variation av arbetssätt på ett genomtänkt sätt. van Bommel och Palmér (2020) menar att detta skapar utrymme för att även i förskoleklassen nyttja

lek och temaarbete som arbetssätt, vilka är viktiga inslag i förskolans undervisning.

Forskning som fokuserar på matematiklärande i förskoleklassen är inte särskilt omfattande. Det finns dock litteratur som lyfter fram förslag på hur matematikundervisning kan genomföras i förskoleklassen, med exempel på aktiviteter och tillvägagångssätt (se exempelvis van Bommel & Palmér, 2020; Palmér & van Bommel, 2019; Sterner et al., 2014). Mer omfattande studier om vilka metoder och arbetssätt som *faktiskt* används i praktiken, är dock få. Därför kan denna avhandling som delvis inriktas mot att beskriva elevers möten med matematik i förskoleklassen utgöra ett angeläget bidrag, då dessa beskrivningar också avser innefatta arbetssätt och metoder som används i förskoleklassens verksamhet.

Tidig skolmatematik

Undervisningsämnet matematik, skolämnet matematik eller kort uttryckt skolmatematik, är kopplat till det vidare begreppet matematik på ett inte helt lättöverskådligt sätt (Samuelsson, 2003, 2007). Wyndhamn (1997) uttrycker att ”matematik [i skolan] är det barnen möter och ägnar sig åt inom ramen för en institutionell uppfattning om vad matematik är” (s. 11). Skolmatematiken behöver ta hänsyn till helheten och tillgodose både individens och samhällets behov och intressen. I läroplaner har därför både argument för den akademiska och för den tillämpande aspekten av matematik vägts in. Vad skolmatematiken innebär och omfattas av bestäms och avgränsas av rådande läroplaner och är av den anledningen påverkad av den tid och den kunskapssyn som råder (Wyndhamn, 1997). I detta avsnitt kommer jag att redogöra för hur skolmatematiken har förändrats över tid avseende vad eleverna ska lära och hur lärande i matematik ska/kan gå till. I denna genomgång tar jag avstamp i tiden för 1940 års skolutredning, där planerna på dagens nioåriga grundskola kan sägas börja (Lundgren, 2014). Därefter går jag in på vad eleverna förväntas lära sig i matematik i dagens skola samt hur det kan gå till i praktiken.

Den tidiga skolmatematikens utveckling

Matematikundervisningen i skolan har genomgått flera förändringar sedan den stora omorganisationen av skolan startade i och med 1940 års skolutredning. Vid denna tid fanns två huvudsakliga skolformer i Sverige, folkskolan och realskolan, där realskolan skulle kunna sägas utgöra en påbyggnad av den obligatoriska folkskolan (Lundgren, 2014). Dessa skolformer omfattades vidare av skilda traditioner, som båda kom att påverka skol-

matematikens vidare utveckling när de sedan sammanfördes till en (Unenge, 1999). Av den anledningen är inte bara folkskolans, utan också realskolans matematikundervisning relevant att diskutera i förhållande till den tidiga skolmatematikens utveckling, eftersom grundskolans matematikundervisning är ett resultat av båda dessa traditioner.

Skolmatematiken i folkskola och realskola utgick ifrån olika målformuleringar. I båda dessa framgår dock att undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper i matematik som de kan få användning av i sin vardag. Dessa kunskaper uttrycks i form färdigheter i räkning och förtrogenhet med visst geometriskt innehåll (Folkskolöverstyrelsen, 1919; Skolöverstyrelsen, 1955). En skillnad kan dock ses i hur matematikämnet framställs i förhållande till eleven. I folkskolans målbeskrivning av matematikämnet, som i dess undervisningsplan benämns ”räkning och geometri” framhålls att hänsyn ska tas till elevens ”ålder och utveckling” i undervisningen (Folkskolöverstyrelsen, 1919), medan det i kommentarerna till målen för realskolan betonas att ”kursen [i matematik bör] begränsas till det väsentliga för att även lärjungar, som sakna mera utpräglade anlag för matematik” (Skolöverstyrelsen, 1935, s. 130) ska kunna ges möjlighet att tillgodogöra sig undervisningen (Skolöverstyrelsen, 1935). Undervisningen i matematik i folkskolan skulle alltså kunna sägas utgå ifrån eleven, medan realskolans utgår ifrån ämnet. Utgångspunkterna var alltså olika då dessa två skolor, i och med 1940 års skolutredning, skulle försöka sammanföras. Det fanns en viss enighet i att förlänga skolplikten till nio år, men hur skolan skulle utformas var det skilda meningar om. Vissa förespråkade en ”akademisk skolsyn” där eleverna delades upp efter begåvning, medan andra företrädde en ”folklig skolsyn”, och ville se en fullt ut enhetlig skola (Unenge, 1999).

Efter andra världskrigets slut återupptogs diskussionen kring en enhetsskola, där en tillsatt skolkommision gav förslag om en nioårig obligatorisk enhetsskola (SOU 1948:27) med en sen differentiering under det sista skolarbetet (Lundgren, 2014; Unenge, 1999). Efter intensiva diskussioner i riksdagen beslutades under våren 1950 att en försöksverksamhet med en nioårig obligatorisk enhetsskola skulle genomföras under en tioårsperiod, där formen för den fortfarande var aningen oklar (Unenge, 1999). I samband med att beslutet togs lämnade skolkommisionen över kursföreskrifter med tillhörande kursplanedelegation till Skolöverstyrelsen. Dessa kan ses som ett första steg i att föra samman folkskolans och realskolans matematikundervisning i en kursplan. I förslaget kan två mål med matematikundervisningen ses. Det ena i form av ett kunskapsmål: eleven skulle få vissa grundläggande kunskaper och färdigheter i matematik. Det andra i form av ett mål av formbildande karaktär: eleven skulle få

arbeta med matematik för att erhålla intellektuell uthållighet (Wyndhamn, 1997).

Under försöksverksamheten var diskussionerna kring differentiering i de så kallade ”svåra ämnena”, dit matematik räknades, livliga. De som argumenterade för, menade att det inte gick att bedriva meningsfull undervisning i ett så intellektuellt krävande ämne som matematik i homogena klasser i hela nio års tid och förespråkade en så tidig differentiering som möjligt. De som argumenterade emot, menade att en differentiering skulle innebära att ta ett steg bort ifrån grundidén med en enhetsskola, och förespråkade därför en alltigenom homogen skola (Unenge, 1999).

Det andra förslaget på en kursplan i matematik för enhetsskolan (SOU 1961:31) lades fram 1961, efter att försöksverksamheten hade utvärderats. Detta förslag var utarbetat med hänsyn tagen till de erfarenheter som gjorts i försöksverksamheten, där även ett antal utredningar och kartläggningar som gjorts gällande matematikundervisning vägts in⁷ (Wyndhamn, 1997). I förslaget framgick ett införande av två alternativa matematikkurser på högstadiet, en ”enklare”, allmän kurs och en ”svårare”, särskild kurs, där den senare var mer teoretisk (Unenge, 1999). Dessa gick i linje med folkskolans respektive realskolans tidigare matematikkurser (Samuelsson, 2003). Lundgren (1979) har uttryckt att folkskoletraditionen därmed vann slaget om skolorganisationen, det vill säga differentieringen, medan realskoletraditionen vann slaget om läroplanen och dess innehåll. Förslaget var, i motsats till det första, inte enbart inriktat mot mål av ren matematisk karaktär. Här framkom också en annan vinkling i undervisningens målbeskrivning mot att skapa förståelse för omvärlden med hjälp av matematik. Dessutom var också formuleringen kring ämnets formalbildande karaktär, som funnits med i det första förslaget, borttaget (Wyndhamn, 1997). Detta andra förslag låg sedan till grund för den första läroplanen i grundskolan, Lgr 62 (Skolöverstyrelsen, 1962).

I grundskolans första läroplan, Lgr 62 (Skolöverstyrelsen, 1962) beskrivs matematikämnet i en omfattande kursplan. Av dess inledningstext framgår att ”undervisningen har till uppgift att ge kunskap och färdighet i elementär aritmetik och algebra samt ge en förtrogenhet med geometrins elementära begrepp och metoder” (Skolöverstyrelsen, 1962, s. 164). Här kan en viss modifiering ses från folkskolans och realskolans målbeskrivningar, där räkning var det innehåll som huvudsakligen fokuserades. I den läroplan som sedan följde, Lgr 69, har ytterligare matematikområden tillkommit, inom vilka eleven skulle utveckla förtrogenhet med begrepp och tillvägagångssätt: statistik, funktionslära och sannolikhetslära (Skolöverstyrelsen, 1969).

⁷ Se exempelvis Husén och Dahllöf (1960); Skolöverstyrelsen (1961); SOU 1960:15.

I de läroplaner som jag hittills har behandlat beskrivs tydligt det innehåll som skulle bearbetas, men också hur undervisningen i matematik skulle gå till, något som Wyndhman (1997) menar är karakteristiskt för en regelstyrd skola. Detta förändrades i och med Lgr 80, när skolan istället blev målstyrd. Det innebar att lärarna nu gavs större frihet att själva välja och bestämma innehåll och metoder för hur målen skulle nås, men det innebar också ett ökat ansvar för lärarna (Wyndhamn, 1997). I Lgr 80 diskuteras visserligen arbetsformer och arbetssätt, men där finns inga avsnitt som uttryckligen beskriver hur arbetet med matematik ska gå till. Det framkommer att det är upp till respektive lärare och elevgrupp att avgöra vilka arbetssätt som lämpar sig bäst, beroende på det område som behandlas (Skolöverstyrelsen, 1980).

Nästa läroplan som togs i bruk var Lpo 94 (Utbildningsdepartementet, 1994). I denna beskrivs intentionerna för en mål- och resultatstyrd skola (Wyndhamn, 1997). I kursplanen för matematik uttrycks att undervisningen i matematik ska syfta till att ge eleverna kunskaper som de behöver i sitt vardagliga liv samt för att kunna tolka och använda det ökade informationsflödet och för att kunna följa med och vara delaktig i samhällets olika beslutsprocesser. Vidare formuleras tydligare mål som undervisningen i matematik ska sträva emot att eleverna utvecklar (strävansmål). Dessutom finns mål som eleven ska ha nått upp till vid vissa tidpunkter i utbildningen, i årskurs 5 och årskurs 9 (uppnåendemål). I Lpo 94 tonas räknandet ner ytterligare jämfört med tidigare läroplaner och fokus läggs istället på processer.

I dagens läroplan, Lgr 11 (Skolverket, 2019a), finns inte längre några strävansmål respektive uppnåendemål beskrivna såsom i Lpo 94. Istället har fem övergripande matematiska förmågor⁸ formulerats som undervisningen i matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla problemlösningsförmåga, begreppslig förmåga, metod- och beräkningsförmåga, resonemangsförmåga samt kommunikationsförmåga. Dessa förmågor ska vidare utvecklas i förhållande till olika centralt innehåll som beskrivs i läroplanen. I läroplanen framgår vilket centralt innehåll som ska behandlas i olika årskurser. Innehållet beskrivs för varje stadium och är ordnat i sex olika matematiska områden: tal och tals användning, algebra, geometri, sannolikhet och statistik, samband och förändring samt problemlösning (Skolverket, 2019a).

Sammanfattningsvis kan sägas att den tidiga skolmatematiken, vilken är en del av grundskolans matematik, har utvecklats genom en förening av folkskolans och realskolans matematik. Olika styrdokument har under

⁸ De matematiska förmågorna som har formulerats i Lgr 11 beskrivs ytterligare under rubriken ”Matematiska förmågor” i detta kapitel.

åren på skilda sätt framhållit vad matematikundervisningen bör syfta till att utveckla för kunnande hos eleverna och delvis också fört fram hur undervisningen kan genomföras.

Vad ska eleverna lära sig?

Som framkommit i ovanstående genomgång kring skolmatematikens utveckling, har matematikämnet skrivits fram på olika sätt i de styrdokument som varit gällande. Framförallt kan ett skifte ses från fokus på kunskaper i matematik i form av förståelse och färdigheter till en mer komplex syn på matematisk kunskap, där övergripande förmågor i matematik lyfts fram. Vad gäller matematiskt innehåll ses också en förändring över tid från att huvudsakligen fokusera på färdigheter i räkning till att idag omfatta sex olika matematiska områden. I detta avsnitt kommer jag att gå in på vilka matematiska kunskaper som yngre elever förväntas utveckla i dagens skola.

Matematiska förmågor

Vad behöver elever lära sig i matematik? Enligt OECD (2017) är svaret på frågan ”to becoming mathematically competent” (s. 4). Vad kan då detta innebära? Enligt Häggblom (2013) finns en internationell trend i att resonera kring matematiskt kunnande med fokus på generella kunskaper, skilda från det matematiska innehållet, och som är oberoende av individens ålder. Resultat av sådana diskussioner kan exempelvis ses i ramverk som det danska *KOM (Kompetencer och Matematikläring)*; Niss, 2003; Niss & Højgaard-Jensen, 2002), och det amerikanska *Adding it Up* (Kilpatrick et al., 2001), vilka har haft stort inflytande vid utformandet av svenska styrdokument för både skola och förskola (Björklund & Palmér, 2018; Häggblom, 2013). Dessa ramverk framhåller olika matematiska förmågor (”kompetencer” i det danska ramverket och ”strands of mathematical proficiency” i det amerikanska) som tillsammans bildar en helhet som skulle kunna beskrivas som vad det innebär ”att bli matematiskt kompetent”.

Att dela upp matematiskt kunnande på detta vis är sällan lätt i praktiken, enligt Björklund och Palmér (2018). Däremot menar de att det kan vara bra att särskilja delarna teoretiskt för att kunna överblicka helheten. Det danska ramverket presenteras utifrån en visuell modell i form av en blomma, där åtta kronblad symboliserar olika kompetenser i matematik, vilka gemensamt beskriver vad det innebär att inneha matematisk kompetens (Niss & Højgaard-Jensen, 2002). Niss (2003) definierar matematisk

kompetens, respektive de matematiska kompetenser som innefattas i modellen, på följande sätt:

Mathematical competence then means the ability to understand, judge, do and use mathematics in a variety of intra- and extramathematical contexts and situations in which mathematics plays or could play a role [...] A mathematical competency is a clearly recognisable and distinct, major constituent of mathematical competence. (s. 7)

De åtta kompetenserna utgör följaktligen viktiga beståndsdelar i att vara matematiskt kompetent. I det danska ramverket är dessa indelade i två huvudgrupper. Den första gruppen innefattar kompetenser som innebär att kunna fråga och svara i och med matematik. Dessa är: tankegångskompetens, problemlösningskompetens, modelleringskompetens samt resonemangskompetens. Den andra gruppen omfattar kompetenser som gör det möjligt att hantera matematikens språk och redskap. Hit hör exempelvis symboler men även tekniska hjälpmedel. Dessa är: representationskompetens, symbol- och formalismkompetens, kommunikationskompetens och hjälpmedelskompetens.

Även om kompetenserna delats in i olika grupper i den danska modellen framhåller Niss (2003) att de är nära sammanlänkade. Däremot betonar han att kompetenserna trots det är distinkta i sina särdrag. Vidare visar de olika kompetenserna inte bara hur mångfacetterat matematikkunskandet är. De kan också användas i deskriptivt syfte för att beskriva och jämföra matematikundervisning i olika klassrum och i olika verksamheter (Niss, 2003).

Även det amerikanska ramverket *Adding It Up* presenteras utifrån en visuell modell men där i form av ett rep bestående av fem trådar som har flätats samman. De fem trådarna symboliserar olika komponenter eller delar (strands) av den komplexa helhet som det innebär att kunna matematik. De olika delarna utgörs enligt Kilpatrick et al. (2001) av: begreppsförståelse (conceptual understanding), procedurflyt (procedural fluency), strategisk kompetens (strategic competence), logiskt resonemang (logic reasoning), och lönsam attityd/inställning (productive disposition). Även i detta ramverk framhålls att alla delar behöver fokuseras i undervisningen för att utveckla matematisk kompetens hos eleverna, eftersom de på olika sätt är viktiga för att utvecklas matematiskt. Fyra av delarna representerar kunskapsmässiga aspekter, såsom att förstå och använda matematik, medan en (lönsam attityd/inställning) representerar affektiva aspekter. Enligt Kilpatrick et al. (2001) innefattar den senare bland annat att se matematiken som meningsfull och användbar, men också att se sig själv som en effektiv matematikanvändare. Detta skiljer ramverket från det danska, där affektiva aspekter inte synliggörs.

Att som i ovanstående ramverk beskriva matematiskt kunnande i form av övergripande kompetenser eller förmågor, utan koppling till ett specifikt matematiskt innehåll, har under de senaste decennierna blivit allt vanligare. Detta resonemang har även förts i Sverige, vilket kan skönjas i styrdokument sedan 1990-talet (Häggbloom, 2013). I en svensk rapport i samma anda som ramverken ovan, *Hög tid för matematik*, redogörs för sju olika kunskapsaspekter som tillsammans besvarar frågan vad det innebär att kunna matematik (NCM, 2001). Dessa är:

Produktivt förhållningssätt: att se matematik som meningsfull, användbar och värdefull, parat med stark tilltro till den egna förmågan att utöva matematik i vardagsliv, samhällsliv, kommande studier och yrkesliv.

Helhetsperspektiv: att se matematikens roll, värde och egenvärde i ett historiskt, kulturellt och samhälleligt perspektiv.

Begreppslig förståelse: att begripa innebörden av matematiska begrepp och operationer och hur dessa bildar sammanhängande nätverk.

Behärskande av procedurer: att på ett flexibelt, precist och effektivt sätt tillämpa olika slags procedurer och algoritmer.

Kommunikationsförmåga: att i tal och skrift kunna diskutera och argumentera kring frågeställningar i matematik.

Strategisk kompetens: att formulera, representera och lösa matematiska problem – såväl inommatematiska som från vardag och tillämpningar.

Argumentationsförmåga: att tänka logiskt och reflektera, samt förklara, troliggöra och berättiga matematiska påståenden. (NCM, 2001, s. 43)

Precis som i ramverken *KOM* och *Adding It Up* beskrivs vidare de olika delarna, här aspekterna, vara sammanvävda och bilda en helhet. Det tydliggörs också att både kunskapsaspekter och affektiva aspekter ingår i denna helhet (NCM, 2001), likt det amerikanska. De affektiva kan ses i aspekt ett och två ovan, och de kunskapsmässiga i aspekt tre till sju.

I dagens läroplan för grundskolan, Lgr 11 (Skolverket, 2019a), beskrivs matematiskt kunnande utifrån fem förmågor som påminner om de som tagits upp i ramverken ovan. Dessa namnges inte i kursplanen för matematik, men har getts namn i tidigare studier och undersökningar (Engvall, 2013; Häggbloom, 2013), vilka anges i parentes efter varje beskrivning nedan. Följande formulering kan ses i Lgr 11 (Skolverket, 2019a, s. 55):

Genom undervisningen i ämnet matematik ska eleverna sammanfattningsvis ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att:

- formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder (*problemlösningsförmåga*)
- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp (*begrepps-förmåga/begreppslig förmåga*)

2. Matematik – ett föränderligt ämne

- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter (*räkneförmåga/metod- och beräkningsförmåga*)
- föra och följa matematiska resonemang (*resonemangsförmåga*)
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser (*kommunikationsförmåga*)

I framskrivningen ovan kan utläsas att eleverna ska ges möjlighet att utveckla vissa förmågor i matematikundervisningen kopplat till kunskapsaspekter. I likhet med förmågorna som beskrivs i det danska ramverket KOM (Niss & Højgaard-Jensen, 2002) ses här inga affektiva aspekter. Engvall (2013) framhåller dock att sådana aspekter kan ses i den inledande syftestexten i kursplanen för matematik, vilka hon sammanfattar som ”intresse och tilltro” för och i matematik samt att ”se matematikens sammanhang”. Dessa ingår emellertid inte i kunskapskraven för matematik och är inte heller formulerade som förmågor i Lgr 11 (Engvall, 2013).

Matematiskt innehåll

Ovanstående sätt att uttrycka matematisk kunskap på, i form av förmågor, påverkar hur läraren bör lägga upp sin undervisning. Förmågorna behöver utvecklas i relation till och alltid kopplas till ett matematiskt innehåll. I Lgr 11 (Skolverket, 2019a) lyfts sex olika matematiska områden som ska bearbetas i matematikundervisningen i årskurs 1–3 fram: taluppfattning och tals användning, algebra, geometri, sannolikhet och statistik, samband och förändring samt problemlösning. Inom var och ett av dessa beskrivs vidare vilket matematiskt innehåll som ska tas upp.

För årskurs 1–3 är det matematiska området taluppfattning och tals användning omfångsmässigt störst, sett till vilket matematiskt innehåll som ska behandlas i undervisningen. Av den anledningen kan detta område uppfattas som ett av de viktigaste att ägna tid åt i den tidiga skolmatematiken. Något som också tyder på det är att det nationella bedömningsstöd för årskurs 1–3 som nyligen utkommit och som är obligatoriskt att använda i årskurs 1 fokuserar på taluppfattning (Skolverket, 2019c). Bedömningsstödet avser stödja läraren i sin bedömning av vilka elever som är i behov av extra stöd eller utmaningar i matematik. Anledningen till att just taluppfattning uppmärksammas är att ”en god taluppfattning är grundläggande för den fortsatta matematikinläringen” (Skolverket, 2019c, s. 4) och det hänvisas i sammanhanget till Unenge et al. (1994) som framhåller att det är en förutsättning för nästintill all kunskap i matematik. Även annan forskning visar på att grundläggande taluppfattning är viktig för elevens fortsatta utveckling (se exempelvis Clements et al., 2013).

Något som emellertid är intressant i förhållande till ovanstående resonemang är att taluppfattning också är det område som är mest beforskat vad gäller barns matematiklärande (Björklund & Palmér, 2020), medan det finns få longitudinella studier inom områden som mätning, statistik och geometri (Aunio & Räsänen, 2016). Aunio och Räsänen (2016) menar att dessa områden inte heller har haft någon framträdande roll vid framtagandet av kunskapstest i matematik som syftar till att finna elever som riskerar att utveckla svårigheter i matematik, även om kunskaper inom dessa är viktiga för elevens fortsatta lärande. Ett av dessa områden, som uppmärksammas mer på senare år är matematikundervisning som behandlar utforskande av mönster och strukturer. Studier visar här starkt stöd för att en medvetenhet om mönster och strukturer (AMPS) bidrar till elevers generella matematikutveckling (Cross et al., 2009; Mulligan & Michelmores, 2009; Mulligan et al., 2013). Emellertid uttrycker Clements och Sarama (2011) att matematikområden som dessa ofta ignoreras inom den tidiga matematikundervisningen. Det skulle kunna vara en förklaring till att områden som exempelvis algebra, geometri samt samband och förändring inte uppmärksammas i samma utsträckning som taluppfattning under de tidiga skolåren.

Hur ska eleverna lära sig?

I grundskolans läroplan (Skolverket, 2019a) och i kommentarmaterialet till kursplanen i matematik (Skolverket, 2017b) finns vaga skrivningar om arbetssätt och metoder som lärare förväntas använda i matematikundervisningen. I läroplanens övergripande mål och riktlinjer framgår det vidare att eleverna ska få möta och pröva varierade arbetsformer och arbetssätt i skolan samt ges möjlighet att påverka dessa, med hänsyn tagen till elevernas ålder (Skolverket, 2019a). Vilka dessa arbetssätt och arbetsformer innefattar i matematikundervisningen framgår emellertid inte.

Hur bör då lärare genomföra sin undervisning för att eleverna på bästa sätt ska utveckla matematiska förmågor kring olika matematiskt innehåll? Att undervisa i matematik är komplext, och det finns ingen mall att utgå ifrån för att lyckas (Anthony & Walshaw, 2009a). Däremot finns en hel del forskning som beskriver effektiv och framgångsrik undervisning i matematik (se exempelvis Anthony & Walshaw, 2007, 2008, 2009a, 2009b; Blazar, 2015; Hiebert & Grouws, 2007; Martin & Herrera, 2007; Ingvarson et al., 2004; Smith & Geller, 2004).

Anthony och Walshaw (2009a; se även Anthony & Walshaw, 2009b) lyfter i en forskningsöversikt fram tio principer för effektiv matematikundervisning. Principerna har dels framkommit ur resultat från ett nationellt (Nya Zeeländskt) samarbete kring kunskapsutveckling,

The Iterative Best Evidence Synthesis Program, där resultaten vad gäller evidens för god matematikundervisning har vägt in, dels utgått ifrån resultat från flera forskningsöversikter och internationella studier kring framgångsrik matematikundervisning. Alla studierna ligger, enligt Anthony och Walshaw, i linje med västerländsk matematikundervisning, som de menar har börjat frångå ett fokus på inläring av regler och hantering av symboler för att istället utveckla praktikgemenskaper (communities of practice) där eleverna själva kan vara aktivt engagerade i matematiken. De framtagna principerna är med andra ord utvecklade med utgångspunkt i forskning där föreställningen är att omgivningen spelar en viktig roll i elevens matematiklärande. Av den anledningen är de också relevanta att ta upp i relation till denna avhandling, där utgångspunkten är densamma. Principerna, som återges i citatet nedan, beskriver tillvägagångssätt som har visat sig vara betydelsefulla för att utveckla elevers kunskaper i matematik. De innefattar vidare delar av undervisningspraktiken som är relaterad till klassrummets gemenskap, klassrummets diskurs, matematikuppgifterna samt lärarens kunskaper (Anthony & Walshaw, 2009a).

Klassrummets gemenskap:

- ”En stöttande atmosfär: En stöttande klassrumsgemenskap som fokuserar på matematiska mål bidrar till att utveckla elevernas matematiska identitet och färdigheter” (s. 149)
- ”Organisera för lärande: Effektiva lärare ger eleverna möjligheter att utveckla förståelse för idéer både självständigt och i grupp” (s. 151)
- ”Bygga vidare på elevernas tänkande: Effektiva lärare planerar för matematiska lärandetillfällen som möjliggör för eleverna att bygga vidare på sina tidigare kunskaper, intressen, och erfarenheter” (s. 151)

Klassrummets diskurs:

- ”Matematisk kommunikation: Effektiva lärare främjar en klassrumsdialog som fokuserar på matematisk argumentation” (s. 152)
- ”Matematiskt språk: Användandet av ett matematiskt språk utvecklas när läraren använder korrekta begrepp och kommunicerar dess innebörd på ett sätt som eleverna förstår” (s. 153)
- ”Bedömning för lärande: Effektiva lärare använder en variation av bedömningsmetoder för att synliggöra elevernas tänkande och stödja deras lärande” (s. 154)

Matematikuppgifter:

- ”Meningsfulla uppgifter: Effektiva lärare vet att uppgifter och exempel som valts ut påverkar hur eleverna kommer att uppfatta, utveckla, använda, och förstå matematik” (s. 155)
- ”Göra kopplingar: Effektiva lärare stödjer eleverna i att skapa kopplingar, mellan olika sätt att lösa problem, mellan matematiska områden, och mellan matematik och vardagliga händelser” (s. 155)
- ”Verktyg och representationer: Effektiva lärare väljer noggrant verktyg och representationer för att stödja elevernas tänkande” (s. 156)

Lärarens lärande och kunskaper:

- ”Lärarkompetens: Effektiva lärare utvecklar och nyttjar beprövad erfarenhet för att initiera lärande och för att kunna vara lyhörda inför sina elevers matematiska behov” (s. 157)

(Anthony & Walshaw, 2009a, s. 149–157, min översättning)

Anthony och Walshaw (2009a) tydliggör att principerna ovan bör ses som delar i ett komplext nätverk av faktorer där alla kan påverka elevers möjligheter att lära matematik. Att enbart fokusera på en eller några få av principerna är därför inte tillräckligt, uttrycker de.

I Anthony och Walshaws (2009a) forskning blir det även tydligt att läraren har en stor betydelse för att skapa förutsättningar för ovanstående principer. Detta kan relateras till forskningsresultat som Carlgren och Marton (2002) presenterar kring lärares undervisningsmetoder. De visar att undervisning som elever tar del av kan se mycket olika ut, också på en och samma skola, då det påverkas av vilken lärare de har. Carlgren och Marton redogör för sex kvalitativt olika sätt som lärarna i studien genomför sin undervisning på, där varje lärare betecknas med en bokstav från A till F. Det tillvägagångssätt som lärare A använder sig av kan här beskrivas som mest traditionellt, vilket kännetecknas av ett alternerande av katederundervisning och eget arbete, medan tillvägagångssättet som lärare F använder kan ses som minst traditionellt. De olika tillvägagångssätten bidrar till att skapa skilda lärandemiljöer för eleverna, som påverkar vad de ges möjlighet att lära. Engvall (2013) har i sin avhandling sammanställt de undervisningspraktiker som Carlgren och Marton (2002) beskriver, utifrån vilka metoder lärarna och eleverna använder samt vilka kunskaper eleverna ges möjlighet att utveckla genom att delta i dessa praktiker. I tabell 1 nedan återges denna sammanställning. I tabellen synliggörs att eleverna ges möjlighet att utveckla olika typer av kunskaper i de olika undervisningspraktikerna genom de metoder som läraren och eleverna nyttjar. De övre förefaller i större utsträckning ge eleverna möjlighet att utveckla kunskaper med koppling till fakta, medan de längst ner möjliggör lärande som kan kopplas till kommunikation och argumentation. En slutsats som kan dras utifrån tabellen är att en undervisningspraktik där flera metoder används, skapar större förutsättningar för eleverna att utveckla olika slags kunskaper i exempelvis matematik, vilket också får stöd i forskning (se exempelvis Sterner & Trygg, 2019).

Tabell 1

Sammanställning av lärares undervisningspraktiker, där lärares och elevers metoder synliggörs i relation till möjlig kunskap.

Lärare	Lärares metoder	Elevers metoder	Möjlig kunskap
A	Styr och bestämmer, har långa genomgångar, går runt och hjälper eleverna, ger extrauppgifter	Tränar genom enskilt arbete i boken, övar på tid, repeterar, anstränger sig	Fakta, regler, behärskande av procedurer
B	Har genomgångar, använder elevernas erfarenheter, fokuserad på innehållet, ger extrauppgifter	Färdighetstränar, kommunicerar (i skrift och vid muntliga framträdanden)	Fakta, färdigheter, procedurkunnande, begreppslig förståelse, kommunikationsförmåga
C	Vill ge utrymme för elevernas egna projekt, försöker möta elevers individuella behov	Individuellt arbete i egen takt, samarbetar	Procedurkunnande, kommunikationsförmåga
D	Varierar arbetsformerna, kollektiva uppgifter, individualiserar, arrangerar undervisningsmiljöer, utvärderar	Färdighetstränar, samarbetar, använder olika uttrycksformer, redovisar för klassen, diskuterar, utvärderar	Färdigheter, begreppslig förståelse, problemlösningsförmåga, kommunikationsförmåga, argumentationsförmåga, sociala färdigheter
E	Använder egna och elevers erfarenheter i undervisningen, anknyter till vardagen, utvärderar	Samarbetar, undersöker, upptäcker, laborerar, redovisar och uppträder för klassen	Lust och intresse, trygghet och delaktighet, begreppslig förståelse, problemlösningsförmåga, kommunikationsförmåga, sociala färdigheter, produktivt förhållningssätt
F	Ger ansvar, analyserar, förändrar	Tar ansvar, färdighetstränar, arbetar med teman, samarbetar, argumenterar	Trygghet och delaktighet, färdigheter, begreppslig förståelse, kommunikationsförmåga, argumentationsförmåga, sociala färdigheter, produktivt förhållningssätt

Kommentar: Efter beskrivning i *Lärare av imorgon* (s. 33–66), av I. Carlgren och F. Mar-ton, 2002, Lärarförbundet. Bearbetad i *Handlingar i matematiklassrummet: En studie av undervisningsverksamheter på lågstadiet då räknemetoder för addition och subtraktion är i fokus* [Doktorsavhandling] (s. 61), av M. Engvall, 2013, Linköpings universitet.

3. Verksamhetsteorin

Denna avhandling riktar fokus mot elevers möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1. Dessa möten sker inom ramen för två skilda verksamheter, sprungna ur olika traditioner och styrda mot skilda mål och riktlinjer (Dahlberg & Lenz Taguchi, 2015; Skolverket, 2019a). En teori som ger möjlighet till fördjupad analys av verksamheter är verksamhetsteorin (se exempelvis Alnervik, 2013; Berthén, 2007; Bolstad, 1999; Egelström, 2019; Engvall, 2013; Grönlund, 2019; Jooganah & Williams, 2016; Rantavuori et al., 2016; Roth & Radford, 2011; Samuelsson, 2003; Willnermark, 2018). Ett huvudantagande inom denna teoribildning är att verksamheter är uppbyggda av mänskliga handlingar. ”Den mänskliga verksamheten existerar inte på något annat sätt än i form av en handling eller kedja av handlingar” (Leontiev, 1986, s. 161). Dessa handlingar formar, utvecklar och återskapar verksamheten, vilket gör att den är i ständig förändring (Leontiev, 1986). En annan utgångspunkt för verksamhetsteorin är att de handlingar som vi utför inom ramen för en verksamhet kan förklaras och beskrivas av den verksamhet vi ingår i. Handlingarna kan därmed sägas spegla själva verksamheten (Engeström, 1987; Leontiev, 1986).

I följande avsnitt skriver jag inledningsvis fram en kortfattad presentation av verksamhetsteorin, där jag också ger exempel på hur den har använts i tidigare studier, med fokus på matematikdidaktisk forskning. I relation till denna genomgång lyfter jag fram verksamhetsteorins användbarhet för denna studie och varför den har valts som teoretiskt perspektiv. Därefter följer en historik kring verksamhetsteorins framväxt, utifrån teorier och modeller hämtade från Vygotskij (1978), Leontiev (1986) och Engeström (1987). Slutligen beskriver jag hur verksamhetsteorin används i denna studie.

Verksamhetsteorin och dess användning

Inom verksamhetsteorin anses olika verksamheter ha vuxit fram i samhället för att människan har haft behov utav dem. På så vis har institutioner som skola, sjukvård och rättsväsende byggts upp, men också yrken såsom hantverkarens, forskarens och bibliotekariens, vilka också räknas till verksamheter (Säljö, 2014). I dessa utför människor olika typer av målinriktade handlingar som syftar till att stilla de behov som finns inom just den verksamheten. När människorna söker efter motivet till behovet ges verksam-

heten en riktning. Av den anledningen är det motivet för en verksamhet som skiljer den ifrån en annan (Leontiev, 1986).

Förskoleklassen har vuxit fram ur ett behov av att skapa en bro mellan förskola och skola för att bidra till en mjukare övergång till skolan (Skolinspektionen, 2014; Skolverket, 2014). Den avser utgöra ett slags skolförberedande verksamhet, där eleverna ska ges möjlighet att utvecklas ”i riktning mot de kunskapskrav” (Skolverket, 2019a, s. 18) som senare ställs i skolan, med utgångspunkt i elevernas egna intressen och tidigare erfarenheter. Skolan däremot har vuxit fram ur ett helt annat samhällsligt och historiskt behov, nämligen att utbilda landets medborgare (Dahlberg & Lenz Taguchi, 2015; Hedegaard, 2002). Den ska ansvara för att eleverna utvecklar ”kunskaper som är nödvändiga för varje individ och samhällsmedlem” (Skolverket, 2019a, s. 11), för att få ett fungerande yrkes- och vardagsliv. Följaktligen är verksamheternas behov, och i förlängningen verksamheternas motiv, i grunden olikartade, även om forskare har visat att de nyligen genomförda förändringarna som förskoleklassen stått inför verkar ha bidragit till att dess verksamhet nu tenderar att dra mer åt skolans innehåll, mål och undervisningsformer (Ackesjö & Persson, 2019).

Inom olika verksamheter kan det finnas så kallade lokala verksamheter som färgas av den övergripande verksamheten (Säljö, 2014). Inom verksamheterna förskoleklass respektive skola finns exempelvis matematikundervisning som en lokal verksamhet. Med stöd i verksamhetsteorin påverkas alltså denna lokala verksamhet av de övergripande verksamheterna förskoleklass respektive skola, vilka styrs av olika motiv. I förlängningen innebär det att motivet för matematikundervisningen sannolikt inte är detsamma i förskoleklass som i årskurs 1, vilket skapar olika matematik(undervisnings)verksamheter. Engeström (2001) uttrycker vidare att det dels inom en verksamhet, dels mellan olika verksamheter, finns historiskt framvuxna motsättningar, som kan bidra till ökad förståelse för den eller de verksamheter som studeras. Motsättningarna, vilka ter sig som förnimbbara eller dolda spänningar i och mellan verksamheterna, ska inte förstås som problem eller konflikter, utan som möjliga förändringspunkter (Engeström, 2001). Detta är intressant i förhållande till studiens syfte, som förutom att rikta intresset mot att undersöka, analysera och beskriva elevernas möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1, också fokuserar på att jämföra de möten som förekommer där. Leontiev (1986) uttrycker att en verksamhet enbart kan förstås och synliggöras genom att analysera de handlingar som människorna utför i verksamheten samt kopplingarna därmed. Genom att studera de handlingar som eleverna utför i möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1 samt relatera handlingarna till varandra och till det sammanhang i vilka de genomförs, finns därmed möjlighet att få en djupare förståelse för de matematikverksamheter som finns

i förskoleklassen och årskurs 1. Det möjliggör också att få syn på likheter och skillnader som finns däremellan, där eventuella motsättningar kan bidra till en ökad förståelse för de olika verksamheterna. Följaktligen är ett skäl till att verksamhetsteorin har valts som analysredskap för studien att inte stanna vid en empirinära analys, utan att lyfta upp den till ytterligare en analytisk nivå.

Verksamhetsteorin har idag stor spridning i världen och används inom flertalet discipliner och fält (Engeström, 1999; Roth, 2004; Sannino et al., 2009; Sannino & Engeström, 2018), såsom exempelvis filosofi, psykologi, datavetenskap och kommunikation, antropologi och pedagogik (jfr Hedegaard et al., 1999). En orsak till dess starka genomslag beror, enligt Davydov (1999), på dess icke-dualistiska utgångspunkt. Verksamhetsteorins fokus är nämligen varken riktat mot den enskilda individens psykologiska processer eller de sociala, kulturella och materiella förhållanden som finns runt individen, utan fokuserar istället på förbindelsen mellan dessa, vilket inom verksamhetsteorin beskrivs som mänsklig verksamhet (Engeström & Miettinen, 1999; Leontiev, 1986). Det gör att båda individuella, sociala och kulturella aspekter kan vägas in i analysen, vilket ger möjlighet att på ett djupare plan förstå förändringar som sker i samhället (Engeström, 1999).

Verksamhetsteorin har även framgångsrikt använts som analysredskap inom studier kring (matematik)didaktik, både i Sverige (se exempelvis Alnervik, 2013; Berthén, 2007; Egelström, 2019; Engvall, 2013; Grönlund, 2019; Samuelsson, 2003; Willermark, 2018) och internationellt (se exempelvis Bolstad, 1999; Jooganah & Williams, 2016; Rantavuori et al., 2016; Roth & Radford, 2011). Exempelvis nyttjar Engvall (2013) Engeströms verksamhetsstruktur för mänsklig verksamhet för att synliggöra elevers och lärares matematikhandlingar i lågstadietklassrum. Samuelsson (2003) använder samma struktur för att studera datorn som förändringsagent av matematikundervisningens villkor, och Roth och Radford (2011) nyttjar verksamhetsteorin för att synliggöra den parallella utvecklingen av kognition och känslor i matematikklassrum. Roth och Lee (2007) uttrycker att verksamhetsteorin har visat sig vara givande just för att analysera data insamlad i klassrumsmiljöer, bland annat då den kan överbrygga vissa problem som kan uppstå med ett dualistiskt synsätt på undervisning. Berthén (2007) uttrycker att deltagarnas handlingar av den anledningen kan förstås och förklaras inte bara utifrån individen själv, utan också utifrån den historiskt, kulturellt och socialt utvecklade kontexten där handlingarna utförs.

Även Hedegaard (2002) framhåller verksamhetsteorins potential inom det pedagogiska forskningsfältet. Hon menar att dess begrepp och tankar är mycket användbara inom detta område och anger tre skäl till det. För det första skapades skolan för att möta samhällets behov av att lära

människor läsa, skriva och räkna. Under tidens gång har skolan utvecklat en egen kultur, där särskilda ämneskunskaper och färdigheter har blivit svåra att placera i det vardagliga livet. Skolan har därmed blivit en egen institution eller verksamhet med egna traditioner och kunskaper. För det andra är skolans verksamhet knuten till samhällets kulturhistoria som därför påverkar verksamhetens innehåll. Om vi vill förstå elevens utveckling behöver vi därför inkludera den kulturhistoriska förbindelse som finns till de aktiviteter som arrangeras inom ramen för skolans verksamhet. Slutligen är ett tredje skäl den dubbla rörelsen i undervisningen: elevens egna spontana begrepp och tänkande, det vill säga elevens vardagsverksamhet, möter i skolan en verksamhet med ämneskunskaper, vetenskapliga begrepp och särskilda tillvägagångssätt.

I ljuset av ovanstående genomgång, där verksamhetsteorins möjligheter och förtjänster inom det pedagogiska och matematikdidaktiska forskningsfältet lyfts fram, finner jag ytterligare argument för att nyttja detta teoretiska perspektiv som analysverktyg för min studie. Framförallt menar jag att Hedegaards (2002) tredje skäl till verksamhetsteorins användbarhet kan bidra till ökad förståelse för mina resultat. Avhandlingen fokuserar på elevens möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1, där elevernas informella och spontana matematiska begrepp och tillvägagångssätt, skapade i en vardaglig kontext, möter skolans mer vetenskapliga matematikspråk och metoder, skapade i en institutionell kontext. Det kan därmed vara fördelaktigt att analysera dessa möten ur ett icke-dualistiskt perspektiv.

Förskoleklassens verksamhet och dess kulturella framväxt, med förändringar och förtydliganden kring dess syfte och innehåll i stort och kring dess undervisning i matematik i synnerhet, påverkar med hänvisning till verksamhetsteoretiska antaganden, de lokala matematikverksamheter som skapas för och av lärare och elever i förskoleklassen (Säljö, 2014). Om syftet med verksamheten förändras, förändras också de handlingar som elever och lärare utför, vilket på sikt förändrar villkoren för verksamheten. Som Hedegaard (2002) beskriver är skolan också en kulturellt framvuxen institution. Det är en verksamhet som under 1900-talet har utvecklats till en skola för alla, där innehåll och undervisningsformer har påverkats av omgivande samhälleliga förhållanden, matematikundervisningen inkluderas. Elevernas och lärarnas handlingar i matematikklassrummet påverkas därför av dess kulturella framväxt, samtidigt som de också formar och åter-skapar verksamheten. Därför blir de lokala matematikverksamheter som skapas under matematiklektionerna i årskurs 1 också påverkade av de övergripande verksamheterna och de traditioner som finns där, såsom verksamheten matematikundervisning och verksamheten skola. Genom att analysera elevernas möten med matematik i förskoleklassen och i årskurs 1 verksamhetsteoretiskt kan dessa olika matematikverksamheter beskrivas,

utifrån både fysiologiska, psykologiska och sociala aspekter, vilket ger möjlighet för att få en djupare förståelse för dem.

Verksamhetsteorins framväxt

Verksamhetsteorin har, enligt Engeström (2001), utvecklats i tre steg, där Vygotskijs teori och triangulära modell kring medierad handling utgör det första steget. Ett andra steg är Leontievs verksamhetsteori, där hans införande av begreppet arbetsdelning bidrar till att utöka analysen till att involvera både individuella handlingar och kollektiv verksamhet. Engeströms sammansmältning av Vygotskijs och Leontievs teorier i en grafisk modell för ett kollektivt verksamhetssystem (se figur 3, s. 46) utgör slutligen ett tredje steg i verksamhetsteorins framväxt. Nedan beskrivs dessa utvecklingssteg i tre olika avsnitt. I avsnitten lyfts också tankar och begrepp fram, som är av betydelse för avhandlingens analysarbete.

Vygotskijs teori kring medierad handling

Grunden till verksamhetsteorin kan således hittas i Vygotskijs teori om medierad handling. Vygotskij var kritisk mot samtidens forskning kring mänskligt beteende och uttryckte att det var mycket mer komplext än vad den enkla stimuli-respons-modellen ($S \rightarrow R$), som dominerade under denna tid, kunde beskriva. Istället argumenterade Vygotskij för en triangulär förklaringsmodell (se den vänstra triangeln i figur 1 nedan), innefattande en process som han benämner "medierad handling" (mediated act). Den innehåller en "medlande länk" (intermediate link; X), mellan S och R, som hindrar en direkt reaktion på stimuli. Den medlande länken utgörs enligt Vygotskij (1978) av kulturellt utvecklade verktyg, så kallade artefakter, som verkligheten förmedlas, eller medieras, igenom. Det innebär att vi människor inte står i en direkt, otolkad förbindelse med verkligheten, utan att vi själva måste vara aktiva för att den medlande länken ska upprättas. Länken gör också att processen kan gå åt motsatt håll, vilket innebär att omgivningen kan påverka individen och dennes beteende (Vygotskij, 1978). Vårt tänkande och våra uppfattningar är med andra ord färgade av vår kultur och dess artefakter. Av den anledningen utvecklas vi mentalt genom det som vi gör och de kulturella aktiviteter som vi deltar i. Artefakterna kan vidare, enligt Vygotskij, vara fysiska eller intellektuella/språkliga. Till de fysiska räknas exempelvis mobiltelefoner, datorer, smartboards och kalendrar, medan exempelvis symboler, skriftspråk och talat språk utgör intellektuella/språkliga artefakter (Säljö, 2014). Till höger i figur 1 nedan ses en omarbetad version av Vygotskijs ursprungliga

medieringstriangel, så som den vanligen återges, med den medierande artefakten högst upp samt subjekt (människan/individ) och objekt (omvärlden) i hörnen av triangelns bas (Engeström, 2001).

Figur 1

Vygotskijs ursprungliga modell för medierad handling till vänster, och en omarbetad version av densamma till höger

Kommentar. Den vänstra modellen efter *Mind in society: The development of higher psychological processes* (s. 40), av L. S. Vygotskij, 1978, Harvard University Press. Den högra modellen efter "Expansive Learning at Work: Toward an activity theoretical reconceptualization", av Y. Engeström, 2001, *Journal of Education and Work*, 14, s. 136 (min översättning i figuren).

Vygotskijs teori kring mediering var avgörande på så vis att den överbrygade svårigheter som uppstår i att studera individuella och samhällsliga processer separat. Införandet av kulturella artefakter som en medierande länk mellan dem gjorde nu att analysen kunde omfatta båda dessa processer. "The individual could no longer be understood without his or her cultural means; and the society could no longer be understood without the agency of individuals who use and produce artifacts." (Engeström, 2001, s. 134). Denna dialektiska utgångspunkt, som alltså grundlades genom Vygotskijs teori kring mediering, är också en utgångspunkt i verksamhetsteorin (Engeström, 1999).

Leontievs verksamhetsmodell

Vygotskijs förklaringsmodell kring mänskligt beteende lade följaktligen grunden för verksamhetsteorin, men i och med att den inte inkluderade mediering med andra människor och sociala relationer, var den begränsad till analys av enskilda individers handlingar, och omfattade alltså inte

studier av kollektiva verksamheter (Engeström, 2001; Engeström & Miettinen, 1999). Denna begränsning överbryggades dock genom Leontievs vidareutveckling av Vygotskijs teori, där han tydliggjorde skillnaden mellan kollektiv verksamhet (activity) och enskild handling (action) genom att även inrymma kommunikation mellan människor som medierande faktor (Engeström, 2015; Engeström & Miettinen, 1999; Leontiev, 1986). Det resulterade i att fokus förflyttades från individens objektorienterade handlingar, medierade av kulturella artefakter, till de komplexa förbindelser som finns mellan individen och den gemenskap (community) som han eller hon ingår i, som bygger upp kollektiva verksamheter (Engeström, 2001; Vygotskij, 1978).

Vidare delade Leontiev (1986) Vygotskijs utgångspunkt att det finns en ömsesidig påverkan mellan människans yttre, praktiska verksamhet och hennes inre, mentala verksamhet. Han uttrycker att dessa verksamheter inte går att separera, utan att de är i ständig växelverkan med varandra genom en yttre och en inre verksamhetsprocess. Den yttre processen ("externalisering") innebär att människan använder eller utvecklar verktyg för att förändra och påverka sin omgivning, medan den inre ("internalisering") innebär att människan själv påverkas och utvecklas genom de erfarenheter hon gör i den verksamhet hon ingår i.

I matematikundervisningen kan båda dessa processer sägas förekomma. Beroende på vilket subjekt (vem) som är i fokus är antingen den ena eller den andra processen aktuell. Exempelvis kan en elev under en matematiklektion formulera sina tankar i ord (språkligt verktyg) kring ett matematiskt problem, och uttrycka dessa idéer för sina klasskamrater (omgivningen) (externalisering). Vid samma tillfälle kan en annan elev få nya erfarenheter kring den matematik som avhandlas via den första elevens uttalande, och därigenom ges möjlighet att utveckla nya kunskaper kring innehåll (internalisering). Leontiev uttrycker att det är artefakterna som sammanfogar dessa två processer. De förbinder också människor med varandra, vilket gör att de mänskliga erfarenheterna bevaras i verksamheten (Leontiev, 1986). I ovanstående exempel representeras dessa artefakter av muntligt språk som sammanbinder den första och andra processen men också eleverna i undervisningssituationen. Leontiev (1986, s. 156) uttrycker att "Övergångarna är möjliga för att den yttre och den inre verksamheten har samma generella struktur." Han poängterar också att även om den inre, mentala, verksamheten kommer från den yttre, praktiska, är den inte överordnad den. De hör istället ihop i en ömsesidig förbindelse (Leontiev, 1986).

Utifrån arbetsdelningen enskild handling och kollektiv verksamhet, samt tankarna kring yttre och inre verksamhetsprocesser, målar Leontiev

upp en teoretisk modell för hur mänsklig verksamhet kan förstås utifrån en rad hierarkiskt uppställda begrepp på tre nivåer (se figur 2).

Figur 2

Leontievs modell för ett verksamhetssystem

Kommentar. Fritt efter beskrivningarna i *Verksamhet, medvetande, personlighet* (s. 156–190), av A. N. Leontiev, 1986, Progress.

Högst upp i modellen (nivå 1) finns den övergripande *verksamheten*, som riktas mot ett gemensamt *motiv*. Det är motivet som, enligt Leontiev (1986), ger verksamheten dess riktning, och det är också motivet som skiljer en verksamhet ifrån en annan. I verksamhetsteoretiska studier förekommer ibland begreppet objekt⁹ synonymt med motiv, vilket nedanstående citat hämtat från Leontiev (1986, s.158) kan klargöra: ”Enligt den terminologi jag föreslår är verksamhetens föremål [*object* i den engelska versionen; mitt tillägg] dess verkliga motiv”. Leontiev uttrycker vidare att denna definition skiljer sig från gängse uppfattning samt att motivet kan vara antingen materiellt eller förekomma enbart i tanken.

Nedanför verksamheten återfinns de *målstyrda handlingar* som individen planerar och medvetet genomför (nivå 2). Sådana handlingar har enligt Leontiev uppstått genom människans övergång till att leva i samhällen, där vi tillsammans utför handlingar för att tillfredsställa gemensamma behov. Varje enskild handling kan sägas vara ett delresultat för att nå fram till ett gemensamt resultat, vilket nås när behovet släcks. Dessa målstyrda handlingar har enligt Leontiev en intentionell aspekt (*vad* som ska uppnås) men också en operationell sådan (*hur* kan det uppnås), vilket påverkas av de förutsättningar som finns omgivningen. Det är här som

⁹ Begreppet objekt har varit föremål för flera diskussioner inom verksamhetsteorin. Se exempelvis Kaptelinin och Miettinen (2005) som gör en teoretisk framställning av begreppet.

operationerna kommer in (nivå 3), vilka Leontiev placerat direkt under handlingarna. Dessa bidrar till att handlingarna genomförs. De förverkligar handlingarna och är beroende av de *betingelser* (villkor, förutsättningar, artefakter) som finns i omgivningen. Operationerna kan därmed sägas beskriva *hur* handlingarna utförs. Leontiev (1986) menar vidare att det är nödvändigt att ta hänsyn till och göra kopplingar *mellan* ovanstående begrepp på olika nivåer vid analys av mänsklig verksamhet. På det viset övervinns de motsättningar som finns i att skilja den enskilda individens handlingar ifrån dennes sociala och kulturella verklighet, uttrycker han.

Engeströms modell för mänsklig verksamhet

Ytterligare ett steg i verksamhetsteorins framväxt är Engeströms (1987) utveckling av Leontievs teorier kring mänsklig verksamhet, där han sammanbinder dessa med Vygotskijs triangulära modell för medierad handling i en övergripande grafisk verksamhetsmodell (se figur 3 nedan). På det viset övervinns, enligt Engeström (1999), begränsningarna i Vygotskijs förklaringsmodell vad gäller handlingarnas mångskiftande samhällsliga (sociala) och mellanmänskliga (collaborative) karaktär. I Engeströms modell ses de enskilda handlingarna som händelser i ett kollektivt verksamhetssystem, där objektet/motivet är gemensamt. På det viset blir motivet till handlingarna tydligare och de får en större mening, uttrycker Engeström (1999).

Den övre delen av triangeln i Engeströms verksamhetsmodell (se figur 3), som känns igen från Vygotskijs teori om medierad handling, skildrar relationen mellan subjekt och objekt med artefakter som medierande länk (Vygotskij, 1978). Denna del av modellen kan enligt Engeström ses som "the 'tip of the iceberg' representing individual and group actions embedded in a collective activity system" (2001, s. 134). Den utökade sociala/kollektiva kontext som den nedre delen av modellen (eller "isberget") bidrar med innefattar ytterligare medierande faktorer som, om än mindre synliga än artefakterna, möjliggör för fler och nya infallsvinklar vid analys av mänsklig verksamhet (Engeström, 1987). Här tydliggörs de betingelser eller villkor som Leontiev (1986) menar påverkar verksamhetens alla delar.

Figur 3

Strukturen för mänsklig verksamhet

Kommentar. Efter *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research* (s. 78), av Y. Engeström, 1987, Helsingfors universitet (min översättning i figuren).

De olika delarna i verksamhetssystemet benämner Engeström (1987) komponenter (constituent components). Engeström (2001) betonar att det är betydelsefullt att analysera alla dessa komponenter som delar av en helhet, det vill säga som delar av ett helt verksamhetssystem, för att få full förståelse för dem. *Subjektet* i Engeströms modell representerar de individer eller grupper som genomför de målinriktade handlingar som görs inom ramen för verksamheten. Genom dessa realiserar de verksamhetens objekt/motiv till ett (konkret) resultat. Det är subjektet som analysen utgår ifrån i en verksamhetsteoretisk studie. *Objektet* i verksamhetsmodellen är alltså det som subjektet riktar sina handlingar mot i verksamheten. Det kan, enligt Engeström (1987), liknas vid ett "råmaterial" som förändras till ett *resultat* genom de handlingar som subjektet utför i verksamheten. Vidare är *artefakterna* de kulturellt framvuxna verktyg som används inom ramen för verksamheten, vilka kan vara både språkliga/intellektuella och fysiska. Verksamhetsmodellens nedre del utgörs vidare av den kontext i vilken subjektet deltar. Här återfinns komponenten *regler*, som innefattar explicita eller implicita bestämmelser, normer, värden eller konventioner som styr och/eller begränsar de handlingar och interaktioner som verksamheten

utgörs av. Här finns även komponenten *gemenskap*, som utgörs av de individer eller grupper som delar det gemensamma objektet. Slutligen finns också *arbetsdelning* som en del av kontexten kring subjektet, vilken innefattar hur arbetet delas upp inom verksamheten, både horisontellt, det vill säga mellan individerna, men också vertikalt, där faktorer kring makt och status kommer in.

Studiens analysverktyg

I denna studie nyttjar jag verksamhetsteorin för att utveckla min empirinära analys kring elevers möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1. Detta görs genom att jag utgår ifrån de verksamhetsteoretiska begrepp som beskrivits ovan, vilka är generella för mänsklig verksamhet. Jag har preciserat vad dessa kan innebära i en matematikundervisningskontext. Nedan har jag synliggjort detta i en modell för en matematikverksamhet (se figur 4), vilken används som analysverktyg i min verksamhetsteoretiska analys. Modellen är baserad på Engeströms (1987) struktur för mänsklig verksamhet.

Figur 4

Modell för en matematikverksamhet

I ovanstående modell för en matematikverksamhet är det eleven som utgör *subjektet*. Det är också elevens handlingar som analysen utgår ifrån, med hänsyn tagen till analysförfarandet i verksamhetsteoretiska studier (Engeström, 1987). *Objektet* som elevens handlingar riktas emot utgörs vidare av den matematik som fokuseras i aktiviteten¹⁰ som han eller hon deltar i för tillfället. Det representerar det lärande i matematik som eleven skulle kunna utveckla genom sina handlingar i aktiviteten, det vill säga verksamhetens *resultat*. Handlingarna som utförs i verksamheten medieras genom olika faktorer som återfinns i den, vilka innefattar artefakter, arbetsdelning, gemenskap och regler i Engeströms modell. Dessa kan därför sägas skapa förutsättningar för elevens handlingar i möten med matematik, vilket i förlängningen påverkar vad eleven ges möjlighet att lära. I analysen fokuseras därför dessa faktorer i förhållande till subjektet och objektet. I modellen ovan utgörs vidare *artefakterna* av olika representations-/uttrycksformer i matematik, såsom skriftligt/muntligt språk eller symboler, laborativt material (inklusive olika typer av spel), bilder och verkliga fenomen. *Arbetsdelningen* representeras i modellen av den arbetsform som gäller för aktiviteten (exempelvis grupparbete, fri lek¹¹ eller genomgångar) och innefattar hur arbetet delas upp i verksamheten, mellan lärare och elever, och mellan eleverna sinsemellan. *Gemenskapen* utgörs av klasskamrater och lärare som delar verksamhetens objekt, men också det klassrumsklimat som verksamheten kännetecknas av. Slutligen innefattar *regler* i ovanstående modell de uttalade/uttalade regler och normer som förekommer i verksamheten, vilka också innefattar regler för hur matematik ska göras.

¹⁰ Aktivitet i detta sammanhang ska inte sammanblandas med det engelska begreppet för verksamhet – *activity* – utan innefattar situationer i förskoleklassen och årskurs 1 där eleverna utför matematiska handlingar. Dessa situationer kan vara planerade av läraren eller uppstå spontant i verksamheten.

¹¹ Fri lek innebär att eleverna själva väljer vad de vill sysselsätta sig med.

4. Metod

I detta kapitel presenterar och redogör jag för den forskningsansats som studien utgår ifrån och varför den valdes. Vidare beskriver jag processen kring urval och tillträde till fältet samt vilka deltagarna i studien är. Efter det följer ett avsnitt kring tillvägagångssätt för den empiriska studien samt ett avsnitt kring analysprocess och tolkning av data. I kapitlet redovisas dessutom forskningsetiska överväganden samt aspekter som tagits i beaktande för att säkra studiens kvalitet under forskningsprocessens gång.

Val av metod

Jag valde en etnografisk utformning för min studie (jfr Hammersley & Atkinson, 2019). Detta val gjordes eftersom studiens syfte innefattar att undersöka, analysera och beskriva elevers möten med matematik, där elevernas handlingar i en viss klassrumskultur är i fokus. Inom etnografin ligger forskningsintresset just i att undersöka handlingar, beteenden och utsagor som människor uppvisar i en specifik kultur, för att på så vis få mer kunskap om den (Atkinson et al., 2001; Hammar Chiriac & Einarsson, 2018; Kullberg, 2014). Valet ansågs därför lämpligt för att erhålla kunskap om vad som händer i möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1.

Det etnografiska tillvägagångssättet, som också benämns fältarbete (Hammar Chiriac & Einarsson, 2018), innefattar att erhålla kunskap kring den studerade situationen genom att noggrant undersöka, analysera och beskriva empirin, för att därefter teoretisera insamlade data (Geertz, 2017; Hammar Chiriac & Einarsson, 2018; Kullberg, 2014). Datainsamlingen kan göras på flera olika sätt och är vanligen relativt ostrukturerad i betydelsen att den inledningsvis inte har några fasta ramar eller bestämda kategorier att utgå ifrån (Hammersley & Atkinson, 2019). I föreliggande studie valde jag deltagande observationer och informella samtal som datainsamlingsmetoder. Dessa metoder är vanliga i fältstudier (Atkinson et al., 2001; Fangen, 2005). Flera forskare påtalar vikten av deltagande observation (Delamont & Atkinson, 1995; Fangen, 2005; Gordon et al., 2001) och att fysiskt vara en del av fältet som observeras (Geertz, 2017; Spindler, 1982) för att på bästa sätt få erfarenhet av vardagen där. Dessutom kombineras ofta metoden med samtal eller intervjuer framhåller Atkinson et al. (2001), vilket de menar beror på att det är svårt att särskilja dessa datainsamlingsmetoder från annan typ av interaktion och dialog som normalt förekommer med deltagarna på fältet.

Etnografiska studier kan emellertid också innefatta andra metoder för insamling av data, som att nyttja textmaterial och bilder för att få information om fältet (Atkinson et al., 2001). Dessa metoder använde jag också i denna studie genom att jag samlade in och tog del av vissa dokument (såsom veckobrev, arbetsuppgifter och test) samt tog enstaka foton av miljön för att underlätta beskrivningen av den.

Urval, tillträde och deltagare

Elevgruppen som jag följde i studien gick på en skola med 220 elever från förskoleklass till årskurs 6 i en stad i Mellansverige. Denna skola har i studien det fingerade namnet "Ängsvallsskolan". Jag påbörjade datainsamlingen i september 2014, då elevgruppen precis hade påbörjat sitt år i förskoleklass, och avslutade den i slutet av oktober 2015, då eleverna gick sin första termin i årskurs 1. En förutsättning för att studien skulle kunna genomföras var att elevgruppen inte skulle delas upp vid övergången till årskurs 1. Inför den empiriska studien beslutades därför att kontakt skulle tas med en matematiksamordnare i den aktuella kommunen för att få förslag på skolor där förskoleklasserna hölls samman upp till årskurs 1. Matematiksamordnaren rekommenderade då "Ängsvallsskolan", eftersom den stämde in på kriterierna för mitt urval. Det var också på den skolan som studien sedan genomfördes.

Jag påbörjade processen att få tillträde till Ängsvallsskolans verksamhet genom att ta telefonkontakt med skolans rektor, och informerade om studiens syfte och dess upplägg. Rektorn ställde sig positiv till studien och gav mig sitt muntliga samtycke samt kontaktuppgifter till en av de förskollärare som arbetade i förskoleklass på skolan. Förskolläraren informerades sedan skriftligt om studien via e-post (se bilaga A) och gav också sitt samtycke via e-post. Därefter formulerade jag ett brev (se bilaga B) för att inhämta skriftligt informerat samtycke från vårdnadshavarna till eleverna i förskoleklassen. Först efter inhämtat samtycke från vårdnadshavarna informerades jag eleverna muntligt om studien, vilket jag för ett resonemang om under rubriken "Etiska överväganden" i detta kapitel. Eleverna fick då möjlighet att ta ställning till om de ville vara med i studien eller inte.

Förskoleklass

Fältarbetet i förskoleklassen påbörjades i början av september 2014 och avslutades i början av juni 2015. Under denna tid genomförde jag både observationer av och informella samtal med elever och lärare. Vid datainsamlingen fanns två förskoleklasser på skolan som båda vistades i samma

byggnad, här benämnda ”Hagen” och ”Ängen”. Det var i Ängen som studien genomfördes. Vid höstterminens start gick 24 elever, varav 12 flickor och 12 pojkar i klassen. Ordinarie personal i klassen var då en förskollärare och en fritidspedagog. En bit in på terminen slutade en elev och ungefär samtidigt tillkom en resursperson till klassen. Dessutom förekom det ibland vikarier för den ordinarie personalen under observationerna. Vid dessa tillfällen gavs respektive person möjlighet att ge sitt samtycke innan jag observerade det specifika tillfället. Om det inte fanns möjlighet till det valde jag att invänta ordinarie personal.

Efter att jag inhämtat skriftligt informerat samtycke från elevernas vårdnadshavare framkom att två av eleverna i gruppen inte fick delta i studien, varför resultatet och analysen omfattar 11 flickor och 11 pojkar samt personalen¹², som alla gett sitt samtycke. I tabell 2 nedan finns en sammanställning över deltagarna i min studie. Alla namn är fingerade.

Tabell 2

Deltagare i förskoleklassen

Deltagare	Antal	Namn
Elever	22	Alice, Alma, Anna, Daniella, Edin, Edith, Esther, Ida, Jason, Leon, Love, Ludvig, Lucas, Michael, Mira, Nadja, Nathalie, Noah, Rebecka, Robin, Ted, Teodor
Lärare	3	Gunilla, Henrik, Malin

¹² I avhandlingens resultat används begreppet lärare om all personal som deltog i elevernas möten med matematik genom olika lärarhandlingar. Det innefattar både lärare, förskollärare, fritidspedagoger, resurspersoner och vikarier. Mitt intresse i studien ligger inte i att undersöka om eleverna möter matematik på olika sätt beroende på personalens profession, utan i att undersöka elevernas möten med matematik i den verksamhet där de ingår. Av den anledningen används benämningen lärare om all personal även i deltagarsammanställningarna i tabell 2 ovan och tabell 3 nedan.

Årskurs 1

Mot slutet av vårterminen 2015 fick jag kontaktuppgifter till elevgruppens blivande klasslärare i årskurs 1. Jag skickade då ett mail (se bilaga C) till henne, där jag berättade vem jag var och att jag genomförde en studie i hennes kommande klass. Jag frågade även i mailet efter hennes samtycke till att jag fortsatte följa elevgruppen och även henne under större delen av höstterminen 2015. Läraren ställde sig positiv till att delta i studien och berättade även att en fritidspedagog som skulle vara i klassen också samtyckte till att delta.

Under höstterminen 2015, när elevgruppen gick i årskurs 1, fortsatte jag fältarbetet med framförallt observationer men även inslag av informella samtal. Tre elever hade tillkommit till klassen och en elev hade slutat sedan vårterminen i förskoleklass, varför den nu innehöll 25 elever. Ordinarie personal i klassen var en lärare och en fritidspedagog. Till de nya elevernas vårdnadshavare skickades blanketter om informerat samtycke (se bilaga D) och eleverna fick själva muntlig information om studien och fick ta ställning till om de ville delta, vilket de ville. Även elevernas vårdnadshavare gav sitt samtycke till deras deltagande. Deltagarna vid fältarbetet i årskurs 1 kom därför att omfatta 12 flickor och 11 pojkar (då de elever som tidigare inte hade fått samtycke av sina vårdnadshavare att delta fortfarande inte deltog i studien) samt personalen som var kopplade till klassen. Klassen benämns 1A i studien. I tabell 3 nedan presenteras deltagarna, med fingerade namn, som deltog i studien i årskurs 1.

Tabell 3

Deltagare i årskurs 1

Deltagare	Antal	Namn
Elever	23	Alice, Alma, Anna, Daniella, Edin, Edith, Esther, Ida, Jason, Leah, Leon, Love, Ludvig, Lucas, Michael, Mira, Nadja, Nathalie, Rebecka, Robin, Teodor, Zemar
Lärare	2	Camilla, Eva

Tillvägagångssätt för den empiriska studien

Vid studiens början var mitt forskningsintresse relativt brett – jag ville undersöka elevers möten med matematik i förskoleklass och i årskurs 1. Min bakgrund, dels som lärare och förskollärare, dels som lärarutbildare i kurser kring matematikdidaktik för förskollärarstudenter och grundläraresstudenter F–3, gjorde att jag hade vissa tankar om vad jag skulle kunna tänkas få se och erfara. Däremot hade jag inte själv undervisat i förskoleklass eller årskurs 1 och hade därför inga egna yrkeserfarenheter från fältet. Jag lät praktiken guida mig, och mitt fokus var inledningsvis mycket öppet avseende på vad möten med matematik i förskoleklassen kunde innebära. Jag bekantade mig med omgivningen, deltagarna och deras rutiner för att försöka sätta mig in i deras vardag. Efter några dagar i fält blev det klarare för mig vad i praktiken som var betydelsefullt för min studie att undersöka ytterligare och få mer kunskap om. Det gjorde att mina observationer och informella samtal fick ett tydligare fokus.

Fältarbete i förskoleklassen

Under mina observationer i förskoleklassen växlade jag mellan att vara aktiv deltagare vid gruppens aktiviteter och att enbart observera vid sidan av gruppen, även om det sistnämnda förekom i störst utsträckning. Min observatörsroll kan jämföras med den som Fangen (2005) benämner ”delvis deltagande observatör”. Beroende på vad som gjordes i gruppen och på vad som kändes mest lämpligt skiftade jag mellan olika roller. Vid vissa tillfällen valde jag att delta aktivt för att exempelvis lättare kunna ta del av elevernas tankar genom att jag deltog i deras lek, pratade med dem samt ställde och besvarade frågor. Vid andra tillfällen, som exempelvis vid samlingar, valde jag en mer passiv roll för att inte störa lärarens och elevernas interaktion. Vid dessa tillfällen satt jag på en stol en bit ifrån gruppen och iakttog samt antecknade. Vid enstaka tillfällen gjordes också ljudupptagningar. Då eleverna hade fria aktiviteter försökte jag i så stor utsträckning som möjligt delta i varierade aktiviteter samt i olika elevers lek. Ibland tog jag del av ett klossbygge, ibland lyssnade jag på ett samtal när eleverna ritade, ibland var jag involverad i en lek där provsmakning av sandkakor ingick och så vidare.

Eftersom jag hade informerat elever och lärare om studien och dess syfte var de medvetna om att de blev observerade. Observationerna kan därmed beskrivas som öppna (jfr Granström, 2004; Hammar Chiriac & Einarsson, 2018; Hammersley & Atkinson, 2019). De öppna observationerna underlättade för mig att följa de etiska riktlinjer som bör beaktas vid forskning där människor ingår (se avsnittet ”Etiska överväganden”, s. 63), och

förenklade samtidigt min observatörsroll, eftersom jag inte behövde dölja mitt anteckningsmaterial och min inspelningsutrustning (jfr Fangen, 2005; Hammar Chiriac & Einarsson, 2018; Hammersley & Atkinson, 2019).

Mina observationer gjordes vid olika veckodagar, vanligtvis en dag men ibland också flera dagar i veckan. Jag följde elevernas tider i förskoleklassen (kl. 8.20-11.20), och deltog i alla de aktiviteter som eleverna var involverade i, lärarstyrda och fria, inne och ute. Det gjorde jag dels för att jag ville sätta mig in i elevernas vardag i förskoleklassen men framförallt för att jag ville få möjlighet att ta del av elevernas möten med matematik under hela skoldagen. Detta eftersom matematiken i förskoleklassen ska vara en del av hela verksamheten och ska uppmärksammas i och kopplas till spontant uppkomna aktiviteter som eleverna engagerar sig i (Skolverket, 2019a). Av den anledningen blev det också nödvändigt för mig att få stöd i att avgöra när eleverna faktiskt deltog i situationer som innefattade matematik. För att lättare kunna avgöra det tog jag fasta på Bishops (1988a, 1988b) sex matematiska aktiviteter. De har i tidigare studier nyttjats för att urskilja matematik i förskolans verksamhet (se exempelvis Helenius et al., 2015; Johansson, 2015; Johansson et al., 2012), och hjälpte mig att avgöra när eleverna i exempelvis den fria leken använde sig av och hade möjlighet att möta matematik.

Fältarbete i årskurs 1

Under mina två första datainsamlingsdagar i årskurs 1 deltog jag i och observerade elevgruppen och deras lärare under hela skoldagen, men därefter enbart under matematiklektionerna, som i princip bara hölls i halvklass. Det valet gjordes utifrån studiens syfte att undersöka elevernas möte med (skol)matematiken i årskurs 1, det vill säga den planerade och schemalagda undervisningen. Jag ville dock med mina två första dagar få en bild av elevgruppens nya rutiner, lokaler, gruppkonstellationer och schema samt ge både elever och lärare tillfälle att vänja sig vid min närvaro och mitt antecknande (igen). Tre elever, som inte var vana vid att ha en forskare i klassrummet, hade dessutom börjat i klassen och lärarna hade inte heller den erfarenheten, även om de ganska snart verkade vänja sig vid det. Vid flertalet tillfällen märkte jag att läraren exempelvis inte räknade mig som en extra resursperson, då hon till exempel poängterade att hon var den enda vuxna i rummet som kunde hjälpa eleverna i en övning.

Vid observationerna i årskurs 1 fortsatte jag med öppna observationer och intog även här observatörsrollen ”delvis deltagande observatör” (Fangen, 2005), men var nu till större del passiv deltagare än vad jag hade varit när jag observerat i förskoleklass. En orsak till det var att matematiklektionernas lärarledda genomgångar var längre än de lärarledda

samlingarna i förskoleklassen, och att jag vid dessa situationer inte ville påverka samspelet mellan lärare och elever genom att gå in som aktiv deltagare. Vid dessa tillfällen satt jag på en stol cirka en till två meter bakom elevgruppen som i sin tur satt i en halvcirkel på golvet framför klassrummets whiteboard och smartboard, med läraren sittandes på en stol framför sig. Jag antecknade i ett litet block och spelade vanligen in det som sades med en diktafon.

Ytterligare en anledning till att jag inte deltog aktivt i samma utsträckning i årskurs 1 var att eleverna oftare arbetade individuellt (i sina matematikböcker), och då endast sökte kontakt när de behövde hjälp. Jag valde då aktivt att inte gå in och hjälpa eleverna, eftersom jag ansåg att det då fanns risk för att jag skulle uppfattas som lärare och inte forskare, vilket hade kunnat bli förvirrande för eleverna. Dessutom var jag intresserad av att se hur eleverna i samspråk med lärare eller klasskamrater löste problem tillsammans. Vid testsituationer var jag av förklarliga skäl inte heller aktiv deltagare vid mina observationer. Vid dessa situationer valde jag att enbart iaktta samt anteckna vad jag uppfattade från deltagarna i form av samtal, kroppsspråk och skrift.

Det var i princip bara vid elevernas smågruppsaktiviteter som jag emellanåt antog rollen aktiv deltagare i årskurs 1, och då i kortare episoder. Eleverna hade under dessa situationer alltid uppgifter att lösa ifrån läraren, vilket inte hade varit fallet vid elevernas fria lek i förskoleklassen, så mitt aktiva deltagande blev på så vis begränsat till informella samtal med eleverna. Jag löste aldrig uppgifterna tillsammans med eleverna, av risk för rollförvirring hos eleverna, vilket beskrivits ovan, utan intresserade mig för elevernas samarbete och hur de tog sig an uppgifterna. Vid smågruppsaktiviteterna valde jag att observera så många smågrupper som möjligt. Jag varierade således vilka elever jag var hos, för att få en bred uppfattning om vad eleverna ägnade sig åt under lektionerna. Vid de flesta av dessa observationer använde jag en diktafon utöver skriftliga anteckningar. Eleverna var medvetna om att jag använde diktafonen och ställde inledningsvis frågor om den, och de fick även lyssna på sig själva vid något tillfälle. Däremot lade jag aldrig diktafonen synlig på exempelvis ett bord när jag spelade in, utan hade den i knät eller fäst i byxfickan, för att eleverna inte skulle fokusera för mycket på den.

Matematiklektionerna i årskurs 1 hade inga fasta tider, utan var schemalagda vid olika tidpunkter varje vecka. Observationerna gjordes vid ett till tre tillfällen varje vecka, där ett tillfälle ofta innefattade två matematiklektioner med samma innehåll, eftersom eleverna hade matematik i halvklass. Lektionerna började vanligtvis med en gemensam genomgång, varefter eleverna arbetade individuellt eller i smågrupper och sedan

återsamlades för en sammanfattning i halvklass mot slutet av lektionen. Lektionerna varade oftast i mellan 40 och 60 minuter.

Fältanteckningar och ljudinspelningar

Vid observationerna och de informella samtalen förde jag fältanteckningar kontinuerligt med hjälp av ett litet anteckningsblock och en penna. Jag använde även i olika omfattning en diktafon för att fånga upp samtal som fördes. När jag lyssnade på inspelningarna från förskoleklassen upptäckte jag dock att de innehöll mycket störande bakgrundsljud när eleverna hade fri lek och smågruppsaktiviteter, vilket gjorde det svårt för mig att höra vad som sades. Även i samlingssituationer förekom en hel del bakgrundsljud som påverkade ljudkvaliteten negativt. Av den anledningen valde jag att i princip enbart nyttja papper och penna för att dokumentera i förskoleklassen, varför det totala antalet ljudinspelningar är få (se tabell 4, s. 59). Jag upplevde att jag likväl hann anteckna det som deltagarna pratade om, ibland mer i form av sammanfattningar, men många gånger också i form av dialoger. Det hade jag möjlighet till eftersom inläggen många gånger var korta eller efterföljdes av (ibland långa) pauser, såsom när eleverna samtidigt utförde en aktivitet (exempelvis byggde, spelade spel eller tittade i böcker). Det är dock möjligt att jag kan ha förlorat eller bytt ut ord i dialogerna genom att enbart anteckna. Däremot ska innebörden i det som elever och lärare uttryckte under observationerna finnas med i de nedskrivna dialogerna.

Detta tillvägagångssätt för med sig att de excerpt som finns framskrivna i resultaten för förskoleklassen huvudsakligen är hämtade från mina renskrivna fältanteckningar. Av den anledningen är flera excerpter mer i berättande form än i form av dialoger. I de fall dialoger förekommer är de hämtade från situationer där korta inlägg gjordes av deltagarna, som jag därmed hade möjlighet att skriva ner utan större svårigheter. De kan också vara hämtade från tillfällena då det fanns pauser i deltagarnas dialoger, vilket gjorde det lättare för mig att anteckna deras uttalanden. Sex av de längre dialogerna är hämtade från transkriberade ljudinspelningar (se bilaga E för en sammanställning av avhandlingens excerpter). I excerpten är dialoger markerade med talstreck (-).

I årskurs 1 gjordes inspelningar med diktafon i mycket större utsträckning än i förskoleklassen (se tabell 4, s. 59). Fri lek förekom inte alls och därmed var eleverna inte lika rörliga som i förskoleklassen. Vid genomgångarna var det lätt att höra vad som sades på inspelningarna och därför spelades de med få undantag in. Vanligen hade jag inte heller några svårigheter att uppfatta elevernas samtal vid smågruppsaktiviteter, eftersom ljudnivån i klassrummet var betydligt lägre än i förskoleklassen.

Eleverna förflyttade sig inte heller i samma utsträckning i årskurs 1, vilket minskade bakgrundsljuden. Därför spelades också flertalet av dessa observationer in. När eleverna arbetade individuellt gjordes inga inspelningar, eftersom dialogerna var så pass få att det fanns gott om tid att skriva ner dem. Detta tillvägagångssätt medför att excerpten som skrivs fram i resultaten för årkurs 1 är hämtade både från transkriberade inspelningar och renskrivna fältanteckningar, huvudsakligen inspelningar. Excerpter innehållande dialoger är med få undantag hämtade från inspelningar. Längre dialoger och inlägg, exempelvis från genomgångar, är uteslutande hämtade därifrån (se bilaga E). Även för årskurs 1 är dialogerna i excerpten markerade med talstreck (-).

Vid mina deltagande observationer observerade jag både elevernas och lärarnas handlingar och samtal, och skrev ner det som fältanteckningar. Dessutom gjordes anteckningar om den specifika kontext som dessa utfördes i (exempelvis miljö, vilka som närvarade, tillgängligt material, tid på dagen). Vid planerade aktiviteter skrevs det senare oftast ner precis innan eller direkt efter aktiviteten. Huvudsakligen kunde jag anteckna medan observationerna pågick, som till exempel vid samlingar, genomgångar och planerade aktiviteter, då jag uppfattade att min närvaro inte kändes lika påtaglig. Vid något tillfälle när eleverna i förskoleklassen lekte i mindre grupper och jag satt med, avvaktade jag emellertid med att anteckna. Eleverna kunde ibland avsluta det de höll på med eller sluta prata med varandra vid sådana tillfällen för att istället undra över vad jag skrev, och jag ville inte avbryta deras lek eller samtal. I årskurs 1 kunde jag däremot anteckna hela tiden under mina observationer. Vid de få tillfällen då jag inte kunde anteckna direkt, skrev jag ner mina observationer så snart jag kunde, vilket flertalet forskare (Fangen, 2005; Hammersley & Atkinson, 2019; Howitt, 2013) rekommenderar. Fältanteckningarna renskrevs sedan på dator samma eftermiddag eller förmiddagen dagen därpå (enbart årkurs 1), för att undvika att viktiga delar av observationerna glömdes bort (Fangen, 2005).

Fältanteckningarna renskrev jag i samma textdokument som jag transkriberade in ljudinspelningarna i. Eftersom jag huvudsakligen samlade data genom att föra fältanteckningar i förskoleklassen kom fältanteckningarna att utgöra basen i textmaterialet där. Dessa renskrevs och kompletterades med ljudinspelningar där sådana fanns. I årkurs 1 utgjorde istället ljudinspelningarna basen i textmaterialet eftersom jag i stor utsträckning gjorde inspelningar där. Jag transkriberade in dessa i dokumentet och kompletterade dem med mina fältanteckningar för att bland annat ge en bild av kontexten, vilka som förde dialogerna och deltog i aktiviteterna samt vilket material som användes. De excerpter som ingår i resultatkapitlet är hämtade från detta textmaterial som alltså består av en

blandning av renskrivna fältanteckningar och transkriberade ljudinspelningar.

När jag skrev mina fältanteckningar försökte jag att göra så tydliga och fylliga beskrivningar som möjligt av vad jag såg, hörde och upplevde. Det kan jämföras med det som Geertz (2017) benämner ”thick descriptions”. Jag ville med dessa bidra till att läsare av mina excerpter skulle ges möjlighet att skapa sig en egen bild av situationen, och därigenom kunna avgöra om mina tolkningar av dessa är rimliga och känns trovärdiga. Detta förfarande gav mig dessutom möjlighet att få en god förståelse för fältet. Flera forskare förordar välskrivna fältanteckningar vid observationer och informella samtal, eftersom de utgör datamaterialet som analysen utgår ifrån (Fangen, 2005; Geertz, 2017; Hammersley & Atkinson, 2019). Detta ligger också i linje med det som Larsson (2009) för fram kring ”generalization through recognition of patterns”(s. 33). Larsson (2005, 2009) menar att studier likt denna, där en grupp följs under en längre tid, bidrar till ny kunskap genom att mönster känns igen som gör att dess resultat kan överföras till andra sammanhang. En tydlig framskrivning av det som setts och erfärts i elevgruppen i denna studie kan alltså möjliggöra för viss generalisering till andra elevgrupper. Välskrivna fältanteckningar betyder dock inte att precis allt ska skrivas ned (Fangen, 2005; Hammersley & Atkinson, 2019). Det handlar om att göra en avvägning mellan detaljrikedom och omfång (”scope”), uttrycker Hammersley och Atkinson (2019).

Sammanfattningsvis består datamaterialet i min studie framförallt av fältanteckningar och ljudinspelningar från de observationer som gjorts och de informella samtal som förts under det dryga året i fält. De renskrivna fältanteckningarna och transkriberade ljudupptagningarna (vilka jag fortsättningsvis hänvisar till som mitt textmaterial) innehåller skildringar av specifika situationer och miljöer, beskrivningar av elevernas och lärarnas handlingar, och även deras samtal. Totalt var jag 43 dagar i fält, varav 16 dagar under höstterminen i förskoleklass, 12 dagar under vårterminen i förskoleklass och 15 dagar under höstterminen i årskurs 1. Eftersom datainsamlingstillfällena i årskurs 1 var olika långa kan det också vara intressant att redovisa hur många timmar som jag var ute i fält. På höstterminen i förskoleklassen deltog jag i 48 timmar, medan jag på vårterminen deltog i 36 timmar, och i årskurs 1 i 23 timmar. Vid dessa tillfällen gjorde jag 6 ljudinspelningar i förskoleklass (cirka 1 timme totalt) och 39 ljudinspelningar i årskurs 1 (cirka 8 timmar totalt). Detta resulterade i 210 datorskrivna sidor textmaterial för förskoleklassen och 114 datorskrivna sidor textmaterial för årskurs 1. För en överblick av detta datamaterial, se tabell 4 nedan. Utöver detta fotograferade jag även miljön i de båda klassrummen samt tog del av dokument i form av veckobrev och test i matematik.

Tabell 4*Datamaterial i studien utöver dokument och fotografier*

Verksamhet	Antal sidor textmaterial	Ljudinspelningar, antal/timmar	Tid i fält, dagar/timmar
Förskoleklass	210	6/1	16/48 (HT), 12/36 (VT)
Årskurs 1	114	39/8	15/23 (HT)
Totalt	324	45/9	43/107

Analysprocess och tolkning av data

Analysen av mina data gjordes i två huvudsakliga steg. Först genomfördes en empirinära analys inspirerad av analysprocessen i tematisk analys, utifrån de sex steg som beskrivs av Braun och Clarke (2006). Därefter analyserades resultaten ytterligare, på ett teoretiskt plan, utifrån begrepp hämtade från verksamhetsteorin (Engeström, 1987). Nedan beskrivs dessa två huvudsteg i analysprocessen i två avsnitt.

Analyssteg 1

Redan då jag transkriberade mina ljudupptagningar och renskrev mina fältanteckningar reflekterade jag över materialets innehåll. Ljudupptagningarna transkriberades in i samma dokument som mina renskrivna fältanteckningar i ett textredigeringsprogram där jag hade valt att ha en ganska stor marginal till vänster i dokumentet. Min tanke var att jag där, efter att jag skrivit ut texten, kunde göra anteckningar kring tankar och reflektioner samt notera preliminära koder, för hand. En tydlig start på analysen kan sägas vara när jag aktivt började koda mitt utskrivna textmaterial. Det gjordes redan efter några dagar på fältet. För varje rad ställde jag analytiska frågor och reflekterade över vad materialet berättade för mig. Hur handlar eleverna? Hur handlar lärarna? I vilket socialt sammanhang sker mötena med matematik? Vilka förutsättningar finns i miljön? Detta sätt att analysera kan jämföras med de två inledande stegen för analysprocessen i

tematisk analys, som enligt Braun & Clarke (2006) går ut på att först bekanta sig med sitt material och därefter skapa preliminära koder.

Den inledande kodningen ledde till att fältarbetet fick ett tydligare fokus. Jag var mer klar över hur jag skulle gå vidare, vad jag kunde titta efter och vad som var mest väsentligt, och det underlättade min fortsatta kodning. Datainsamling och analys ägde alltså rum parallellt, vilket jag upplevde bidrog till att de kunde utveckla och berika varandra. Detta tillvägagångssätt kan jämföras med ”teoretiskt urval” (Thornberg & Forslund Frykedal, 2019). Hartman (2001) menar att genom att växla mellan analys och datainsamling på detta sätt blir det tydligt vad insamlade data betyder och vad som är viktigt att vidare fokusera på.

Eftersom analysen genomfördes parallellt med datainsamlingen analyserades förskoleklassmaterialet först. Rad för rad analyserades textmaterialet utifrån vad som hände, med fokus på elevers möten med matematik. Varje rad sammanfattades till preliminära koder som gavs namn i form av ”substantivverb” för att både få med det matematiska innehållet i det som gjordes och själva handlingen. Det kunde exempelvis vara ”mönsterförklarar”, när någon beskrev ett mönster som hade gjorts, ”antalsuttrycker”, när någon informerade om hur många det var av något, ”storleksifrågasätter”, när någon ifrågasatte någon annans information kring storleken på ett objekt och ”lägesbeskriver”, när någon förklarade var ett visst objekt fanns. Jag markerade också om det var läraren eller eleverna som handlade eller uttryckte sig i situationen. Hela tiden gjordes också jämförelser mellan de preliminära koderna och mot textmaterialet, vilket kan liknas vid ”konstant komparation” (Charmaz, 2014). Dessutom förde jag minnesanteckningar under hela analysprocessen, där jag skrev upp och provade idéer, strukturerade mina tankar och beskrev hur jag resonerade kring mina val. Dessa anteckningar återvände jag till vid flertalet gånger för att erinra mig själv om varför jag hade gjort vissa val i analysen och vad de baserats på. Jag använde dem också för att sätta mig in i mina reflektioner igen när jag hade lämnat materialet för ett tag, för att exempelvis skriva på andra delar av avhandlingen. Slutligen var anteckningarna till stor hjälp i framskrivandet av detta avsnitt, om studiens analysprocess.

Efter att datamaterialet söktes igenom efter preliminära koder skrevs dessa ner i nya dokument, ett för varje observationstillfälle, där jag började sammanföra koder som verkade höra ihop. Dessa fick tillfälliga benämningar i form av verb, exempelvis ”informerar” och ”skapar”, som beskrev elevernas matematikhandlingar. Dessa användes sedan vid genomläsandet av nytt textmaterial, för att se om de var lämpliga för att beskriva resultaten eller om de behövde utvecklas och kanske utökas för att fånga in det. På detta sätt bildades mer övergripande koder, eller teman, av de koder som jag ansåg hörde ihop. Detta tillvägagångssätt kan jämföras med steg tre

och fyra i tematisk analys, vilka innebär att samla koder i potentiella teman samt att undersöka om de framväxande temana fungerar i relation till det kodade materialet och till datamaterialet i stort (Braun & Clarke, 2006). De teman som växte fram ur mitt material beskrev på olika sätt elevers möten med matematik i förskoleklassen och jag gick vidare med att i löpande text beskriva hur dessa tog sig uttryck, vilket kan jämföras med det femte steget i tematisk analys, som handlar om att definiera och namnge sina teman (Braun & Clarke, 2006).

Vid framskrivandet av temana började jag med att hämta excerpter från mitt textmaterial som kunde exemplifiera varje tema. Utifrån dessa excerpter skrevs sedan temana fram, och varje excerpt analyserades utifrån hur deltagarna handlade i det specifika mötet med matematik, hur situationen såg ut, vilka som deltog, vilka artefakter som användes och i vilken kontext deltagarna befann sig. Detta kan ses som det sjätte steget i tematisk analys, som enligt Braun och Clarke (2006) bland annat innefattar att göra ett urval av levande, övertygande ("vivid, compelling") exempel och genomföra en slutlig analys av dessa, utifrån studiens forskningsfrågor.

Vid analysen av datamaterialet från årskurs 1 upprepade jag analysförfarandet ovan, med läsning och tolkning av textmaterialet rad för rad och utformande av koder i form av "substantivverb". Även här växelvärkade datainsamling och analysprocess och temana som slutligen framkom beskrevs med utgångspunkt i excerpt från textmaterialet som analyserades var för sig. Resultatet som urskildes vid analysen av årskurs 1-materialet hade inte lika starkt fokus på matematikprocesser, utan beskrev istället olika typer av deltagande i möten med matematik.

Vid en första genomläsning av de preliminära resultaten för förskoleklassen och årskurs 1 upptäckte jag att resultatens olika inriktningar kunde gynna varandra, där resultaten från årskurs 1 kunde sätta ramar kring de resultat som framkom i analysen av förskoleklassmaterialet, och tvärtom. Utifrån dessa tankar analyserades datamaterialet ytterligare en gång; förskoleklassmaterialet med fokus på de resultat kring deltagande som lyftes fram i årskurs 1, och årskurs 1-materialet med fokus på matematikprocesser liknande de som framkom i förskoleklassmaterialet. Det resulterade i ytterligare resultatavsnitt för förskoleklassen och årskurs 1, där elevernas deltagande i möten med matematik skrevs fram för förskoleklassen och elevernas möten med matematik skrevs fram för årskurs 1 med utgångspunkt i samma analysförfarande som ovan. Resultaten från den empiriska analysen presenteras i kapitel 6–9.

Analyssteg 2

När jag skrev fram resultaten från den empirinära analysen kände jag ett behov av att tillföra teori som kunde fördjupa min analys. Jag valde att ta stöd i verksamhetsteorin, som har visat sig vara givande för att analysera verksamheter, särskilt i en didaktisk kontext (se exempelvis Hedegaard, 2002; Rooth & Lee, 2007). Med verksamhetsteoretiska begrepp som verktyg kunde jag tydliggöra likheter och olikheter i elevers möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1 genom en analys av resultaten från den empirinära analysen. Jag kunde även få ökad förståelse kring vad eleverna, i de olika verksamheterna, gavs möjlighet att lära i matematik, genom att studera deras matematikhandlingar och den kontext i vilka de genomfördes.

Den teoretiska analysen tog sin utgångspunkt i subjektets, det vill säga elevens, handlingar i möten med matematik. Jag började med att grundligt gå igenom resultaten från den empirinära analysen för förskoleklassen med fokus på elevernas matematikhandlingar samtidigt som jag utforskade sammanhangen runt dessa. I denna process tog jag stöd i de verksamhetsteoretiska begreppen artefakter, regler, gemenskap samt arbetsdelning, och nyttjade det analysverktyg kring en modell för en matematikverksamhet som jag presenterade i kapitel 3 (se figur 4, s. 47), med inspiration från Engeströms (1987) verksamhetstriangel. Resultaten från denna analys skrev jag inledningsvis ned i punktform.

Tre olika mönster framträdde vid analysen och jag valde att betrakta dem som olika matematikverksamheter. Dessa verksamheter fick temporära namn och jag tog återigen stöd i de verksamhetsteoretiska begreppen för att skriva fram dem. Beskrivningarna av var och en av de tre matematikverksamheterna jämfördes hela tiden med resultaten från den empirinära analysen för att de skulle inkludera de resultat som framkommit i där. Sedan jämfördes beskrivningarna av verksamheterna med deras temporära namn, varvid de justerades för att ge en så god bild av verksamheterna som möjligt.

Därefter följde en liknande analysprocess för årskurs 1, där resultaten från den empirinära analysen analyserades med fokus på subjektets handlingar och de sammanhang i vilka dessa handlingar utfördes, nu också med matematikverksamheterna i förskoleklassen i bakhuvudet. Denna analys resulterade i tre matematikverksamheter också för årskurs 1 som jag skrev fram på ett liknande vis som för förskoleklassen, med utgångspunkt i verksamhetsteoretiska begrepp.

Varje verksamhetsbeskrivning avslutades vidare med en sammanfattning om vad just den matematikverksamheten kunde erbjuda eleven i form av möjligt lärande i matematik, utifrån de förutsättningar som fanns där. Det gjordes genom att jag jämförde resultaten som framkommit i

analysen med innebörden i de förmågor i matematik som lyfts fram i olika ramverk kring matematiskt kunnande (Kilpatrick et al., 2001; NCM, 2001; Niss & Højgaard-Jensen, 2002). Jag valde sedan att använda de matematiska förmågor som skrivs fram i Lgr 11 (Skolverket, 2019a), som liknar de som tagits upp i ramverken, för att beskriva vad eleverna ges möjlighet att utveckla för kunnande i matematik i de olika verksamheterna. Detta eftersom dessa matematiska förmågor är väl etablerade i skolans matematikundervisning.

Slutligen skrevs också en övergripande analys fram, där likheter och skillnader i de matematikverksamheter som beskrivits för förskoleklass och årskurs 1 lyftes fram, samt vilken betydelse det kan ha för elevernas lärande i matematik. Resultaten från den verksamhetsteoretiska analysen presenteras i kapitel 10.

Etiska överväganden

Forskning är viktigt och också nödvändigt för ett samhälles utveckling, men får inte genomföras på bekostnad av enskilda individers välbefinnande. Det finns två krav som alltid måste vägas emot varandra då forskning bedrivs – forskningskravet och individskyddskravet, där forskningens förväntade kunskapsbidrag ställs emot möjliga risker för deltagarna vad gäller fysisk och/eller psykisk hälsa (Vetenskapsrådet, 2017).

Individskyddskravet kan sammanfattas i följande fyra huvudkrav: information, samtycke, konfidentialitet och nyttjande (Vetenskapsrådet, 2017). Förenklat kan det sägas att forskning som innefattar människor alltid måste bygga på respekt gentemot deltagarna, vilket jag i denna studie har försökt eftersträva genom att särskilt ta hänsyn till deltagarnas samtycke till att bli observerade. Dessutom har jag gjort flera andra etiska överväganden under studiens gång för att ta hänsyn till individskyddskravet, vilket redovisas i texten nedan.

Informerat samtycke

Vid studiens början inhämtades informerat samtycke i fyra steg, vilket beskrevs under rubriken ”Urval, tillträde och deltagare” (se s. 50) ovan. Detta gjordes i enlighet med informationskravet och samtyckeskravet (Vetenskapsrådet, 2017). Deltagarna informerades om studiens syfte och deras egen uppgift i studien. De fick avgöra om de ville vara med i studien eller inte och fick också information om att deras medverkan kunde avslutas när som helst om de inte längre ville vara med i den. Samtycket från eleverna sida problematiseras vidare nedan.

Kontinuerligt samtycke

Enligt artikel tolv i FN:s barnkonvention, som sedan 1 januari 2020 är lag i Sverige (SFS 2018:1197), har barn rätt till att hävda sina åsikter i alla frågor som rör dem själva, med hänsyn tagen till barnets ålder och mognad (UNICEF Sverige, 2009). För att barn ska få möjlighet att delta i forskning krävs dock, förutom samtycke från barnen, även samtycke från deras vårdnadshavare och i många fall också från andra vuxna. Det handlar om att skydda barnen, men leder samtidigt till att komplicera forskning där barn ingår, och får barnet att framstå som oförmöget att själv föra sin talan. Samtyckesfrågor inom barnforskning kan därför sägas vara komplexa (Flewitt, 2005; Powell & Smith, 2009; Skelton, 2008; Vetenskapsrådet, 2017).

Barns deltaganderättigheter i forskning är begränsade, menar barnforskare. Stark så kallad "gatekeeping" från vuxna förekommer vanligen innan samtycke ges till barns medverkan, framförallt inom ämnesområden som anses vara känsliga eller om barnen bedöms vara särskilt utsatta (Powell & Smith, 2009). Ofta behöver forskaren förhandla om samtycke på flera nivåer och komma förbi flera gatekeepers innan barnen som är föremål för studien ens tillfrågas (Flewitt, 2005). I mångt och mycket blir forskaren tvingad till att använda detta hierarkiska arbetssätt för att få tillträde till fältet. En risk som Flewitt (2005) framhåller med detta samtyckesförfarande är att personer "längre ner" i hierarkin kan känna sig tvingade till samtycke. Det kan exempelvis vara så att vårdnadshavare samtycker till sitt barns medverkan av rädsla för att göra sig ovän med skolpersonalen. På samma sätt skulle barn kunna känna sig tvungna att tacka ja till att medverka, när samtyckesprocessen i övrigt redan är ordnad.

Även jag påbörjade mitt samtyckesinhämtande "uppifrån", genom att höra av mig till berörd skolas rektor. När rektorn hade gett sitt muntliga samtycke till min studie var det sedan lärarnas tur att ge sitt skriftliga samtycke och därefter berörda elevers vårdnadshavare. Först efter denna långa process besökte jag skolan och inhämtade elevernas muntliga samtycke. Även om jag på detta sätt inhämtade samtycke på ett etiskt riktigt sätt (Vetenskapsrådet, 2017) blir det tydligt att elevernas samtycke inte vägde lika tungt som de vuxnas. Utan de vuxnas samtycke hade jag inte gått vidare med studien.

Ett sätt att ge barn ett något större aktörskap i forskningssammanhang kan vara att använda sig av "kontinuerligt samtycke", ett begrepp som Flewitt (2005) uppmärksammar. Kontinuerligt samtycke innebär att forskaren ständigt försöker vara uppmärksam på och lyhörd inför barnens sätt att agera och uttrycka sig i den studerade situationen (Flewitt, 2005). Under mina observationer var jag, med detta begrepp i åtanke, vaksam på elevernas signaler och undvek tillfällen då jag märkte att de ville vara för sig

själva. Vid något tillfälle sa eleverna också uttryckligen att de ville vara ifred, vilket jag då respekterade. Vid flertalet gånger frågade jag dessutom eleverna uttryckligen om jag fick titta på vad de gjorde, och även om de sa ja försökte jag vara lyhörd och känna av stämningen, för att se att de uttryckte samma sak med sitt kroppsspråk (jfr Øverlien, 2013).

Forskning och i synnerhet etnografiska studier är många gånger föränderliga. Att enbart inhämta informerat samtycke i början av en studie, särskilt från barn, kan därför sägas vara tveksamt. Kontinuerligt samtycke är ett sätt att ta hänsyn till barnet och lyfta fram dess kompetens genom att hela tiden låta dem ha möjlighet att ta del av ny information, ställa frågor och också ge dem möjlighet att avsluta sin medverkan på ett ögonblick (Flewitt, 2005). Det är också skälet till att jag valde att använda mig av detta förhållningssätt gentemot eleverna under mitt fältarbete.

Konfidentialitets- och nyttjandekraven

Då jag informerade om studien var jag noga med att uttrycka att deltagarnas uppgifter skulle behandlas konfidentiellt, vilket innebar att varken deras namn eller skolans namn och ort skulle lämnas ut. I studien har därför elever, lärare och skola fingerade namn. Jag var också noga med att förvara mina rådata i form av textmaterial och inspelningar samt annat material, såsom klasslistor, där elevernas, lärarnas eller skolans namn skulle kunna förekomma, så att ingen annan än jag kunde få tillgång till dem, i enighet med konfidentialitetskravet (Vetenskapsrådet, 2017). Dessutom uttryckte jag, då jag informerade om studien, att mitt insamlade material enbart skulle komma att användas i forskningssyfte, med hänsyn taget till det som skrivs fram angående nyttjandekravet (Vetenskapsrådet 2017).

5. Förskoleklassen Ängen och årskurs 1A

I detta kapitel gör jag en beskrivning av miljön runt förskoleklassen Ängen och årskurs 1A. Dessutom lyfter jag kortfattat hur aktiviteterna i förskoleklassen respektive lektionerna i årskurs 1 vanligen brukade läggas upp. Avsikten är att skapa ett sammanhang runt verksamheterna inför kommande resultatkapitel.

Förskoleklassen Ängen

I en egen byggnad på Ängsvallsskolan har de två förskoleklasserna Ängen och Hagen sina klassrum. Byggnaden har två ingångar, en för vardera förskoleklassen. Innanför Ängens ingång finns ett kapprum och rakt fram ligger elevernas klassrum. Åt höger leder en korridor från vilken flera lokaler som de båda förskoleklasserna har gemensamt kan nås. Dessa lokaler används framförallt då det är fri lek i förskoleklassen. De nyttjas även av fritidshemmet när förskoleklassen är slut för dagen.

De gemensamma utrymmena består av ett stort lekrum och fem mindre rum. De mindre rummen har olika teman: ett målarrum, ett byggrum med olika byggmaterial, ett "hemvrå"-rum, ett rum för utklädnings samt ett rum för sagoläsning. Det stora lekrummet har en stor rund matta på golvet, och flera låga hyllor längs med väggarna som innehåller olika material och leksaker. Här finns exempelvis pärlor, "pluppar" att trycka fast i hållplattor, kulbanedelar, plastdjur, ritmaterial, Kaplastavar, pussel och spel. I rummet finns också flera bord som eleverna kan sitta vid.

Ängens klassrum är ljust och luftigt med högt i tak. På ena långväggen finns två fönsterpar och på en kortvägg finns ett fönsterpar till. På den andra långväggen finns en stor whiteboardtavla samt en soffa i ett hörn. På golvet under whiteboardtavlan ligger en stor, rund matta. I rummet finns också fyra bord, som alla står med ena kortsidan mot en vägg, med fyra till sex stolar runtomkring. Det finns tre hyllor i rummet. I dessa finns flera olika typer av material som PlusPlus, pussel och böcker. På en bänk finns tuschpennor och träfärgpennor. Tre vita takhöga skåp står bredvid varandra mot den andra kortväggen. Bredvid skåpen finns en diskbänk med över- och underskåp samt utdragslådor med saxar, papper, sudd med mera. Väggarna i klassrummet är dekorerade med elevteckningar, alfabetet, siffrorna 0–9 med ett A4-ark för varje siffra samt det antal (till exempel fem bananer) som de symboliserar, flaggor med barnens namn och födelsedatum samt ett "årshjul" i form av en stor cirkel indelad i månader och årstider. I

rummet finns det även låga rullhurtsar, där eleverna har varsin låda. I klassrummet hålls alla samlingar. Härifrån utgår också alla lärarledda aktiviteter.

Eleverna i förskoleklassen Ängen deltar dagligen i en variation av lärarledda aktiviteter och fri lek där de har möjlighet att möta matematik. Dagens innehåll beskrivs för eleverna på daglig basis, där vissa aktiviteter återkommer varje dag och på ungefär samma tid, såsom morgonsamling, fruktstund, utelek och slutsamling. I kapprummet finns en veckokalender med specifik information kring den aktuella veckan¹³. Morgonsamlingen finns också uppskriven där, men inte resterande återkommande aktiviteter.

En dag i förskoleklassen Ängen kan se ut på följande sätt:

- 8.20 *Lärarledd samling* på mattan i klassrummet. Rutinuppgifter såsom upprop, räkning av hur många elever som är där samt frågor om veckodag, datum och månad.
- 8.40 *Lärarledd aktivitet*, som exempelvis diskussion i helklass, gemensam lek eller målning, alternativt arbetspass i matte eller språk i smågrupper.
Eventuellt *fri lek* inne om tid finns över.
- 9.30 *Samling och fruktstund* på mattan
- 9.45 *Fri lek* ute
- 11.00 *Högläsning* på mattan i klassrummet, kort samtal och sedan ”slutsång”.
- 11.20 Förskoleklassen *avslutas* för dagen och övergår till fritidsverksamhet för de som inte går hem.

De lärarledda aktiviteterna som eleverna tar del av i förskoleklassen är vanligtvis ämnesintegrerade men emellanåt också uttalat matematikfokuserade i form av så kallade ”mattepass” i halvklass. Benämningen skulle kunna sägas markera för eleverna (och lärarna) att aktiviteterna fokuserar specifikt på skolämnet matematik. Den fria leken sker både inne och ute, och eleverna får då fritt välja vad de vill ägna sig åt. Ibland är emellertid inomhusleken begränsad till vissa utrymmen, vissa typer av lekar (exempelvis ”lugna lekar”) eller vissa typer av leksaker och material.

¹³ Exempel på veckospecifik information i kalendern: ”Vi skriver på våra rymdsagor”, ”Organiserade lekar” och ”Påskpyssel”, men också information riktad till vårdnadshavare, såsom information om utklädning vid särskilda högtider samt anvisningar om extrakläder eller kläder efter väder.

Årskurs 1A

Årskurs 1A:s klassrum ligger på andra våningen i en så kallad ”paviljong”. I samma paviljong går också tre andra klasser. Klassrummet når eleverna via en trappa och kommer då först till en korridor med ett kapprum till vänster och ett kapprum till höger. Det vänstra kapprummet tillhör 1A. För att nå klassrummet går eleverna längst bort till vänster i korridoren, in genom ett litet grupprum på höger sida, och tar sedan höger in genom en dörr. Klassrummet är kvadratisk med två dörrar. En dörr finns till höger om tavlan längst fram i klassrummet, och en finns mittemot, längst bak i klassrummet. Den vänstra väggen är helt täckt av fönster och det finns även ett fönster i direkt anslutning till dessa på de intilliggande väggarna.

Eleverna sitter på bestämda platser i grupper om tre till fyra elever runt fyra runda, ett kvadratisk och ett rektangulärt bord. Längst fram i klassrummet finns en smartboard. Till höger om den finns en skylt av laminerat papper där ljudnivån som gäller för den aktuella aktiviteten anges med lappar i olika färg. Här finns också lappar med klassregler, information om gruppindelningar, skolmatsedeln samt klassens motto: ”Vi lär oss tillsammans. Fråga om det du inte kan. Dela med dig av det du redan kan”. Till vänster om smartboarden finns en liten whiteboard och i anslutning till den står lärarens skrivbord med tillhörande stol och lådhurts. Under smartboarden finns en talrad från 1–20 och på golvet nedanför ligger en rund matta. På den högra väggen står det fyra höga bokhyllor. Där finns olika slags böcker och material, spel, saxar, hålslag med mera samt elevernas mappar. Bredvid bokhyllorna står också hurtsar med några av elevernas lådor. På väggen ovanför dessa finns en liten whiteboard. Längst bak i klassrummet är resterande elevers lådor placerade.

Förutom klassrummet finns även två grupprum som ofta nyttjas vid smågruppsaktiviteter. Det ena grupprummet passerar eleverna på väg till klassrummet. I det finns två bord med stolar samt ett stort skåp. Det andra grupprummet ligger i direkt anslutning till det första. Här finns en soffa, ett bord samt en bokhylla med böcker.

På en av väggarna i klassrummet finns ett veckoschema som läraren veckovis fyller i manuellt, där ”Ma” står för matematik. Matematiklektionernas position i veckoschemat förändras med jämna mellanrum. Varje morgon går läraren igenom dagens schema. Vid matematiklektionerna förtydligas sedan vilket innehåll som ska bearbetas där. Dessutom finns vanligen arbetsgången för den aktuella matematiklektionen uppskriven i form av en punktlista på en whiteboard i klassrummet (se exempelvis excerpt ”Åk1Ia2”, s. 162). Under matematiklektionerna i årskurs 1 deltar eleverna i olika typer av organiserade aktiviteter där de på skilda sätt har möjlighet att möta matematik. En vanlig lektion börjar vanligtvis med en lärarledd genomgång i hel- eller halvklass, följt av arbete i mindre grupper

(smågruppsaktiviteter) eller individuellt arbete och sedan en återsamling för sammanfattning i hel- eller halvklass. Matematiklektionerna, som vanligen är 40–60 minuter långa, utgår ifrån lärarens planering och eleverna påminns under lektionens gång om vad som ska ske och vad de ska göra härnäst genom att läraren med jämna mellanrum berättar det för eleverna.

Sammanfattning

Ovanstående beskrivning ger en bild av hur miljön runt eleverna samt uppbygget av aktiviteterna i förskoleklassen Ängen och årskurs 1A kunde se ut. Klassrumsmiljöerna liknar varandra på flera sätt, exempelvis vad gäller placeringen av mattan nedanför whiteboard-/smartboardtavlan, att där finns flera hyllor med böcker och material och att eleverna har tillgång till varsin egen låda. I båda klassrummen finns också bord med plats för flera elever men med skillnaden att eleverna har bestämda platser vid dessa i årskurs 1 och inte i förskoleklassen. Därtill är bord och stolar i årskurs 1 placerade så att eleverna huvudsakligen riktar sin uppmärksamhet mot tavlan vilket de inte är i förskoleklassen. Miljön i förskoleklassens klassrum upplevs vidare som mer lekfull och tillåtande än i årskurs 1. Ett större utbud av olika (lek)material och tid för fri lek talar för att lek och eget utforskande tillsammans med klasskamraterna är betydelsefulla inslag i verksamheten. Soffan i klassrummet signalerar därtill en avslappnad stämning i förskoleklassen. Detta i kombination med de olika lappar om klassrumsregler, ljudnivå och klassmotto som finns uppsatta på väggarna i klassrummet i årskurs 1, bidrar till att miljön i årskurs 1 upplevs ha ett tydligare fokus på tilldelat (skol)arbete. Miljöerna skiljer sig därutöver framförallt vad gäller utrymme. I förskoleklassen finns möjlighet för eleverna att uppehålla sig i flera olika rum under stora delar av dagen, med tillgång till ytterligare material, medan de i årskurs 1 begränsas till klassrummet samt två mindre gruppum. Förutom miljöns olika utformning i förskoleklassen och i årskurs 1 kan också placeringen av de två förskoleklasserna i en egen byggnad en bit ifrån grundskolans lokaler säga något om Ängsvallsskolans syn på relationen förskoleklass – skola.

I följande fyra kapitel presenterar jag de resultat som framkommit i den empirinära analysen av elevers möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1 (analyssteg 1). Först presenteras resultaten för förskoleklassen i kapitel 6 och 7 och därefter resultaten för årskurs 1 i kapitel 8 och 9.

6. Elevernas deltagande i möten med matematik i förskoleklassen

I förskoleklassen deltar eleverna i en variation av lärarledda aktiviteter och fri lek där de har möjlighet att möta matematik. Eleverna deltar på olika sätt i dessa situationer. I vissa fall kan de uteslutande ses iaktta det som sker, medan de vid andra tillfällen aktivt deltar i den aktuella aktiviteten genom att exempelvis diskutera, ifrågasätta, kommentera, besvara frågor eller förklara för sina klasskamrater. Dessa skilda sätt att delta på vid aktiviteterna har jag valt att benämna *passivt* respektive *aktivt deltagande*. Det passiva deltagandet innebär att eleven deltar genom att enbart iaktta när andra uttrycker matematik i en situation medan aktivt deltagande innebär att eleven själv uttrycker matematik (i ord, handling, bilder eller med symboler). Båda dessa sätt att delta på möjliggör för eleven att utveckla kunskaper om matematiken som uppmärksammas i situationen, om än på (kvalitativt) skilda sätt. De olika typerna av deltagande ses förekomma i olika utsträckning under dagen och i olika sorters aktiviteter, och ger också skilda erfarenheter av att möta matematik.

Benämningen passivt deltagande skulle möjligen kunna framstå som tvetydig. Att delta i en aktivitet innebär att vara med, medan passivitet snarare antyder motsatsen. Med benämningarna passivt deltagande respektive aktivt deltagande vill jag i denna studie emellertid visa på skilda handlingar i förhållande till en viss situation. Det innebär alltså inte att en elev *är* passiv eller aktiv, utan snarare att elevens handlingar kan beskrivas som passiva eller aktiva i förhållande till den specifika situationen.

Eleverna i förskoleklassen kan vidare i vissa situationer sägas vara *ålagda* att delta aktivt eller passivt i en aktivitet, medan de i andra situationer *själva väljer* att handla på dessa sätt. Dessa olika deltagartyper benämns här *ålagt passivt deltagande* respektive *ålagt aktivt deltagande*, och *självvalt passivt deltagande* respektive *självvalt aktivt deltagande*. I figur 5 nedan åskådliggörs de olika deltagartyperna som har tagits upp i avsnittet, och vidare i kapitlet beskriver jag dem ytterligare genom att lyfta fram och analysera exempel från empirin. Här visas bland annat i vilka situationer de olika deltagartyperna förekommer samt hur de påverkar elevernas möten med matematik.

Figur 5

Sammanfattande figur över elevernas olika typer av deltagande i möten med matematik i förskoleklassen

Passivt deltagande i möten med matematik

En elev som deltar passivt i möten med matematik gör det genom att iaktta: lyssna och se. Eleven uttrycker i dessa sammanhang inte sina egna tankar genom att exempelvis lyfta fram idéer, besvara frågor eller diskutera matematik. Eleven möter istället matematik genom att iaktta när någon annan, en lärare eller en klasskamrat, för fram matematiska idéer, innehåll eller resonemang, och får utifrån det möjlighet att utveckla kunskaper i matematik.

Det passiva deltagandet i förskoleklassen skapas på två skilda sätt. Dels kan eleven i vissa sammanhang bli ålagd att delta passivt, dels kan eleven delta passivt på eget initiativ. Det ålagda passiva deltagandet hos eleven skapas till följd av omgivningens förväntningar på eleven att vara passiv, medan det självvalda passiva deltagandet innebär att eleven deltar passivt i situationer där det snarare är aktivt deltagande som förväntas. Dessa olika sätt att delta på vid möten med matematik beskrivs vidare nedan med exempel från praktiken.

Ålagt passivt deltagande

Vid vissa tillfällen i förskoleklassen kan eleven sägas vara ålagt att delta passivt i möten med matematik. Vid dessa tillfällen bestämmer någon annan, explicit eller implicit att eleven bör delta passivt. Det ses till exempel i situationer där läraren har en mer framträdande roll, som vid samlingar och genomgångar, exempelvis då läraren introducerar en ny uppgift eller pekar på viktiga aspekter av ett innehåll som precis har diskuterats. Vid dessa tillfällen förutsätts att eleven iakttar och väntar med att uttrycka sig tills läraren verkar vara färdig med sin genomgång eller tills eleven blir tillfrågad genom att en följdfråga ställs av läraren. Nedan ges ett exempel på en sådan situation, där eleverna tillsammans med läraren Gunilla precis har placerat 23 ”talgubbar” på tavlan i en rad från vänster till höger. Talgubbarna är laminerade pappersgubbar, cirka 10 cm höga, med tal från 1–23 på magen, vilka symboliserar antalet elever i klassen.

FöP1: Samma siffror – olika tal

Gunilla lyfter ut gubbe 12 och gubbe 21 ur raden med talgubbar och sätter dem en bit upp på tavlan.

- En etta och en tvåa och en tvåa och en etta, säger hon och pekar på respektive siffra. De har ju samma siffror, fast de betyder olika saker.

Hon förklarar att om man sätter ettan först betyder det tolv och om man sätter tvåan först blir det tjugott.

- Fast de har ju samma siffror med, eller hur? fortsätter hon. Därför är det ganska viktigt att man vet att tolv måste ha ettan först och när man ska skriva tjugott så måste tvåan vara först.
- Det är svårt, säger Love.
- Det är enkelt, säger Jason.

Gunilla plockar ut talgubbe 14 ur raden och sätter den en bit upp på tavlan.

- Om man tar den här då, säger Gunilla och pekar på 14, och så skriver man fyran först, vad blir det då, om man vänder på de där siffrorna?

[...]

Flera elever räcker upp handen.

I ovanstående excerpt går läraren igenom betydelsen av siffrornas position i ett tal och eleverna har möjlighet att ta del av informationen genom att iaktta. Läraren poängterar här betydelsefulla aspekter om positionssystemet, men bjuder inte in eleverna genom att exempelvis ställa frågor under tiden. När Love och Jason själva bryter in och kommenterar informationen bemöter inte heller läraren kommentarerna utan går istället vidare. Lärarens sätt att (inte) bemöta eleverna tolkar jag som ett sätt från hennes sida att visa på vilka handlingar som är accepterade och inte i denna situation. Det är accepterat att iaktta, men inte att avbryta. Eleverna kan därför sägas vara ålagda att delta passivt. När läraren sedan fortsätter genomgången genom att ställa en fråga, bjuder hon in klassen att bidra med sina tankar. I och med denna handling öppnar hon upp aktiviteten för alla och elevernas

aktiva deltagande accepteras, vilket också kan ses i utvecklingen av situationen, där flera elever räcker upp handen för att delta aktivt och svara på frågan.

Andra situationer där det förekommer ålagt passivt deltagande hos eleven är vid gruppaktiviteter som går ut på att turas om, exempelvis vid spelsituationer, samt vid tillfällen när andra elever får individuella uppgifter att lösa i den gemensamma samlingen. Även vid dessa tillfällen kan det förekomma uttalade och/eller outtalade regler om att eleven endast bör iaktta och inte avbryta genom att exempelvis ställa frågor eller uttrycka sin åsikt. Ett exempel på det kan ses i nedanstående excerpt från den dagliga morgonsamlingen. Efter det att klassen och lärarna tillsammans har sjungit "godmorgonsången" utför eleven Anna morgonens uppgift och resten av klassen är i situationen ålagd att delta passivt.

FöP2: Morgonsamling

[...] sedan är det Annas tur att gå fram till garderoben för att byta veckodag och ropa upp sina klasskompisar.

- Vad är det för dag idag? frågar Malin [lärare] Anna.
- Onsdag, säger Anna.
- Nä...
- Torsdag, försöker Anna.
- Måndag! hörs det från flera av eleverna i klassen.
- Schhh, säger Malin. Första dagen i veckan...
- Måndag, säger Anna.
- Ja, säger Malin.

Anna hänger upp måndagskronbladet på garderoben och får därefter en namnlapp av Malin.

I ovanstående excerpt är Annas uppgift att berätta för klassen vilken veckodag det är. Att få förståelse för hur olika veckodagar följer på varandra, vilken dag det var igår och vilken dag det är imorgon eller om två dagar, är en del i att utveckla förståelse för tid och förändring. Medan Anna pratar är hennes klasskompisar ålagda att delta passivt. De ges möjlighet att ta del av aktiviteten och den matematik som uppmärksammas genom att iaktta, men blir inte inbjudna att utföra några moment, bidra med kommentarer eller svara på frågor. Det som förväntas är istället att elevgruppen tyst ska iaktta tills aktiviteten är slut och går över i en annan. Det blir extra tydligt när eleverna blir hyschade av läraren då de avbryter samtalet mellan henne och Anna. De går i och med detta emot den handling som är accepterad i situationen och lärarens hyschande kan ses som ett sätt att påminna eleverna om att det just nu är inte är rätt att aktivt gå in i samtalet.

Ovanstående sätt att begränsa elevernas handlingar vid samlingar, genomgångar och vissa gruppaktiviteter är emellertid förhållandevis sällsynt i förskoleklassen. Bortsett från situationer där enskilda elever utför

uppgifter i samlingen, som i fallet med Anna ovan, är det istället vanligt att läraren godkänner elevernas inlägg, oavsett om de talar rakt ut eller räcker upp handen. De kan till exempel få ett kort svar på sin fråga eller få en kommentar bekräftad med en huvudrörelse, varefter läraren fortsätter med genomgången som om ingenting hade hänt. Detta kan ses i nedanstående excerpt, där läraren Gunilla går igenom elevernas placering i matsalen. Hon har ritat upp en bild över matsalen och hur klassens bord är placerade.

FöP3: Bordsplacering

- Här är den här väggen, här är dörren där man går in och här hämtar man maten, säger hon och pekar. Det här är bord nummer ett, nummer två och nummer tre som står längst ner vid väggen. Och så har ju vi ett av borden i mitten. Så de [borden] har vi kvar, men vi har bytt lite platser på er. Så från och med idag så ska Ida sitta här.
[...]
- Och bredvid Michael sätter vi Nathalie, säger Gunilla efter ett tag.
- Fast hon är inte här, säger Ted.
- Nä, säger Gunilla, och fortsätter med utplaceringen. Och vid det här bordet som står i mitten, ska vi ha Teodor längst ner...och mitt emot Teodor, höll jag på att säga, ska vi ha Ted. Och bredvid Ted ska vi ha Anna.
- Ja! Du sitter bredvid mig! säger Ted till Anna. Han vänder sig mot Gunilla. Ska jag sitta bredvid Anna? frågar han.
- Ja, säger Gunilla. Och sen ska vi ha Nadja bredvid Ted på andra sidan.

Elevernas uppgift i ovanstående situation förefaller vara att lyssna och ta del av informationen, för att sedan kunna sätta sig på rätt plats i matsalen. Lärarens beskrivning innefattar flera lägesord som eleverna ges möjlighet att utveckla förståelse för genom att koppla begreppen till skissen som läraren samtidigt ritat upp på tavlan. Eleverna är ålagda att delta passivt i denna situation. När Ted upptäcker att Nathalie, som läraren just har nämnt, inte är där, avbryter han emellertid lärarens genomgång. Trots det varken ignoreras eller tillrättavisas han av läraren. Hans iakttagande bekräftas istället kort, varefter läraren fortsätter utan att lägga någon större vikt vid det. Senare sker ungefär samma sak då Ted frågar Gunilla om det stämmer att han ska sitta bredvid Anna, och hon svarar jakande för att sedan direkt fortsätta med utplaceringen. Lärarens sätt att varje gång fortsätta med genomgången kan dock tolkas som att elevens handlande i situationen inte är det som är mest eftertraktat. Hon stannar inte länge vid Teds kommentarer, utan inriktar sig på att slutföra informationen till eleverna, och ett passivt deltagande från elevernas sida underlättar det.

Sammanfattningsvis visar ovanstående resultat på att omgivningens förväntningar kan bidra till elevens passiva deltagande i aktiviteter där de möter matematik, varför det här benämns ålagt passivt deltagande. Elevens deltagande i dessa situationer styrs av normer och regler som byggs upp

under läsårets gång genom lärarens explicit eller implicit uttryckta förväntningar på hur eleven bör eller inte bör handla. Dessa förväntningar bidrar i sin tur till att påverka elevernas handlingar i liknande situationer i framtiden, så att de fortsättningsvis väljer att inte uttrycka sig aktivt, utan istället känner av att ett passivt deltagande är det som är mest eftertraktat. Innan eleverna har lärt sig vilka handlingar som är accepterade och inte, eller när de glömmer det, händer det att de blir tillrättavisade. Stundtals accepteras emellertid normöverträdelser av denna typ i förskoleklassen. Läraren kan då ses besvara frågor och kommentarer, om än mycket kort. Detta gäller emellertid inte i situationer där klasskamrater uttrycker sig. Om eleven går emot förväntningarna om att iaktta i dessa situationer är läraren snabb med att påpeka att eleven ska vara tyst. Slutligen ger ålagt passivt deltagande i möten med matematik eleven möjlighet att erfara matematik genom det som andra säger eller gör, men eleven går miste om att själv uttrycka matematik kring det som avhandlas.

Självvalt passivt deltagande

I vissa situationer i förskoleklassen ses även eleverna själva välja att delta passivt i möten med matematik, vilket här benämns som självvalt passivt deltagande. Denna typ av deltagande har i förskoleklassen enbart setts under samlingar och genomgångar, exempelvis vid tillfällen då läraren ställer frågor till klassen som innefattar matematik eller då klassen räknar högt tillsammans, vilket ges exempel på nedan.

FöP4: Räkna plastfrukter

Sedan räknar de [läraren och eleverna] plastfrukterna tillsammans. Alla elever ser ut att försöka räkna med, men några har svårt med övergången 29–30 och 39–40. De mumlar då något ohörbart, eller är tysta och faller in i räknandet igen när talramsans är mer bekant. Det blir 41 frukter.

Av ovanstående excerpt framgår att läraren uppmanar eleverna att räkna plastfrukterna som finns framför dem. Läraren lyfter en frukt i taget och lägger ner dem en och en i en burk medan hon räknar högt tillsammans med eleverna. Under aktiviteten undviker några elever att säga vissa tal och är istället tysta, eller mumlar. I denna situation är det ingen som uttryckligen uppmanar eleverna att vara tysta, de är det i alla fall. I och med att klassen räknar högt i kör får dessa elever ändå höra de andra eleverna uttala räkneorden, och får därmed också möjlighet att ta del av dem, även om de själva inte övar på att uttrycka talramsans utan avbrott.

Andra tillfällen då självvalt passivt deltagande förekommer är i samlingssituationer när läraren ställer frågor till klassen och någon eller några

elever väljer att inte räkna upp handen för att svara. Denna handling kan ses hos några elever i följande excerpt.

FöP5: Och så skriver jag tvärtom

- Och om man tar den där [läraren Gunilla lyfter upp talgubbe 16]. En etta och en sexa, och så skriver man sexan först och ettan sen, säger hon och skriver upp det.
- 61, säger Edin.
- 61 blir det då ja, säger Gunilla.

Sedan lyfter hon upp gubbe 13.

- Om man tar den där då, vad blir det då? Och skriver tvärtom, säger Gunilla och skriver 31. Trean först och ettan sen.
- 31! säger Jason.
- Då blir det 31 ja, säger Gunilla. Och nu blir det svårt, säger hon sen och lyfter upp gubbe 18 och börjar skriva. Och så skriver jag tvärtom, säger Gunilla, åttan först och ettan sen. Vad blir det då?
- 81, säger Michael.
- 81 ja, vad ni kan! Superbra!
- Det var inte så svårt, säger Edin.

[...]

Under hela frågestunden har Alma, Teodor, Ludvig eller Daniella inte räckt upp handen för att svara en enda gång. Däremot har Rebecka, Nathalie, Edin, Lucas, Robin och Alice räckt upp handen varje gång.

I ovanstående excerpt från en samling väljer några elever att inte räkna upp handen för att svara på frågorna som läraren ställer, och får därmed inte heller möjlighet att uttrycka sin kunskap i detta sammanhang. Varför eleverna väljer att göra så är det svårt att helt säkert uttala sig om. Oavsett orsak bidrar emellertid elevernas frivilliga handlande till att de deltar passivt i detta möte med matematik. De ges i situationen möjlighet att ta del av den matematiska information som uttrycks genom att iaktta, men nyttjar inte tillfället till att också själva uttrycka sina tankar eller pröva sina idéer.

Något som är intressant i sammanhanget är att frågorna som ställs i ovanstående excerpt är så kallade slutna frågor. De har alltså ett korrekt svar. En elev som känner sig osäker och upplever att omgivningen känns ”otrygg”, skulle därmed kunna uppfatta det som en risk att svara fel på frågan. Detta kan ställas i kontrast till situationer där eleverna istället ställs inför öppna frågor. I dessa situationer verkar fler elever vara benägna att uttrycka sina tankar och besvara frågorna, vilket kan ses i följande excerpt.

FöP6: Brainstorming kring siffror

- Var finns det siffror? frågar Gunilla [lärare] [...] Om ni ser er omkring, ser ni siffror någonstans?
- I klockan, säger Rebecka.
- Mm. Mer? säger Gunilla.

[...]

- När man räknar, säger Nathalie.

6. Elevernas deltagande i möten med matematik i förskoleklassen

- Ja, i räkneböcker, säger Gunilla. [...]
- På ett hus, där man ska hälsa på, som inte är lägenhet. Där finns det siffror, säger Ludvig.
- Ja, säger Gunilla och förklarar att fördelen med det är att man vet vilket hus på gatan man ska till om man får en adress. På telefonen finns det också siffror och telefonnumret är siffror, säger hon sen.
- På pengar finns siffror, säger Ted.
- Ja, på pengar står det hur mycket de är värda, säger Gunilla, och vänder sig sen till Teodor: Teodor, Vad har Zlatan på tröjan?
- Siffror, säger Teodor.
- Varför då? undrar Gunilla.
- För att man ska veta vem det är säger Ted, och utvecklar: Zlatan har nr 10, men om Messi är med har han 10 istället och Zlatan har 18, som är hans riktiga nummer.
- Det finns siffror på vägs skylten, säger Ludvig.
- Och på tåg, säger Nathalie.
- På spårvagnen, säger Ted.
- På motorcyklar och moppar, säger Rebecka.
- Ja, och på bussen, säger Gunilla.

I ovanstående excerpt som är hämtat ifrån ett mattepass i halvklass är alla elever delaktiga i samtalet kring var i vår omvärld det finns siffror. Eftersom frågan som läraren ställer är öppen finns det fler svar än ett, till skillnad från frågorna i excerpt "FöP5" (s. 77) ovan (med undantag för den fråga Teodor får, om anledningen till att ha nummer på fotbollströjor). I situationer som dessa ses inte eleverna delta passivt i samma utsträckning som vid de tillfällen då frågorna är slutna, vilket blir synligt i att fler elever är aktiva och svarar. En tolkning av detta skulle kunna vara att öppna frågor från läraren skapar ett mer tillåtande klimat, där olika svar och tankar är välkomna, vilket bidrar till ökat självvalt aktivt deltagande hos eleverna. På samma sätt skulle slutna frågor kunna sägas begränsa elevernas aktiva deltagande genom att skapa ett mer "strikt" klimat. Här eftersöks rätt svar och vissa elever kan välja att ta det säkra före det osäkra genom att undvika att räcka upp handen och svara. Följden blir då att eleven deltar passivt i situationen, och iakttar istället för att föra fram sina tankar och idéer inför sina klasskamrater.

Sammanfattningsvis kan sägas att det självvalda passiva deltagandet i förskoleklassen går emot förväntningar om att eleven egentligen bör delta aktivt i den aktuella aktiviteten. Eleven besvarar inte frågor som ställs och uttrycker inte heller sina egna tankar i diskussioner kring olika matematiskt innehåll. Deltagandet verkar påverkas av hur tillåtande klimatet är i gruppen, något läraren kan skapa förutsättningar för. Känner sig eleven trygg? Är det "accepterat" att svara fel eller tänka efter en stund extra innan ett svar ges? Utformningen av uppgifterna kan också bidra till denna typ av deltagande. Eleverna förefaller i mindre utsträckning besvara frågor som

enbart kan besvaras rätt eller fel, och i större utsträckning besvara frågor där det finns flera svarsalternativ eller tolkningar av uppgiften.

Aktivt deltagande i möten med matematik

En elev som deltar aktivt i möten med matematik gör det genom att uttrycka matematik på en mängd olika sätt. Eleven kan exempelvis ställa och besvara frågor, utföra tilldelade uppgifter och resonera kring innehållet i en genomgång. Eleven kan även undersöka ett material, konstruera byggen och beskriva sitt genomförande. Mötena är interaktiva och utvecklas på olika sätt beroende på vilka som deltar i dem och i vilka sammanhang de sker.

Det aktiva deltagandet i möten med matematik skapas på två olika sätt i förskoleklassen. Dels kan eleven i vissa situationer bli ålagd av någon annan att delta aktivt, och dels kan eleven själv välja att delta aktivt i en situation. Nedan beskrivs dessa två typer av aktivt deltagande vidare med exempel hämtade från förskoleklassens vardag.

Ålagt aktivt deltagande

Precis som jag tog upp ovan kan eleverna i förskoleklassen i vissa fall sägas vara ålagda att delta aktivt i möten med matematik. Det sker när en annan person, en lärare eller en klasskamrat, initierar till ett möte med matematik som kräver att eleven ger respons på något sätt. Sådana situationer förekommer vid lärarledda aktiviteter som samlingar och genomgångar, gemensamma lekar och spel med tydlig turordning, vid individuella lärarplanerade uppgifter samt i den fria leken.

I samlingssituationer kan eleverna bli ålagda att delta aktivt genom att läraren ger dem individuella uppgifter som de förväntas ta sig an och lösa. Ett exempel på det kan ses i nedanstående excerpt där eleverna ska se på film. De är precis på väg in i klassrummet efter att ha varit ute och lekt och de kommer in några i taget. De flesta av eleverna har redan hunnit sätta sig på mattan framför tavlan när följande situation utspelar sig.

FöA1: Varannan kille/tjej

Lucas kommer in i rummet.

- Lucas, vi sitter varannan kille/tjej, säger Gunilla [lärare] till honom.

Lucas ser sig omkring och sätter sig längst ut på den bakre raden, bredvid Mira.

- Bra val, säger Gunilla.

Edith får samma uppdrag när hon kommer in och hon sätter sig bredvid Lucas.

Ted, som kommer in sist sätter sig bredvid Esther, som sitter längst ut på första raden, när han får samma information av Gunilla.

I ovanstående excerpt får Lucas, Edith och Ted individuella uppdrag att lösa av läraren. De har inte själva bestämt hur de ska sätta sig, utan får i uppgift att sätta sig på ett visst sätt, efter ett visst mönster. De får på egen hand komma fram till var de ska sätta sig i förhållande till de andra för att bli en del av mönstret, och deltar på det viset aktivt i denna situation, men på initiativ av läraren.

En liknande situation i samlingssammanhang är när läraren i genomgångar använder eleverna som bollplank för att driva ett samtal framåt och då ställer riktade frågor till eleverna, vilket kan ses i nedanstående excerpt. Klassen har precis kommit fram till att den nuvarande årstiden är höst och läraren Gunilla frågar då om eleverna kan några fler årstider. En elev svarar ”vinter” och samtalet fortsätter.

FöA2: Årstider

- Ja, och efter vintern kommer, Robin?
- Ehh...vår, säger Robin.
- Sen efter vår kommer, Rebecka?
- Sommar, säger Rebecka.
- Ja, och sen börjar det om med höst igen, säger Gunilla.

I excerpten ovan, där eleverna ges möjlighet att utveckla sin förståelse för tid och förändring genom årstidernas regelbundenhet, får eleverna Robin och Rebecka varsin fråga riktad till sig och förväntas därför svara. De blir alltså genom de riktade frågorna ålagda att delta aktivt i samtalet. Om läraren istället hade frågat hela klassen om vilka årstider som kommer efter vintern, hade eleverna haft möjlighet att ta ställning till om de hade velat vara aktiva och svara på frågorna eller inte. Nu förväntas dock just dessa elever besvara frågorna.

Ålagt aktivt deltagande förekommer också vid individuellt arbete. I dessa situationer får eleverna uppgifter att genomföra som de förutsätts arbeta med tills de är lösta, vilket nedanstående excerpt exemplifierar. Eleverna har här fått en stencil med uppgifter om mönster med geometriska figurer som de ska lösa. De ska göra färdigt redan påbörjade mönster samt skapa egna.

FöA3: Fortsätt mönstret

Edin suckar efter en stund. Han har kommit halvvägs genom det första mönstret.

- Jag vill inte rita!!! uttrycker han högt. [...]
- Jag är färdig nu! säger Nathalie strax därefter.

Gunilla [lärare] berömmar Nathalies arbete och tar fram ett ark med klistermärken och sätter fast ett på hennes papper.

- Jag är också klar, säger Lucas.
- Snyggt! säger Gunilla.

[...]

Alla utom Edin är nu klara och har satt sig på golvet för att äta frukt.

- Jag är klar! säger Edin igen.
- Nä det är du inte, säger Gunilla.
- Du kan göra det, säger Edin till Gunilla.
- Nä, jag kan redan, men du behöver träna, säger Gunilla.

[...]

- Sätt lite fart nu! Du kan det där, säger Gunilla till Edin. Det går jättefort om du bara sätter igång!
- Jag vill inte rita, säger Edin igen.

Edin fyller långsamt i mönstren och tittar upp då och då och avbryter sig själv genom att kommentera vad de andra eleverna pratar om eller gör. Gunilla sätter sig hos Edin och hjälper honom att komma igång.

[...]

Alla de andra eleverna har nu gått ut på rast och Edin är ensam kvar med Gunilla. Han upprepar flera gånger att han tycker att det är svårt att rita. Gunilla försöker få honom att slutföra uppgiften.

Denna excerpt åskådliggör individuellt arbete som inte är frivilligt, utan ålagt. Edin uttrycker ett antal gånger att han inte vill fortsätta, men läraren uppmanar honom att bli klar och sätta lite fart. Dessutom behöver han öva, menar läraren. Edin verkar dock tycka att uppgiften är otroligt tråkig att döma av hans suckande och försök att ”komma undan” genom att uttrycka att han är klar. En passiv handling är dock inte godtagbar i denna situation. Lärarens feedback till eleverna som har slutfört uppgiften, där de både får muntligt beröm och klistermärken, antyder att det är ett aktivt deltagande som förväntas, och att arbetet gärna ska göras så fort som möjligt. Mot slutet av excerpten blir det också tydligt genom att läraren sätter sig hos Edin och försöker få honom att ta sig igenom uppgiften något snabbare, eftersom han tycks fokusera mer på klasskompisarnas diskussioner och kommentarer. Den accepterade handlingen för eleverna i denna situation är att vara aktiva och fokusera på att genomföra uppgiften, och eftersom läraren har bestämt vad eleverna ska utföra är det aktiva deltagandet ålagt.

Ovan har jag gett olika exempel på när eleverna är ålagda att delta aktivt under lärarplanerade aktiviteter. Ålagt aktivt deltagande förekommer emellertid också i den fria leken, och då i situationer där en klasskamrat har påbörjat en aktivitet och eleven bjuds in att vara med. Klasskamraten förklarar därefter hur aktiviteten ska utföras, så att eleven gör ”rätt”. Ett sådant exempel kan ses i nedanstående excerpt där Nadja har börjat sätta fast färgglada små ”svampar”, eller ”pluppar” som eleverna kallar dem, på en vit, rektangulär plastplatta med små hål i.

FöA4: Trycka fast pluppar

Nathalie kommer och tittar på vad Nadja gör.

- Vill du hjälpa mig? frågar Nadja Nathalie.
- Ja, säger Nathalie.

Nathalie tar en plupp ur högen och är precis på väg att fästa den på hålplattan.

6. Elevernas deltagande i möten med matematik i förskoleklassen

- Men du måste ha två avstånd, säger Nadja.
Nathalie visar Nadja hur hon ska sätta fast plupparna ”rätt”. Hon förklarar att det ska vara två tomma hål mellan varje plupp.
[...]
Flickorna bygger vidare. Efter ett tag bygger Nathalie för långt med de röda plupparna, så de går över hål där andra färger skulle ha varit, enligt Nadjas mönster.
- Oj oj oj, det går inte, du måste svänga, du måste svänga, säger Nadja till Nathalie.
Nadja visar Nathalie hur långt hon ”ska” bygga med de röda för att det ska bli rätt.
- Nej, den ska vara kort, fortsätter hon och pekar på den röda raden.
Nadja hjälper Nathalie att ta bort de som inte skulle vara där.
- Så, alla de här ska vara före dig, säger Nadja och pekar på de andra färgerna.
- Ska jag ha blå? frågar Nathalie.
- Nä, sväng med grön, sväng med grön, säger Nadja.
Nathalie verkar nu ha förstått vad Nadja menar och de hjälps åt med att bygga vidare på mönstret.

I ovanstående situation har Nadja påbörjat en aktivitet som Nathalie sedan blir en del av då att hon blir inbjuden av Nadja att delta. Deltagandet sker dock inte under vilka premisser som helst. Nadja sätter tydligt spelreglerna och förklarar för Nathalie hur hon ska utföra aktiviteten för att det ska bli rätt. Det ska exempelvis vara ”två avstånd” mellan plupparna. Nathalie gör som Nadja säger och blir i detta sammanhang ålagd att delta aktivt i den reglerade aktivitet som Nadja ger uttryck för. Lite senare i excerpten placerar Nathalie pluppar på ett annat sätt än det som Nadja har tänkt sig, vilket snabbt resulterar i att hon blir tillrättavisad av Nadja. När Nathalie därefter följer Nadjas regler löper dock samarbetet på fint och mönstret växer fram på det sätt som Nadja förmodligen har tänkt sig. Nathalie är aktiv deltagare i situationen, men bara så länge hon gör ”rätt” och följer Nadjas förklaringar. Därför kan hennes aktiva deltagande sägas vara ålagt.

I alla ovanstående exempel medverkar omgivningen (lärare eller klasskamrater) till att eleverna är aktiva deltagare i olika sammanhang där matematik aktualiseras. Detta är typiskt för ålagt aktivt deltagande, där normer och regler i hög grad styr elevens aktiva deltagande, oavsett om de uttrycks explicit eller enbart förväntas av eleven. Utan denna styrning skulle eleverna eventuellt inte alls ha deltagit aktivt i dessa möten med matematik. Det ålagda aktiva deltagandet bidrar på det viset till att eleverna ges möjlighet att möta matematik på andra sätt än om de istället hade valt att uteslutande iaktta. Eleverna blir ”tvungna” att lösa matematiska problem (ibland på ett visst sätt) och exempelvis resonera, undersöka, reflektera över olika frågeställningar och använda olika representations- och uttrycksformer.

Självvalt aktivt deltagande

Eleven kan också på eget initiativ välja att delta aktivt i möten med matematik i förskoleklassen. Denna typ av deltagande benämns som självvalt aktivt deltagande i avhandlingen och förekommer i såväl lärarledda aktiviteter som i den fria leken men på något skilda sätt, vilket belyses utifrån excerpten i detta avsnitt. I lärarledda aktiviteter kan eleven exempelvis ses delta aktivt av egen vilja när läraren ställer frågor till hela klassen och eleven räcker upp handen för att svara. Eleven kan också ses räcka upp handen utan att en fråga ställs för att delge information med matematiskt innehåll. I vissa fall talar eleverna dessutom rakt ut, utan att räcka upp händerna. I nedanstående excerpt ges exempel på båda dessa sätt att delta aktivt på eget initiativ. Här har eleverna precis tagit fram sina frukter och satt sig på matan i klassrummet för att äta.

FöA5: Vilka frukter har ni med er?

När alla är tillbaka frågar Gunilla [lärare] eleverna i tur och ordning vilken frukt de har med sig. Hon ritar då upp denna frukt på tavlan. Det blir fler än en av vissa frukter och då ritar hon upp dessa bredvid varandra. När hon har frågat alla eleverna säger hon till dem:

- Vilken frukt fanns det mest av idag?
- Vindruvor, säger Love.
- Hur många?
- Fem, säger Love [Gunilla skriver upp 5 efter bilderna].
- Banan, säger Lucas.
- Hur många?
- Fyra, säger han [Gunilla skriver upp 4 efter bilderna].
- Äpple, säger Rebecka.
- Hur många?
- Fem, säger hon [Gunilla skriver upp 5 efter bilderna].
- Ok, vilka av dessa var det flest av, säger Gunilla och vänder sig till alla elever igen.
- Äpple och vindruvor, säger Nathalie.
- Ja, de vann idag, de var flest.

Noah ställer sig upp.

- Jag vet vilka som hade minst, säger han. Den, den, den.... [Han pekar på flera olika frukter som det bara finns en av].
- Ja, säger Gunilla, och pekar också hon på alla de frukter som det bara finns en av.

I ovanstående excerpt väljer eleverna själva att vara aktiva genom att svara på lärarens frågor om vilka frukter det finns flest av. Eftersom läraren inte ställer frågorna direkt till någon särskild elev, utan till hela elevgruppen, är det ingen elev som blir "tvingad" att vara aktiv genom att svara. Eleverna har istället själva möjlighet att aktivt gå in i samtalet och besvara frågorna. Förutom de här exemplen på självvalt aktivt deltagande, ses också Noah delta aktivt genom att uttrycka någonting som han själv har upptäckt i

tabellen på tavlan. Han har undersökt vilka frukter som det finns minst av, och berättar det för läraren och resten av klassen. Läraren bekräftar hans upptäckt och förtydligar hans iakttagelse genom att peka på frukterna som det finns minst av. Detta är också ett exempel på självvalt aktivt deltagande, men med en nyansskillnad. Noah väljer här att delta aktivt utan att läraren först har ställt en fråga.

I ovanstående excerpt, som är hämtat från elevernas andra vecka i förskoleklassen, är läraren inte så noga med att kommentera att eleverna först ska räkka upp handen innan de uttrycker sig. Senare under läsåret är det dock vanligt att eleverna får tala först när de har räckt upp handen och fått ordet. Det här är en av de större skillnaderna mellan de lärarledda aktiviteterna och den fria leken i förskoleklass. I den fria leken är det självvalda aktiva deltagandet inte lika styrt som i de lärarledda aktiviteterna. Här får eleverna själva välja vad de vill göra och har möjlighet att uttrycka sig direkt utan handuppräkning. I dessa situationer har eleverna även tillfälle att vara aktiva på ett mer undersökande och skapande sätt med de material som erbjuds i förskoleklassmiljön. I nedanstående excerpt ges exempel på hur Ida på eget initiativ aktivt deltar i ett möte med matematik då hon skapar mönster med geometriska figurer:

FöA6: Pussla med geometriska figurer

Jag sitter vid ett bord där Ida lägger platta, geometriska figurer som exempelvis cirklar, rektanglar och romber på ett mönster där de ska passas in. Hon har en hel burk med geometriska figurer i och hon plockar en i taget efter att ha tittat på mönstret för att se vad hon behöver. Mönstret hon följer är tydligt och man ser om det ska vara t.ex. en kvadrat eller en triangel. När hon är klar visar hon läraren Malin. Hon får då välja ett nytt mönster och tar ett svårare, där bara konturena till hela mönstret syns, inte de enskilda geometriska figurena. Ida klarar ändå av uppdraget. Snart har hon bara halva mönstret kvar, men nu vill hon göra ett annat mönster och håller tillbaka sina ditsatta figurer i burken.

Ida har själv valt aktiviteten och deltagandet kan därför sägas vara självvalt aktivt. Hon tycks finna ett intresse i att leta efter de geometriska figurer som ska passas in i det färdiga mönstret och väljer också att utmana sig själv och prova ett svårare mönster när hon är klar med det första. Ida har här möjlighet att fritt engagera sig i mötet med matematik och hon kan själv välja när hon vill avsluta. Det finns dock tillfällen i den fria leken som är mer reglerstyrda än i situationer som den här, exempelvis då eleverna spelar spel tillsammans och behöver ta hänsyn till vems tur det är och till spelets andra regler. I dessa situationer kan dock eleverna ändå sägas vara självvalt aktiva, eftersom de inte måste välja dessa aktiviteter men ändå väljer att utföra dem. Nedanstående excerpt är hämtat ifrån en situation där två elever, Anna och Ida, spelar tärningsspel tillsammans.

FöA7: Jättebrädspelet

Jag går mot korridoren och ser att Anna och Ida kastar med en stor skumgummitärning samtidigt som de går framåt på de stora A4-arken med olika tal på som är fasttejpade på golvet och som löper som en orm från Ängens till Hagens klassrum. De spelar alltså ett "jättebrädspelet" med sig själva som spelpjäser. Ida har kommit mycket längre än Anna, så jag hjälper dem att skicka tärningen mellan sig.

Spelet flyter på bra, Anna slår en trea och går tre steg framåt. Ida får en sexa och går sex steg framåt och slår sedan om. Spelreglerna verkar fungera så. Under spelets gång benämner de antalet prickar som tärningen visar och räknar också högt när de går framåt på spelplanen.

Efter ett tag kommer Jason och tar upp tärningen och går sedan fram och tillbaka med den mellan Ida och Anna när de ska slå. Han intresserar sig för hur många prickar de får på tärningen och uttrycker det med jämna mellanrum och fortsätter att hjälpa till med tärningsfördelningen.

Efter en stund går Ida i mål och spelet avslutas.

I ovanstående excerpt spelar Anna och Ida ett tärningsspel tillsammans. De har själva valt att utföra aktiviteten och blir i detta sammanhang aktiva deltagare i mötet med matematik i och med sitt eget intresse. Något som är intressant i sammanhanget är att flickornas spelande inte hade kunnat uppstå om miljön i förskoleklassen inte hade skapat denna möjlighet till att spela. De fasttejpade tallapparna som sitter på golvet i förskoleklassernas lokaler och en jättetärning bidrar till att eleverna har möjlighet att spela ett spel där de har möjlighet att möta matematik.

Självvalt aktivt deltagande i den fria leken innebär att eleverna inte har några förutbestämda uppgifter att utföra eller teman att hålla sig till, utan är just fria att själva välja vad de vill göra för stunden. Vid vissa tillfällen i förskoleklassen kan emellertid elevernas fria lek begränsas av lärarna vad gäller vilka rum de får använda, vilken typ av lekar de får leka samt vilka material och leksaker de får ha tillgång till, vilket jag ger exempel på nedan.

FöA8: Det ska vara något lugnt

- Nu är det ungefär en timme kvar, säger Gunilla [lärare], så välj fritt vad ni vill göra.

Eleverna börjar röra på sig.

- Men stopp! fortsätter Gunilla. Det ska vara något lugnt.

Denna typ av begränsning om att bara leka lugna lekar är den vanligaste i den fria leken i förskoleklassen. Andra typer av begränsningar som förekommer är att eleverna inte får utföra en viss typ av aktivitet under en veckas tid, exempelvis rita. Dessa begränsningar förefaller dock inte påverka elevernas självvalda aktiva deltagande i matematikaktiviteter i särskilt hög grad, mer än att vissa typer av aktiviteter där eleverna hade kunnat möta matematik uteblir. Eleverna verkar dock kunna anpassa sig efter de

tillfälliga reglerna och deltar i andra aktiviteter som är frivilliga och inte styrs upp av lärarna.

Utifrån ovanstående resultat menar jag att det självvalda aktiva deltagandet till stor del tycks utgå ifrån elevernas eget engagemang. I lärarledda situationer behöver de vilja och våga svara för att kunna delta aktivt när läraren ställer frågor, alternativt uttrycka sina egna tankar och reflektioner inför klassen. I den fria leken gäller det att eleverna har intresse för aktiviteter som innefattar matematik för att de på eget initiativ ska möta matematik. I det fallet visar det sig också att den yttre miljön, genom att inspirera, kan bidra till elevernas intresse att välja aktiviteter där de aktivt deltar i möten med matematik.

Något som emellertid är värt att påpeka i sammanhanget är att det självvalda aktiva deltagandet förutsätter att det under dagen finns aktiviteter och tillfällen där det finns möjligheter för eleverna att själva uttrycka sina tankar och idéer kring eller utforska matematik. Detta utan att de begränsas av normer och regler som kan göra avkall på det. Om dessa förutsättningar inte finns går eleverna miste om flera möjligheter att av eget intresse delta aktivt i aktiviteter som involverar matematik.

Sammanfattning

I detta kapitel har jag beskrivit hur eleverna i förskoleklassen deltar i möten med matematik. Mina beskrivningar har utgått ifrån fyra olika typer av deltagande som var och en karakteriseras av specifika handlingar som eleverna uppvisar i dessa möten. De fyra deltagartyperna är ålagt respektive självvalt passivt deltagande samt ålagt respektive självvalt aktivt deltagande. I kapitlet har jag även uppmärksammat i vilka sammanhang dessa deltagartyper förekommer och lyft faktorer som kan påverka vilka handlingar som möjliggörs.

7. Elevernas matematikhandlingar i möten med matematik i förskoleklassen

I förgående kapitel beskrev jag att eleverna i förskoleklassen deltar på olika sätt vid aktiviteter som innehåller matematik. Deltagandet kan övergripande delas in i aktivt respektive passivt deltagande, där det aktiva deltagandet innefattar en större variation av matematikhandlingar än det passiva deltagandet.

I detta kapitel fokuserar jag på de matematikhandlingar som eleverna utför i möten med matematik i förskoleklassen. De har sammanställts under sex olika övergripande teman, eller möten med matematik som jag har valt att benämna *informerande möten*, *instruerande möten*, *skapande möten*, *undersökande möten*, *iakttagande möten* samt *frågeställande möten*. Handlingarna som eleverna utför i dessa möten gör det möjligt för dem att uttrycka matematik eller att ta del av matematik som andra uttrycker. Mötena har mer eller mindre olika karaktär, vilket jag återkommer till i kapitlet, men kännetecknas av att eleverna ges möjlighet att använda, uppvisa, befästa och utveckla sina kunskaper i matematik på olika sätt.

I figur 6 nedan illustrerar jag kopplingen mellan det förra kapitlet om elevernas deltagande i möten med matematik i förskoleklassen och detta kapitel om elevernas matematikhandlingar i mötena med fokus på matematik. Deltagandet kan sägas utgöra en ram för de möten som eleverna gör med matematik och som vidare beskrivs i detta kapitel, där det synliggörs vilket deltagande som är möjligt i de olika mötena.

Figur 6

Hur elevernas deltagande i möten med matematik kan kopplas samman med olika typer av möten med matematik i förskoleklassen

	Självvalt deltagande		
Aktivt deltagande	Informerande möten Instruerande möten Skapande möten Undersökande möten Frågeställande möten	lakttagande möten	Passivt deltagande
	Informerande möten Skapande möten Undersökande möten	lakttagande möten	
	Ålagt deltagande		

Utifrån figur 6 ovan kan exempelvis utläsas att informerande möten placerats både inom självvalt aktivt deltagande och ålagt aktivt deltagande. Det innebär att eleven kan informera om matematik både på eget initiativ och genom att ha blivit uppmanad att göra det. Eleven deltar i båda fallen aktivt i den aktivitet som genomförs för tillfället.

Nedan presenteras även en sammanfattande tabell (tabell 5) kring elevernas möten med matematik i förskoleklassen. Mötena kompletteras i tabellen av handlingar som inryms i respektive möte och vilket slags deltagande eleven har i mötet. Denna tabell avser att förtydliga kapitlets disposition. Vidare i kapitlet redogör jag för de sex ovan nämnda mötena med matematik som eleverna gör i förskoleklassen med hjälp av empiriska exempel, där elevernas handlingar synliggörs. I samband med det uppmärksammas också möjligt lärande i matematik.

Tabell 5

Elevers möten med matematik i förskoleklassen inklusive handlingar som dessa innefattar samt typ av deltagande som eleven har genom denna handling.

Mötestyp	Elevers handlingar	Deltagande
Informeraende möten	Informerar om matematik på eget initiativ	Självvalt aktivt
	Informerar om matematik genom att besvara frågor	Självvalt aktivt Ålagt aktivt
Instruerande möten	Instruerar inför en ny aktivitet med koppling till matematik	Självvalt aktivt
	Instruerar kring rätt och fel vid aktiviteter med koppling till matematik	Självvalt aktivt
Skapande möten	Skapar på eget initiativ och nyttjar då matematik	Självvalt aktivt
	Skapar utifrån ett uppdrag och nyttjar då matematik	Ålagt aktivt
Undersökande möten	Undersöker på eget initiativ med hjälp av matematik	Självvalt aktivt
	Undersöker utifrån ett uppdrag med hjälp av matematik	Ålagt aktivt
Iakttagande möten	Iakttar på eget initiativ vid aktiviteter med matematikinhåll	Självvalt passivt
	Iakttar utifrån andras förväntningar vid aktiviteter med matematikinhåll	Ålagt passivt
Frågeställande möten	Ställer bekräftelsefrågor kring matematik	Självvalt aktivt
	Ställer undrande frågor kring matematik	Självvalt aktivt
	Ställer följdfrågor kring matematik	Självvalt aktivt

Informerande möten med matematik

Ett sätt för eleven att ta sig an och möta matematik på i förskoleklassen är genom att delta i informerande möten med matematik. Det innebär att eleven informerar sin omgivning, exempelvis sina klasskamrater eller lärare, om matematik på olika sätt, genom att exempelvis uttrycka faktakunskaper, synliggöra matematiken i sin omvärld, korrigera felaktigheter samt besvara frågor kring matematik. I informerande möten med matematik formulerar alltså eleven sina kunskaper i matematik och informerar i samband med det sin omgivning om den matematik som uttrycks. I mötet får eleven vanligen respons av lärare och klasskamrater på informationen som uttrycks och får då många gånger möjlighet att resonera kring den med den eller de personer som ingår i mötet.

Informerande möten med matematik kan skapas på två olika sätt, antingen genom att eleven tar eget initiativ till att informera eller genom att eleven besvarar frågor från andra och därigenom informerar om matematik. Det första sättet benämns här *informerar om matematik på eget initiativ* och det andra *informerar om matematik genom att besvara frågor*. Inom dessa ryms olika handlingar, vilka beskrivs i avsnittet som följer.

Eleven informerar om matematik på eget initiativ

Eleven kan informera om matematik på eget initiativ genom att handla på tre olika vis: *delge matematikfakta*, vilket innebär att eleven delar med sig av information kring matematiska fakta som är kända av eleven sedan tidigare, *synliggöra matematikfakta*, vilket innebär att eleven synliggör och beskriver matematiken som finns i omgivningen här och nu, eller *korrigera matematikfakta*, vilket innebär att eleven korrigerar en klasskamrats information eller uppgifter kring matematik.

Sätten att informera på i dessa möten kan skilja sig åt men det görs huvudsakligen muntligt genom att eleven antingen berättar om ett matematiskt innehåll eller använder matematiska begrepp för att informera en eller flera andra personer. Eleven kan också ta hjälp av exempelvis kroppsspråk och andra artefakter för att förtydliga informationen som ges. Detta kommer att beskrivas vidare i avsnitten som följer.

Eleven delger omgivningen matematikfakta

Ett sätt för eleven att påbörja ett informerande möte med matematik är genom att dela med sig av information med ett matematiskt innehåll utifrån tidigare tillägnad kunskap. Det kan vara korta fakta som exempelvis "Min

pappa är trettioåttio år”, ”Hundra plus hundra blir tvåhundra” och ”Jag fyller år nionde mars”, eller som i nedanstående excerpt där Ted återger information till mig.

FöInf1: Hundratrettiofem fotbollsbilder

Jag går ut tillsammans med eleverna. Ted springer emot mig och säger:

- Sofie! Jag har hundratrettiofem fotbollsbilder.
- Oj, har du räknat dem?
- Ja! Men jag kan räkna till hundrafemtio. Det är mitt rekord!

I denna excerpt initierar Ted till ett informerande möte, genom att kort återberätta information med ett matematiskt innehåll för mig, att han har 135 fotbollsbilder. När jag ställer en följdfråga till honom uttrycker han dessutom ytterligare information, att han kan räkna till 153, hans rekord. Ted kommunicerar här enbart muntligt med mig. Han visar i sammanhanget att han kan uttrycka dessa tresiffriga räkneord och nämner också att han kan räkna upp till dem, vilket däremot inte kan bedömas utifrån situationen som sådan. Något som emellertid kan uttolkas ur hans information är att han vet att talet 153 är större än 135, då han nämner att det är hans ”rekord”. Ted visar i denna situation att han har kunskaper kring relationen mellan dessa tal.

Sammantaget ger Teds informerande handlingar möjlighet för honom att visa vad han kan och dela med sig av sina kunskaper. Han visar på eget initiativ upp sitt kunnande i matematik, vilket är typiskt för denna typ av informerande möten. Något som är värt att betona utifrån ovanstående excerpt är att denna typ av möten med matematik fort kan ta slut om informationen inte följs upp. Det fortsatta samtalet som blir följderna av att Ted får respons på sin information bidrar till att han avslöjar mer av sina kunskaper i matematik.

Beroende på den respons som eleven får på sin information kan alltså ytterligare matematik, med koppling till det som eleven har uttryckt, uppmärksammas för de som ingår i mötet. Nedan ges ett sådant exempel från en samlingssituation, där eleven Nathalie delar med sig av sina kunskaper och läraren följer upp hennes inlägg med en förklaring.

FöInf2: Tio gånger tio

Nathalie räcker upp handen och får ordet.

- Jag vet vad tio gånger tio blir, säger hon.
- Vet du!? säger den vikarierande läraren. Det är ett annat räknesätt, förklarar hon för de andra eleverna.
- Hundra, säger Nathalie.

Innan Nathalie får ordet i ovanstående excerpt har eleverna i flera omgångar räckt upp handen och uttryckt vad de kan inom addition. När

Nathalie säger att hon vet att tio gånger tio är hundra, visar hon inte bara upp sitt eget kunnande i matematik, utan bidrar också till att hennes klasskamrater får ta del av informationen hon ger. Lärarens förklaring utifrån Nathalies inlägg ger dessutom klasskamraterna ytterligare information; ”gånger” är ett annat räknesätt. Deltagarna i detta informerande möte får därmed möjlighet att dels bekanta sig med det eventuellt nya räknesättet och begreppet ”gånger” samt den genomförda räkneoperationen $10 \cdot 10 = 100$.

Eleven synliggör matematikfakta

Informeraende möten med matematik kan också skapas när en elev informerar en annan person om matematik som finns i omgivningen här och nu, exempelvis genom att beskriva rumsliga begrepp och samband eller genom att kvantifiera sin omgivning. Till skillnad mot de förra handlingarna, där eleverna delgav fakta om något som de ”hade i sitt huvud”, uttrycker och synliggör eleven här matematisk information som finns synlig i den yttre miljön. Det kan vara information kring exempelvis föremål, relationer mellan föremål och personer samt situationer som uppstår under dagen, vilka också kan urskiljas och uppfattas av de som deltar i mötet. Eleven kan exempelvis ge kort information om någon upptäckt i sin omgivning, såsom ”Jag är längre än dig”, ”Vi sitter i en triangel” och ”Jag står först”. Nedan ges ett sådant exempel från en samlingssituation, där läraren är på väg att sätta igång en gemensam sång med rörelser, ”Imse Vimse spindel”, och hon börjar med att be eleverna att hålla fingrarna på det sätt som de brukar placeras när sången inleds.

FöInf3: En rektangel

Därefter tar Gunilla [lärare] fram sina händer och säger:

- Håll fram tummarna [hon visar] och sen pekfingerarna också, så här [hon visar igen]. Sen ska ett pekfinger mot den andra handens tumme [hon visar] och sen ska den andra handens pekfinger mot den andra handens tumme, så här [hon visar].

Gunilla håller fram händerna framför ansiktet och tittar på eleverna genom öppningen som bildats.

- Det är svårt! säger Love.
- En rektangel! säger Nathalie.
- Det blev en rektangel ja, bekräftar Gunilla leende.

I denna excerpt visar läraren de inledande rörelserna till sången ”Imse Vimse spindel” och medan hon håller sina händer stilla framför ansiktet uppmärksammar Nathalie formen som bildas mellan hennes fyra utsträckta fingrar och uttrycker det för klassen. Det tycks vara en form som är bekant för Nathalie i och med att hon kan urskilja den i en vardaglig kontext och

också kan det korrekta matematiska begreppet för denna geometriska form, rektangel. Läraren bekräftar Nathalie's information samtidigt som hon ler, vilket Nathalie skulle kunna tolka som att hon inte bara har uttryckt korrekt information, utan också har gjort en bra iakttagelse.

Eleven synliggör i denna situation matematik som finns i hennes omgivning, en geometrisk form som bildats mellan lärarens fingrar. I samband med detta synliggörande får också klasskamraterna som sitter med i samlagen tillfälle att möta begreppet rektangel och hur en sådan kan se ut i vardagliga sammanhang. De får alltså möjlighet att uppleva relationer mellan geometriska objekt och omvärlden.

Denna typ av informerande möten förekommer också då eleverna arbetar i smågrupper. Här är läraren inte delaktig i elevernas samtal i samma utsträckning och en skillnad som kan ses är att det matematiska innehållet i elevens uttalanden vanligen inte får samma gensvar då enbart klasskamraterna är närvarande. Nedan ges ett exempel på en sådan situation. Eleverna har här i uppgift att söka information om olika planeter genom att titta i faktaböcker. De sitter vid bord i smågrupper om tre till fyra personer.

FöInf4: Tunga planeter

Edith tittar på uppslaget. På vänstersidan finns Uranus och på högersidan Neptunus. På den högra sidan finns också en bild på en gammaldags våg med vågskålar. I den ena vågskålen ligger Neptunus och i den andra Uranus. Edith pekar på bilden:

- Hallå, det där går ju inte! Den kommer gå sönder! säger hon.

De andra två tjejerna sitter fokuserade och tittar i sina böcker.

- Kolla, kolla! säger Edith till Nathalie och Mira och visar boken. Den där vågen kommer gå sönder. Den har en hel planet på sig!

Nathalie och Mira kommenterar inte hennes uttalande mer än att titta till och nicka.

I ovanstående excerpt reagerar Edith kraftigt på en illustration i boken och ifrågasätter den. En planet kan inte läggas på en vanlig våg, då går den sönder. Edith ger här uttryck för att hon vet att en planet är enormt tung. Hennes förmåga att uppskatta vikten av planeten och koppla det till att en vanlig våg inte klarar av den visar på att hon resonerar om relationen mellan de två objekten och vad som kan vara rimligt. Detta orimliga förhållande vill hon dela med sig av till sina klasskamrater.

I och med Ediths uttalande och synliggörande av matematisk information får också hennes kamrater möjlighet att ta del av den. I denna situation förefaller de dock inte vara så intresserade eller möjligen inte förstå vad hon menar då de enbart nickar kort åt Edith. Här kan ses att den matematiska informationen inte bekräftas på samma sätt i smågruppssammanhang som denna, som då läraren ger respons på liknande inlägg i

exempelvis samlingen. Ytterligare en reflektion som kan göras utifrån ovanstående excerpt är att de fysiska artefakter som eleverna har tillgång till här, faktaböcker, samt möjligheten för eleverna att själva ta del av innehållet, ger förutsättningar för eleverna att upptäcka och synliggöra matematik i detta sammanhang. Intresset att lyfta matematisk information kommer däremot från eleven själv.

Eleven korrigerar matematikfakta

I denna typ av informerande möten ingår situationer där eleven uppmärksammar och korrigerar felaktigheter vad gäller matematiskt innehåll i en klasskamrats uttalande. Eleven som påtalar felaktigheten ger i mötet uttryck för att lita på sin egen matematiska förmåga och kan också argumentera för sin åsikt i situationer där klasskamraten har en annan uppfattning. I nedanstående excerpt ger jag ett exempel på denna typ av informerande möten där två elever, Mira och Nathalie, under den fria leken pratar om hur länge de har gått i förskoleklass.

FöInf5: Vi har varit här länge

- Ja, vi har varit här länge, säger Mira och tänker efter. I en månad!
- Nä, säger Nathalie, vi har varit här i fem [hon räknar tyst] ...eller sju månader! Vi började i augusti. Snart har vi varit här i ett år.

I ovanstående excerpt informerar Mira inledningsvis om att de har gått i förskoleklass länge, i en månad. Nathalie korrigerar dock Mira och uppmärksammar henne på att de har varit här mycket längre än så och uttrycker hur länge. Nathalie skapar här ett korrigerande informerande möte genom att argumentera och uttrycka att Miras inledande information är felaktig och istället föra fram den information som hon anser är korrekt. När Mira inte ifrågasätter Nathalies information avslutas mötet.

Både Mira och Nathalie uttrycker i denna situation muntlig information om tiden de uppfattar att de har gått i förskoleklass. I Nathalies korrigerande uttalande finns emellertid en viss tvekan. Hon säger först snabbt fem, men blir sen tyst och ”viskräknar” månaderna sen augusti, då de började, fram till nu, som i situationen ovan är i februari. I sitt korrigerande uttalande visar Nathalie att hon kan avgöra antalet månader genom att utnyttja sina kunskaper kring månadernas ordning och koppla samman dessa med räkneord. Elevernas olika uppfattningar möjliggör för Nathalie att argumentera för sin ståndpunkt, och uttrycka varför denna information är korrekt. I och med denna argumentation får Miras uppfattning av tidsrymden som de har upplevt möjlighet att omprövas och hennes förståelse för begreppet sju månader får möjlighet att utvecklas. Det går dock av situationen inte att avgöra om Miras medhåll har att göra med att hon förstär

tidsaspekten bättre efter Nathalies information eller om hon helst inte vill argumentera emot.

Även i nedanstående excerpt ger två elevers ifrågasättande av information som en klasskamrat uttrycker upphov till att de argumenterar för att hävda sin ståndpunkt. En nyansskillnad är dock att eleverna här förtydligar sina argument genom att också använda kroppsspråk.

FöInf6: En triangel

Jag hör hur Ludvig, från ett bord längre bort, helt plötsligt säger

”Jordgubbe!! Jordgubbe!!” upprepade gånger. Det låter lite retsamt.

Jag går närmre och inser att eleverna diskuterar vad som har formen av en triangel och Ludvig menar att jordgubben har den formen.

- Nä, för den är så här, säger Mira och ritar en triangel i luften.
- Jordgubbe!!! upprepar Ludvig.
- Nä, för de är spetsiga, så här, menar Edith och visar en spets mellan sina två fingrar.

Ludvig fortsätter säga jordgubbe ett tag och flickorna säger emot.

I ovanstående excerpt är eleverna oense om egenskaperna hos den geometriska formen triangel. Flickorna använder argument innehållande matematiska begrepp för att stödja sina uppfattningar. Mira säger att den är ”så här” och ritar en triangel i luften, och nyttjar då sitt kroppsspråk för att argumentera för sin uppfattning och visa Ludvig hur hon menar. Av hennes ritande fingerörelser att döma visar hon också att hon har en korrekt uppfattning om begreppet triangel. Även Edith visar att hon har förståelse för den geometriska formen, då hon muntligt uttrycker att den ”är spetsig” och dessutom med kroppsspråk förtydligar vad hon menar med spetsig. Hon argumenterar både med ord och med rörelser för att övertyga Ludvig om att en jordgubbe inte ser ut på det viset. Ludvig verkar dock inte vara mottaglig för flickornas argument utan håller fast vid sin uppfattning att jordgubben är triangelformad. Av hans uppfattning att döma visar även han förståelse för formen triangel, eftersom en ”standardjordgubbe” kan sägas ha ett slags triangelform, sedd från sidan. Ludvig argumenterar dock inte för varför han anser att jordgubben har en triangelform utan fortsätter bara att säga jordgubbe ett tag till medan flickorna säger emot.

Detta möte möjliggör, trots irritationen i luften, för både Ludvig, Mira och Edith att utveckla sin förståelse kring formen triangel genom att ta del av varandras argument. Frågan är dock om eleverna är intresserade av att ta dem till sig.

Eleven informerar om matematik genom att besvara frågor

Informeraende möten med matematik kan även skapas när en elev informerar om matematik genom att besvara frågor kring matematik från lärare eller klasskamrater. De kan vara av typen: "Vilken årstid är det nu?" eller "När går du hem?" När eleven besvarar dessa frågor görs det huvudsakligen muntligt i förskoleklassen, ibland med förtydliganden genom kroppsspråk eller genom användande av andra artefakter.

Dessa informeraende möten utvecklas på olika sätt beroende på frågornas karaktär, där de antingen kan vara kunskapskontrollerande eller mer av en verklig undran. Den första typen av möten innebär att eleven visar upp sina kunskaper utifrån det som frågeställaren är ute efter att kontrollera, vilket här benämns *besvarar kunskapskontrollerande frågor kring matematik*, medan den andra innebär att eleven svarar på en fråga för att informera frågeställaren om något som han eller hon inte vet, vilket här benämns *besvarar undrande frågor kring matematik*. I det första fallet finns ett korrekt svar enligt den som ställer frågan, medan svaret inte är givet i det senare. Av den anledningen är antingen kunskaperna som eleven uppvisar genom svaret, eller informationen som svaret bidrar till, mer eller mindre i fokus i mötena.

Eleven besvarar kunskapskontrollerande frågor kring matematik

Ett sätt för eleven att vara del i ett informeraende möte är alltså genom att besvara kunskapskontrollerande frågor, såsom "Hur skriver man sexton?" och "Vad blev det för form nu?", där eleven behöver använda sina kunskaper i matematik för att kunna svara. Frågorna kan i vissa fall också formuleras som uppdrag, såsom "Esther, lägg det där bredvid" eller "Då räknar vi tillsammans från fjorton". Frågorna kan eleverna få muntligt direkt av läraren eller i skriftlig form via arbetsblad eller test. Det senare är emellertid ovanligt i förskoleklassen. När frågorna kommer direkt från läraren ställs och besvaras de många gånger i helklass. Eleven visar i mötet upp sina kunskaper genom att besvara de frågor som ställs och informerar samtidigt om matematik i relation till frågornas innehåll.

När eleven i förskoleklassen besvarar frågor av detta slag finns ett korrekt svar. Frågan kan därmed besvaras rätt eller fel, alternativt inte alls om eleven i undantagsfall inte svarar. När svaret är rätt brukar mötet fortsätta med att eleven får positiv feedback, att läraren direkt går vidare till nästa fråga eller att läraren kort bekräftar det korrekta svaret och sedan utvecklar det. Nedanstående excerpt är ett exempel på det senare. Denna

situation utspelar sig under ett lärarlett så kallat ”mattepass” som handlar om mönster, som halva klassen deltar i.

FöInf7: En röd, rund cirkel

Gunilla [lärare] ritar först två röda cirkelar bredvid varandra på tavlan och sen en grön triangel till höger om dem och därefter upprepar hon mönstret åt höger. Den sista formen hon ritar är en röd cirkel efter en grön triangel.

- Vad ska jag göra nu för nåt om mönstret ska bli rätt? frågar hon. Lite klurigt... Vad ska jag göra nu för nåt för att det ska bli rätt?
- En röd, rund cirkel, säger Edith som får ordet.
- En röd, rund cirkel, jättebra! säger Gunilla och ritar en sådan.

I ovanstående excerpt besvarar Edith lärarens kunskapskontrollerande fråga och ett informerande möte med matematik skapas. Inledningsvis uttrycker läraren explicit att det finns ett korrekt svar på frågan och när Edith svarar rätt får hon positiv feedback. Denna bekräftelse förmedlar att begreppen Edith använder kring figurens form och namn, en ”rund cirkel”, är korrekta. Det ger också Edith möjlighet att stärka sin tilltro till sina kunskaper om mönster. Detta möte ger även klasskamraterna möjlighet att ta del av informationen och utveckla större förståelse för begreppet cirkel, då Ediths verbala uttryck sammankopplas med den figur som läraren därefter ritar upp på tavlan. De får därmed möjlighet att uppleva begreppet genom olika representationsformer, verbalt och bildligt.

Ovanstående excerpt är alltså ett exempel på hur informerande möten kan se ut när eleven svarar rätt på kunskapskontrollerande frågor. Om eleven istället ger ett felaktigt svar utvecklas mötet på andra sätt. Eleven kan få ett nytt försök till att svara rätt genom att läraren först uttrycker att svaret är felaktigt och därefter väntar in ett annat svar från eleven. En annan elev kan i vissa fall få besvara frågan istället. Eleven kan även få ledtrådar till svaret eller också kan frågan omformuleras. I nedanstående excerpt förekommer två av dessa sätt. Här får andra elever ta vid och besvara frågan när svaret är fel och när eleverna ändå inte kommer fram till rätt svar ger läraren ledtrådar.

FöInf8: Vilket datum?

- Ja, vet ni vilket datum [det är idag]? undrar Malin [lärare].
- Tjugotrea, säger Love.
- Nä, säger Malin.
- Tjugofyra, säger Nathalie.
- Nä, säger Malin.
- Tjugofem, säger Edith.
- Nä, säger Malin.
- Oktober, säger Ludvig.
- Nä, oktober kommer snart, säger Malin.
- Nionde, säger Anna.
- Nä, nåt på tjugo, säger Malin då.

Ännu en elev svarar fel.

- Om jag hjälper till lite och säger att det var den tjugofemte igår... säger Malin då.
- Tjugosexte, säger Lucas då.
- Ja, tjugosjätte, nickar Malin.

Flera gånger i excerpten ovan bemöts elevernas felaktiga information inledningsvis med ett kort nekande svar, varefter läraren snabbt ger ordet vidare. I de här korta informerande mötena uttrycker eleverna sina kunskaper kring vad de tror är dagens datum men när informationen inte stämmer utvecklas mötet inte vidare utan avslutas snabbt. De felaktiga svaren följs i denna situation inte upp av läraren, vilket gör att eleverna inte får möjlighet att förstå varför de är fel.

När eleverna, genom denna upprepade handling från lärarens sida, inte kommer fram till vilket som är dagens datum byter läraren strategi och ger istället ledtrådar till svaret. Det resulterar i att Lucas besvarar frågan rätt. I det informerande möte som skapas här uttrycker han sitt kunnande kring talens ordning, att talet 26 kommer efter talet 25, även om han inte benämner ordningstalet 26:e korrekt. Lärarens positiva svar, med en justering för ordningstalets uttal, bekräftar hans kunnande. Det möjliggör för Lucas att känna tilltro till sin förmåga, så att han vid liknande situationer i framtiden åter utför denna informerande handling och visar sitt kunnande i matematik. Däremot uppmärksammas inte heller här hur han kom fram till svaret. I samband med detta möte får emellertid deltagande klasskamrater möjlighet att ta del av den information som Lucas ger, vilket kan bidra till att utöka deras kunskaper om ordningstal och dess uttal.

En reflektion som kan göras utifrån ovanstående två excerpter ("FöInf7" och "FöInf8", s. 97) kring informerande möten med matematik, där eleven informerar genom att besvara kunskapskontrollerande frågor, är att fokus i dessa möten tydligt är riktat mot rätt och fel och inte mot elevens egna idéer och resonemang. Det gäller oavsett om svaren är korrekta eller felaktiga. I informerande möten där eleven informerar genom att uttrycka sig i skrift är detta fokus än mer framträdande. I dessa situationer informerar eleven om sina kunskaper i matematik genom att skriftligt besvara kunskapskontrollerande frågor från exempelvis arbetsblad eller test¹⁴. Mötet innefattar här huvudsakligen eleven och den skriftliga uppgiften. Information kring matematik som eleven uttrycker delas inte med klasskamraterna, och inte heller omedelbart med läraren då responsen vanligen dröjer.

Inför denna typ av informerande möten får eleverna vanligtvis en kortare genomgång kring frågornas inriktning, ibland med exempel på

¹⁴ Uppgifterna kunde exempelvis handla om att fylla i ett visst antal av något, dra streck mellan föremål som hörde ihop eller att ringa in ett visst tal.

frågor som tas upp gemensamt i klassen. Därefter får de tid till att lösa uppgifterna enskilt. När eleverna arbetar med arbetsblad får de ställa frågor till läraren och även i viss mån hjälpa varandra. När frågorna är besvarade går eleverna till läraren för att få svaren rättade. Om de har besvarat uppgifterna fel får de göra om dem men om uppgifterna är rätt får de positiv feedback, ofta både i form av ett muntligt bekräftande och uppmuntrande klistermärken. Vid dessa informerande möten får eleverna mindre utrymme att dela med sig av sina kunskaper till varandra, men de har fortfarande möjlighet att bli bekräftade i sitt matematikkunnande.

Vid de tillfällen då eleverna besvarar kunskapskontrollerande frågor vid test ser det lite annorlunda ut. Eleverna får i dessa situationer inte be om hjälp då de besvarar frågorna, vare sig från klasskamrater eller lärare. Testen rättas inte heller i direkt anslutning till att svaren skrivs utan samlas in av läraren för senare rättning. Därmed uteblir den direkta responsen helt. Dessa informerande möten kan ur detta perspektiv mest sägas bidra till att ge läraren en bild av vad eleven kan. I mindre utsträckning bidrar de till att eleven genom sin information får möjlighet att öka sin tilltro till sin egen förmåga kring ämnesinnehållet. Här ges inte heller klasskamrater möjlighet att ta del av informationen.

Eleven besvarar undrande frågor kring matematik

Eleven kan också delta i informerande möten där frågorna som besvaras utgår mer ifrån en verklig undran än att de testar om eleven kan svaret. Det kan vara frågor som "När går du hem?" eller "När fyller du år?" Eleven svarar här på frågor där den som ställer frågan verkligen undrar och inte själv vet svaret. Dessa frågor får eleven vanligen från klasskamrater. Nedan ges ett exempel där eleverna i halvklass spelar Domino och Love undrar över varför han har fler brickor kvar än Edin.

FöInf9: Antal dominobrickor

- Jag har bara tre kvar, säger Edin efter en stund.
- Jag har *fyra*? uttrycker Love förvånad och rynkar pannan. Hur kan jag ha fyra?
- För att du har sagt pass en gång, förklarar Alice.

I ovanstående excerpt undrar Love varför han har fyra brickor kvar när han hör att Edin har tre. När han uttrycker "Jag har fyra?", låter han förvånad, vilket också förstärks av hans ansiktsuttryck. Loves fråga kan därmed tolkas som en verklig undran, han vill inte kontrollera om klasskamraterna kan svaret, utan undrar verkligen varför. Det är då som Alice bryter in i samtalet och besvarar hans fråga. Hon förklarar att Love har en mer kvar eftersom han har sagt "pass", vilket innebär att han har lämnat ifrån sig en

dominobricka mindre. I och med denna information får också resten av gruppen som deltar i spelet möjlighet att koppla ihop antalen och se sambanden dem emellan. Antalet brickor som Love har, fyra, är en mer än antalet som Edin har, tre, och det beror på att Edin har lämnat ifrån sig en bricka mer än Love. Det kan ses som ett vardagligt sätt att ta sig an additionen tre plus ett är lika med fyra (eller subtraktionen fyra minus ett är lika med tre). Alice svar ger därmed eleverna möjlighet att skapa en större förståelse för antalen tre och fyra och uppleva och se förhållandet mellan dessa, relationer mellan tal.

I informerande möten som dessa där eleven informerar genom att besvara en klasskamrats undrande fråga, får klasskamraten men också andra deltagande elever möjlighet att utveckla sina kunskaper om det som eleven informerar om. Emellertid finns det tendenser i förskoleklassen att ifrågasätta information kring matematik som inte har bekräftats av läraren. Den är inte helt ”säker” förrän läraren har instämt i den, och eleverna verkar därför inte alltid lita på den. Stundtals söker nämligen eleverna upp läraren när de har fått information från en klasskamrat som de är osäkra på. När läraren väl har bekräftat informationen anses den dock vara sann. På samma vis ifrågasätts inte heller information som eleverna får direkt ifrån läraren.

Instruerande möten med matematik

Eleven kan också möta matematik i förskoleklassen genom att själv instruera en klasskamrat (i något fall flera) om hur en viss uppgift bör utföras, där antingen uppgiften i sig tar upp ett matematiskt innehåll, eller där själva instruktionen genomförs med hjälp av matematiska begrepp. Det förekommer däremot inga instruktioner med matematiskt innehåll som riktas mot lärare.

Instruerande möten innefattar huvudsakligen muntlig kommunikation, som kan förtydligas med kroppsspråk och ibland även med fysiska artefakter som exempelvis bilder och olika föremål. Ett möte kan ta avstamp i en av två olika handlingar. Eleven kan antingen *instruera en klasskamrat inför en ny aktivitet med koppling till matematik*, genom att visa hur en ny uppgift ska utföras. Denna handling kan alltså ses som startskottet för aktiviteten. Eleven kan också *instruera en klasskamrat kring rätt och fel vid aktiviteter med koppling till matematik* i pågående aktiviteter. Här uppfattar och uttrycker eleven att en klasskamrat genomför en uppgift på ett felaktigt sätt och visar honom eller henne hur uppgiften ska utföras istället.

Eleven instruerar en klasskamrat inför en ny aktivitet med koppling till matematik

Ett instruerande möte kan alltså skapas när en elev förklarar för en klasskamrat hur en ny uppgift eller aktivitet ska genomföras. I nedanstående excerpt ger jag ett exempel på hur ett sådan möte skapas då Rebecka instruerar Mira.

FöIns1: Bygga hus av kvadrater

Rebecka bygger ett hus av platta kvadrater till sitt och Miras gosedjur. Först en bottenplatta. Mira verkar inte så intresserad av att hjälpa till utan har hittat en halv "fotboll" som någon har byggt tidigare av sex- och femkanter, så den ser ut som en skål. Hon leker att det är en hatt som hennes gosedjur Kakan ska ha. Rebecka vill ha hjälp av Mira. Hon uttrycker att det är för jobbigt att bygga själv.

- Om du hittar fyrkanter bygger jag ihop, säger Rebecka till Mira.
- Fyrkanter? frågar Mira och börjar titta ner i lådan med geometriska figurer.
- Ja, det spelar ingen roll vilka färger, förtydligar Rebecka för henne.

Mira plockar ihop en massa kvadrater och ger dem till Rebecka. Rebecka börjar bygga.

Rebecka skapar här, i interaktion med Mira, ett instruerande möte genom att hon ger Mira i uppgift att hitta fyrkanter till bygget, vilket Mira går med på. I och med instruktionen bjuds Mira in att delta i en ny aktivitet som Rebecka initierat till genom sin instruktion, men mötet hade inte kunnat äga rum om inte Mira accepterat Rebeckas uppgift. Eleverna kommunicerar i denna situation muntligt och med begrepp som båda har förståelse för, vilket gör att samarbetet fungerar. Rebecka får den hjälp hon söker.

I excerpten ovan använder Rebecka begreppet "fyrkanter" för att muntligt instruera Mira om vilka former hon vill att hon ska hämta. Mira kopplar begreppet till dess geometriska utseende och urskiljer snabbt vilka av de geometriska formerna i högen som Rebecka söker. Det finns andra fyrkanter i lådan, i form av parallelltrapetser, men det är inte dem som Rebecka vill ha, eller som Mira plockar upp. Flickorna har här ett gemensamt språk för formen, och förstår varandra även om de (ännu) inte använder den mer precisa matematiska termen kvadrat. Att formen benämns fyrkant är i denna situation dock tillräckligt, men också viktigt för att Mira ska kunna urskilja den. De begrepp som används i matematiska instruktioner är följaktligen avgörande för om instruktionen kan förstås eller inte.

Eleven instruerar en klasskamrat kring rätt och fel vid aktiviteter med koppling till matematik

Det finns också en annan utgångspunkt för instruerande möten. De utgår ifrån en redan pågående aktivitet där eleven anser att en klasskamrat gör fel, påpekar det och korregerar handlingen. Detta exemplifieras i följande excerpt.

FöIns2: Schackspel

Några pojkar spelar schack med sig själva som pjäser på de stora schackrutorna på skolgården. Det verkar vara så att Leon är kung, Robin är löpare och Lucas är drottning. Robin går från ena hörnet till det andra.

- Schack! säger han.
- Då måste kungen flytta på sig, säger Lucas och Leon flyttar sig några steg.

Nä, kungen får bara gå ett steg, säger Lucas, och Leon backar lite. Lucas går några steg och sedan flyttar Robin på sig, men han går inte helt diagonalt.

- Nä, kommenterar Lucas. Du får bara gå åt sidan, snett!

Robin flyttar sig igen och sedan går Leon. Sen tänker Lucas flytta på sig.

- Nä, det är jag! säger Robin.
- Nä, du flyttade ju dig nyss, säger Leon.

Robin verkar lite irriterad, men låter Lucas flytta sig först. Sedan går Robin från ena sidan av planen till den andra, men inte korrekt diagonalt, så han hamnar på en svart ruta.

- Du får bara gå på vita, säger Lucas då.

Robin blir sur och vill inte spela mer. De andra två killarna slutar de också.

I ovanstående excerpt korregerar framförallt Lucas både Leon och Robin när de inte följer spelreglerna, genom att han verbalt förklarar, ger förtydligande instruktioner och guidar kamraterna vidare i hur de ska göra istället. Han använder sig också av kroppsspråk för att exempelvis tydliggöra vilken riktning ”åt sidan, snett” innebär. Det är framförallt Lucas som instruerar, men båda de andra pojkarna är aktiva i sina svar och handlingar.

I excerpten förefaller pojkarna ha en gemensam förståelse kring vissa matematiska begrepp, såsom vad ”ett” steg innebär. Leon backar tillbaka ”rätt” antal steg efter att Lucas kommenterat att han har tagit för många, och de andra pojkarna accepterar hans korrigering, vilket tyder på att de delar hans uppfattning. Två av pojkarna är också överens om vems tur det är och följer därmed ett upprepat mönster för i vilken ordning de ska förflytta sig.

Skapande möten med matematik

Ett annat sätt för eleven att ta del av och möta matematik i förskoleklassen kan vara genom att delta i skapande möten med matematik. Sådana möten kan konstrueras när ett material väcker intresse hos eleven att skapa på egen initiativ, exempelvis genom att bygga, måla, pärla, klippa eller klistra. Dessa möten kan också ha sin utgångspunkt i en skapande uppgift som eleven tar sig an. Uppgiften är formulerad av någon annan och kan ha mer eller mindre fasta ramar. Det kan exempelvis vara att rita en teckning av en fantasivamp, göra en påskkyckling av gula pappersremсор eller bygga ett hus av kapplastavar med minst två våningar. Det är alltså två olika handlingar hos eleven som ger upphov till skapande möten. Antingen kan eleven *skapa på eget initiativ* eller också kan eleven *skapa utifrån ett uppdrag*. Mötena resulterar, oavsett utgångspunkt, i att eleven skapar någonting och använder sig då av eller uttrycker matematik på olika sätt.

Ett skapande möte i förskoleklassen innefattar alltid någon typ av konkret material, såsom klossar, papper, grenar, stenar, målarpenslar, färger eller pennor, som en eller flera elever arbetar med. Eleven kan arbeta med och reflektera över mönster, former och antal, likheter och olikheter, storlek och proportioner. Eleven kan också använda sig av matematiska begrepp för att beskriva det som de själva gör samt testa olika tillvägagångssätt, material eller former vid skapandet, exempelvis för att få ett tornbygge stabilt. Eleverna kan också ses kopiera något som en klasskamrat eller lärare skapat, exempelvis ett bygge eller en teckning.

Eleven skapar på eget initiativ genom att nyttja matematik

Skapande möten kan alltså konstrueras genom att eleven intresserar sig för ett specifikt material som lockar till att på eget initiativ vilja skapa något. Detta möte sker mellan eleven och materialet, men också flera elever kan delta samtidigt. I nedanstående excerpt ses ett exempel på ett sådant möte mellan eleverna Mira och Nathalie samt materialet duploklossar.

FöS1: Duplohusbygge

Mira bär iväg duplohuset som hon och Nathalie har lekt med, men tappar det på vägen. Flickorna bestämmer då att de ska bygga ett nytt. De bygger snabbt väggar längs med kanterna på två plattor som de har fört ihop. De börjar bygga i mitten av ena sidan och när de kommer till slutet av plattan verkar de upptäcka att det inte finns bitar som passar de två ”plupparna” som är kvar. De flyttar nämligen alla bitarna ett steg åt sidan för att sedan sätta fast en ”fyraplupparskloss” på den tomma platsen.

[...]

Väggarna är snart klara och inredningen börjar sättas dit.

7. Elevernas matematikhandlingar i möten med matematik i förskoleklassen

- Här ska köket vara, säger Nathalie och pekar, och sen ska vardagsrummet vara en våning upp, fortsätter hon.
- Det ska vara tre våningar. Nä fyra, så vi får en vind, säger Mira.

[...]

- Jag bygger fönster, säger Mira och bygger två låga ”torn” av ”fyraplupparsklossar” med lite mellanrum emellan och placerar sedan en längre kloss tvärsöver dem, så det bildas ett fyrkantigt hål.
- Jag bygger en trädgård, säger Nathalie och tar fram en ny platta. Hon bygger sedan en trappa upp ifrån den, som så småningom når upp till husets andra våning.

Under byggandet jämför Nathalie trappans höjd med husets några gånger och sätter fast en eller två extra klossar och jämför igen. Hon sätter sedan fast trappan.

- Man kan gå ner till trädgården, säger hon sen.

I ovanstående excerpt bidrar det förstörda duplohuset till att ett skapande möte inleds. Mötet involverar Mira och Nathalie samt klossarna. I interaktion med varandra och klossarna bygger flickorna upp ett nytt hus tillsammans och i detta samarbete kan de ses använda olika uttrycksformer i sin kommunikation. De nyttjar verbalt språk för att exempelvis beskriva hur de tänker sig att huset ska utformas och för att beskriva för varandra vad de bygger för tillfället. Här använder sig flickorna av matematiska begrepp, såsom räkneord och lägesord. Mira beskriver att huset ska ha ”tre” våningar, och lägger till en våning för vinden (”fyra”), och Nathalie uttrycker att vardagsrummet ska vara ”en” våning ”upp”. Flickorna använder sig också av kroppsspråk i sin kommunikation för att exempelvis tydliggöra var husets rum ska placeras.

I excerpten ovan korregerar också flickorna sitt byggande för att få ett avslut på väggen, eftersom det inte finns någon ”tvåaplupparskloss” att placera längst ut på plattan. Vid detta tillfälle hjälps flickorna tyst åt att flytta klossarna ett steg åt sidan. Nathalie testar sedan lite senare i aktiviteten om hennes trappa är tillräckligt hög genom att jämföra höjden på den med husets. I båda dessa fall prövar sig flickorna fram till lösningar som fungerar.

En reflektion som kan göras utifrån ovanstående excerpt är den betydelse som miljön har för att skapande möten av detta slag ska äga rum. För att fritt skapande på elevens eget initiativ ska kunna genomföras krävs det tid som inte är detaljstyrd av lärare (här fri lek), och det krävs också material som lockar till skapande. Eleverna uttrycker och använder sig av matematik på flera sätt i excerpten ovan. Emellertid uppmärksammas inte matematiken av någon lärare, varför det finns risk att den inte synliggörs ordentligt för eleverna.

Eleven skapar utifrån ett uppdrag genom att nyttja matematik

Skapande möten kan också ha en annan ingång som till skillnad från de ovan beskrivna, där eleven skapar på eget initiativ, innebär att det skapande mötet har sin utgångspunkt i ett uppdrag som eleven får av någon annan. Uppdraget, som kan vara mer eller mindre tillrättalagt, innefattar att skapa något utifrån instruktioner. Dessa kan komma både från klasskamrater och lärare, och uttrycks antingen stegvis eller som en enda instruktion. Nedan ges ett exempel på ett skapande möte som har sitt ursprung i uppdrag som en lärare har gett klassen, där eleverna ska skapa planeter av uppblåsta ballonger och papper mâché. Här har eleverna redan täckt sina ballonger med ett lager tidningspapper och ska nu täcka över det med ett lager vitt ritpapper för att sedan kunna måla på det.

FöS2: Planetbygge

Eleverna jobbar på och börjar så snart täcka det mesta av sina planeter. Det är bara enstaka "hål" kvar, där tidningspappret fortfarande syns. Edith har precis satt på en vit papperslapp, men den täcker inte riktigt tidningspappret under:

- Nej! utropar hon. Det där lilla hålet måste jag täcka.

Edith drar loss papperslappen som hon just satt dit, placerar om den lite och tittar på sin planet.

- Nej, det är ett hål ändå, säger hon och drar loss lappen och placerar om den ännu en gång. Nu syns det inte! säger hon sedan och ler.
- Nu ska jag täcka det här hålet, säger Daniella högt för sig själv. Det räcker med ett litet papper, fortsätter hon.

Daniella tar en av de mindre papperslapparna och täcker över hålet på sin planet.

I ovanstående excerpt skapar Edith och Daniella i interaktion med olika material (varsin tidningspappersklädd ballong, tapetklistre och vita små papperslappar) varsin "planet". Det är en aktivitet där flickorna arbetar bredvid snarare än tillsammans med varandra. De uttrycker sig mestadels verbalt men också med kroppsspråk då de pekar och beskriver vad de gör, vad de planerar att göra och vad de lägger märke till under sitt skapande. De använder jämförande begrepp som "lilla" och "litet" för att uttrycka storleken på hålen och papperslapparna. Kommentarer som flickorna uttrycker verkar dock inte rikta sig till någon särskild person. De söker ingen respons utan uttrycker högt vad de gör och observerar.

Flickorna kan också ses uppmärksamma storleken och formen på hålen som de ska täcka över och jämför dem med de färdigrivna papperslapparna. Edith placerar om sin papperslapp så att den slutligen täcker hålet och Daniella bedömer storleken på hålet på sin ballong och uttrycker sedan att papperslappen som hon ska sätta dit inte behöver vara så stor. Flickorna ger här uttryck för en begynnande medvetenhet om area och

storleksförhållanden. För att täcka ett hål kan en tillräckligt stor papperslapp med rätt form förflyttas och för att täcka ett litet hål krävs bara ”ett litet papper”.

Skapande möten som konstrueras utifrån uppdrag kan också vara utformade så att eleven stegvis får reda på sitt uppdrag och skapar lite i taget. Ett sådant exempel kan ses nedan. Klassen arbetar här med ett grupp-arbete två och två och har fått i uppdrag att rita en planet. I denna grupp arbetar två pojkar ihop, Lucas och Love, och de har tidigare gemensamt kommit fram till att deras planet ska heta ”Lavaplaneten”. När uppdraget att rita planeten påbörjades var Love sjuk, så Lucas ritade den själv. Därför har nu Love i uppgift att rita av Lucas planet. I denna skapandeuppgift får Love stegvis reda på sitt uppdrag genom Lucas instruktioner.

FöS3: Lavaplaneten

Jag sätter mig vid Lucas och Loves bord. [...] Love har gjort en stor cirkel som han har delat mitt itu med ett streck, uppifrån och ner. Lucas pekar på den vänstra halvan.

- Det ska vara fyra [vulkaner] där, säger han och pekar.

Love ritar fyra svarta fyrhörningar på den vänstra sidan av strecket.

- Sen ska du rita hela den här blå, säger Lucas och pekar på den vänstra sidan igen.

Love tittar upp på väggen där Lucas planet sitter uppsatt tillsammans med de andra klasskamraternas planeter.

- Och tre [vulkaner] på den här? frågar Love Lucas och pekar på den högra halvan av planeten.
- Ja, tre på den där, nickar Lucas.

Love ritar tre vulkaner (fyrhörningar) på den andra halvan av sin planet. Sedan börjar han fylla i vulkanerna på den vänstra halvan med svart färg och därefter fyller han i bakgrunden med blå färg.

I denna excerpt skapar Love en kopia av Lucas planet genom Lucas stegvisa instruktioner samt den färdiga teckningen. Love får i detta skapande möte först överföra Lucas muntliga förklaring ”Det ska vara fyra där” till ett antal som han ritar på sitt papper. Dessutom avgör Love själv snabbt, genom att titta på den färdiga teckningen, att det ska vara tre vulkaner på den andra sidan, vilket han får bekräftat av Lucas när han frågar honom. Love får i samband med detta erfarenheter av att översätta mellan olika uttrycksformer, här räkneorden fyra och tre, och det antal som de representerar på en bild i form av vulkaner. Love får även möjlighet att öva på att se karaktärsdragen hos en form och kopiera den. Han formar nämligen inte vulkanerna hur som helst, utan på samma vis som Lucas har gjort, som fyrhörningar.

Nedan ses ett liknande exempel på när en elev skapar efter stegvis instruktioner, men till skillnad mot exemplet ovan är det här läraren som instruerar eleven.

FöS4: Vika pappersflygplan

Läraren Gunilla har en bunt papper i handen. Hon väntar in alla elever så att de ska sätta sig på sina platser på mattan. Sedan delar hon ut pappren så att alla får varsitt. Hon lägger sitt papper framför sig på mattan med långsidan mot sig.

- Lägg pappret så här, säger hon.

Eleverna lägger sina papper på samma sätt.

- Vik pappret på mitten, så det blir hälften så stort, säger Gunilla. Var noga, så det blir kant i kant och platta till ordentligt.

Gunilla tittar efter så att alla gör på samma sätt.

I ovanstående excerpt skapar eleverna pappersflygplan genom att följa lärarens stegvisa instruktioner. Detta uppdragsskapande möte fortsätter sedan på liknande sätt tills alla elever har ett varsitt flygplan. Eleverna får i detta skapande möte möjlighet att ta del av och uppleva flera matematiska begrepp både visuellt, verbalt och taktilt genom att se och höra på lärarens instruktioner och samtidigt själva genomföra uppdraget. Genom att utföra aktiviteten på detta sätt får eleverna möjlighet till ökad förståelse för (matematiska) begrepp som "mitten", "hälften" och "kant", då de hör begreppen samtidigt som läraren visar och eleverna själva får möjlighet att genomföra uppgiften och bokstavligen får känna på begreppen.

En reflektion som kan göras vid en jämförelse av skapande utifrån ett uppdrag med stegvis instruktioner, som den ovan, och skapande utifrån ett uppdrag där en instruktion ges innan aktiviteten sätter igång (se excerpt "FöS2", s. 105), är att eleverna är mer styrda i det första fallet och får lite utrymme för att själva resonera, prova och reflektera när de löser uppgiften. Emellertid finns här möjlighet för eleven att tillgodogöra sig och utveckla matematiska begrepp i de fall läraren lyfter fram och synliggör dessa. När instruktionen inte delas upp, och eleverna genomför uppgiften på egen hand, får istället eleverna större möjlighet att själva uttrycka sig och reflektera över problem som uppkommer men risken är att de inte uppmärksammar matematiken som de kommer i kontakt med.

Undersökande möten med matematik

Eleven kan också ta del av och möta matematik genom att undersöka sin omvärld. Ett undersökande möte kan skapas genom att ett intresse väcks hos eleven att själv ta reda på någonting. Det kan vara ett material som uppmuntrar till ett sådant möte, exempelvis en mängd stenar som lockar eleven till att undersöka antalet, dominobrickor i olika färger som inbjuder till sortering eller olika långa pinnar som lockar till att jämföra och uttrycka storleksskillnader. Det kan också vara så att intresset för att undersöka skapas i interaktion med andra elever, med eller utan material, såsom när

eleverna mäter vem som är längst, vem som har flest eller vem som har kommit längst med en uppgift.

Ett undersökande möte kan också skapas utifrån ett uppdrag som eleven får eller en fråga som ställs till eleven, exempelvis ”Hur många steg har du kvar?”, ”Ser du hur vi sitter?” eller ”Vilken är det som fattas?” Sådana frågor och uppdrag kan eleven få av både klasskamrater och lärare.

Utifrån ovanstående beskrivning kan alltså två olika handlingar från eleven skapa undersökande möten. Dels kan eleven *undersöka på eget initiativ* och dels kan eleven *undersöka utifrån ett uppdrag*. I båda dessa undersökande möten är elevens mål att ta reda på någonting. Eleven använder sig i dessa situationer av matematik på olika sätt, exempelvis genom att jämföra, kategorisera, sortera, räkna, eller genom att beskriva och resonera kring sina upptäckter med hjälp av matematiska begrepp.

Eleven undersöker på eget initiativ med hjälp av matematik

Elevens eget intresse för att utforska någonting som finns i omgivningen kan bidra till att skapa ett undersökande möte med matematik. I nedanstående excerpt ger jag ett sådant exempel, i vilket Daniella undersöker antalet bokstäver i det namn hon just har skrivit ner.

FöU1: Räkna bokstäver

Sedan skriver hon sitt eget namn med versaler bredvid mönstret hon ritat och därefter OLIVIA.

- Vem är Olivia? undrar jag.
- Det är min lillasyster, säger Daniella och pekar på bokstäverna en i taget och räknar högt.
- Olivia har bara sex bokstäver i sitt namn, säger hon.
- Jaha, säger jag. Hur många har du då?
- Det vet jag, åtta, säger hon utan att räkna. Jag har två mer än Olivia.
- Ja, och jag har bara fem, säger jag.

Det undersökande mötet ovan skapas i och med att Daniella har skrivit sin lillasysters namn och sedan tar reda på hur många bokstäver som finns i det genom att räkna högt. I dialogen som följer informerar hon mig om antalet bokstäver, varpå jag undrar hur många bokstäver hon har i sitt namn. Det vet Daniella redan, och behöver inte undersöka det genom att räkna efter. Frågan bidrar dock till att Daniella snabbt beräknar differensen mellan antalet bokstäver i sitt och i systemns namn.

I mötet nyttjar Daniella matematik för att undersöka antalet bokstäver i systemns namn. Här uppvisar Daniella en korrekt talramsa och vet att det sist uppräknade räkneordet utgör mängden (kardinaltalsprincipen). Hon använder även matematik för att uttrycka skillnaden mellan åtta och

sex, ”två mer”. Hon visar här att hon har kunskap kring relationer mellan tal, att åtta är (två) mer än sex.

Daniellas möte med matematik i denna situation möjliggörs av hennes intresse för antal, men mötet kräver även vissa förutsättningar i och av omgivningen. Utan (fri) tillgång till pennor och papper, hade Daniella inte kunnat skriva namnet och reflekterat över antalet bokstäver i det, och utan den ”fria leken” som eleverna i förskoleklassen har tillgång till hade hon kanske inte heller fått tillfälle att undersöka detta.

Förutsättningar som generellt ses vara viktiga för undersökande möten på elevens eget initiativ i förskoleklassen är alltså de ovan just nämnda, tillgången till olika slags material samt tillfällen för fri lek. Generellt kan sägas att klassrummets yttre och inre miljö skapar förutsättningar för uppkomsten av dessa möten med matematik. Planeringen av lokalens utseende och vilka material som eleverna har tillgång till kan både möjliggöra och begränsa elevernas undersökande på eget initiativ.

Undersökande av eget intresse kan dock även göras utan att olika material behöver ingå i mötet, istället är det eleverna själva som ingår i undersökandet. I förskoleklassen kan exempelvis eleverna på eget initiativ ses undersöka vem av dem som är längst genom att ställa sig med ryggarna mot varandra och föra handen från sitt eget huvud till kamratens. De kan även ses undersöka vilka färger som klasskamraterna tycker mest om och vilken frisyrt (tofs, fläta, utsläppt hår) som flest klasskamrater har en viss dag genom att genomföra handuppräckningar och jämföra resultatet.

I dessa möten krävs inget material (inga fysiska artefakter) men fortfarande tid som är ”fri”, där eleverna har möjlighet att interagera med och undersöka tillsammans med varandra. I undersökande möten som dessa kommunicerar eleverna både verbalt och med kroppsspråk på olika sätt. De visar här kunskap om matematiska begrepp som tas upp i mötena, såsom ”längst” och ”kortast”, samt att de kan använda matematiska metoder för att ta reda på vem som är längst (genom att mäta), vilken färg som är populärast eller vilken frisyrt som är vanligast (genom att räkna och jämföra antal).

Eleven undersöker utifrån ett uppdrag med hjälp av matematik

Ett undersökande möte kan också skapas genom att en elev tar sig an en tilldelad undersökande uppgift. Ett exempel på ett sådant möte ges i nedanstående excerpt, där Alice undersöker vilka tal som saknas i en talrad. På golvet i det hus där Ängsvallsskolans förskoleklasselever går har lärarna tejpats fast A4-papper med tal från 1 till 100 som löper som en slingrande

orm från Ängens till Hagens klassrum. Det är kring dessa talkort som mötet kretsar.

FöU2: Vilka tal?

Alice tittar på talkorten som sitter fasttejpade på golvet i klassrummet. Det är ett större mellanrum mellan två av dem

- Det saknas några, säger hon.

Jag och Gunilla [lärare] tittar på henne, och bekräftar hennes iakttagelse, talen 13 och 14 är borta, och vi frågar nästan samtidigt:

- Vilka då?

Alice blir tyst. Gunilla tipsar:

- Räkna så får du se!

Alice backar tillbaka till ettan och börjar högt räkna därifrån. När hon är klar kommer hon fram till vårt bord.

- Fjorton och tretton, säger hon.

Både jag och Gunilla bekräftar att hennes svar är riktigt. Gunilla säger att hon har lapparna som saknas på skrivbordet, men har inte hunnit sätta fast dem än.

Ovanstående undersökande möte skapas i och med att Alice får i uppgift att undersöka vilka tal som fattas i talraden. Hon avvaktar först och får då tips ifrån läraren om hur hon kan börja. Hon går då till talet ett och räknar varje steg fram till de borttagna A4-pappren och kommer fram till att det är talen 13 och 14 som saknas.

Alice räknar här uppåt från ett och visar att hon behärskar talramsan. Det går inte att avgöra om hon enbart räknar A4-arken på golvet eller om hon också vet vilka tal de skrivna siffersymbolerna står för, men oavsett det har hon möjlighet att koppla dem samman med räkneorden medan hon räknar. När hon kommer fram till "hålet" i talraden drar hon slutsatsen att det ska vara två tal där, "fjorton och tretton", alltså talen mellan A4-arket med talet 12 på och det med talet 15 på. Detta uttalande skulle kunna förstås som att Alice har kunskap om det skrivna talet 15. Hon vet att det är talen innan 15 som fattas. Detta undersökande möte möjliggör för Alice att få bättre grepp om talraden och talens inbördes ordning genom att koppla räkneorden till de skrivna talsymbolerna. Här verkar återigen den fysiska miljön bidra till att väcka en nyfikenhet hos eleven att undersöka matematik, i detta fall tal och antal.

Ett liknande exempel på när en elev undersöker utifrån ett tilldelat uppdrag kan ses i nedanstående excerpt, där eleven Daniella individuellt utför ett språktest. En skillnad är dock att uppgiften här är i skriftlig form, och så även Daniellas svar.

FöU3: Hur många ljud?

Läraren Malin förklarar för Daniella att hon ska lyssna efter hur många ljud hon hör i orden och sedan dra ett streck för varje ljud.

Daniella tittar på pappret där flera olika ord finns nedskrivna. Hon ljudar ett ord i taget tyst för sig själv och tar upp ett finger på vänster hand för varje ljud. Sedan tittar hon på handen och drar lika många streck på pappret som hon har fingrar uppe på handen.

I denna excerpt tar Daniella reda på antalet språkljud i varje ord genom att använda sig av matematik. Hon håller ordning på antalet ljud hon hör när hon läser genom att sätta upp ett finger för varje ljud, och sedan överföra antalet fingrar till skrift genom att representera dem med streck. Här använder hon sig av parbildning på olika sätt – ett språkljud blir ett finger, ett finger blir ett streck. Samtidigt översätter hon från en uttrycksform till en annan; från språkljud till kroppsspråk (fingrarna) till symbolspråk (streck). Detta ger henne tillfälle att träna på att översätta mellan olika uttrycksformer, vilket kan bidra till att öka hennes begreppsliga förståelse för antal.

Iakttagande möten med matematik

I många situationer i förskoleklassen möter eleven också matematik genom att iaktta, lyssna och se. Detta förekommer huvudsakligen i samlingssituationer när läraren informerar eleverna genom att uppmärksamma ett nytt matematiskt innehåll, sammanfattar något som redan har behandlats eller använder matematiska begrepp för att informera eller instruera kring en uppgift som ska genomföras. Iakttagande möten med matematik förekommer emellertid också när eleven lyssnar på information, frågor eller svar från sina klasskamrater.

I iakttagande möten får eleven möjlighet att ta del av matematik utifrån det som sägs och görs av andra, men uttrycker inte själv sitt kunnande i matematik. Detta sätt att erfara matematik kan ha olika utgångspunkt. I vissa fall är det eleven själv som i en situation väljer att vara tyst och iaktta även om det egentligen inte behövs, eleven *iakttar på eget initiativ*. I andra fall är eleven tyst och iakttar eftersom omgivningen (direkt eller indirekt) förväntar sig det, eleven *iakttar utifrån andras förväntningar*. Dessa olika handlingar har jag varit inne på tidigare då jag i förra kapitlet lyfte elevens passiva deltagande i möten med matematik. Här vill jag dock förtydliga vad eleverna ges möjlighet att lära genom denna typ av handling i möten med matematik.

Eleven iakttar på eget initiativ vid aktiviteter med matematikinnehåll

Ibland kan eleverna i förskoleklassen, i situationer där de egentligen uppmuntras att vara med och bidra med svar, tankar och idéer som rör matematik, istället ses vara tysta och iaktta det som händer. Genom sådana handlingar blir eleven del av ett iakttagande möte med matematik, där de får möjlighet att erfara matematik genom det som andra personer säger eller gör. Ofta sker det i samband med att läraren ställer frågor till hela klassen, eller då gemensamma sånger eller ramsor läses. I dessa situationer är det frivilligt att svara och vara med, och eleven väljer här att iaktta. Nedan ser jag ett sådant exempel.

Föla1: Hur många fattas?

Vi går in igen kl. 10.45 och eleverna sätter sig på mattan. Det är några kvar i kapprummet, men Malin [lärare] räknar ändå in hur många som är på plats och får det till 17 elever.

- Vi är sjutton och ska bli tjugo, säger hon till klassen. Hur många fattas?
- Alice och Ted räcker upp handen.
- Tre, säger Alice, som får ordet.
- Tre ja, säger Malin och håller upp tre fingrar.

I denna situation är det många elever som iakttar istället för att besvara lärarens fråga. Det är två elever av 17 som räcker upp handen, men bara en av dem får svara. Resterande elever blir därmed del i ett iakttagande möte med matematik, där lärarens fråga och Alice svar ingår. De får här möjlighet att ta del av när Alice uttrycker differensen mellan 20 och 17 och får även möjlighet till en utökad begreppslig förståelse kring den talade symbolen "tre" som läraren väljer att representera genom att hålla upp tre fingrar. En skillnad är dock att eleverna som inte räcker upp handen iakttar klasskamratens svar eftersom de inte väljer att uttrycka sig, medan Ted, som räckte upp handen men inte fick möjlighet att svara, istället iakttar eftersom det krävs i situationen, vilket närmare beskrivs i nästa avsnitt.

Eleven iakttar utifrån andras förväntningar vid aktiviteter med matematikinnehåll

I vissa situationer förväntas eleven vara tyst och iaktta. Denna typ av iakttagande möten är vanlig och förekommer framförallt vid lärarledda samlingar och inför uppstyra lekar, där en tydlig arbetsdelningen etableras då läraren informerar eller instruerar men också då läraren har gett ordet till en annan elev. Själva samlingssituationen skulle kunna sägas fungera som en signal för eleverna att inte prata fritt, då de flesta av eleverna i

förskoleklassen ses handla på det förväntade, iakttagande sättet utan att läraren har uttryckt önskemål om det. Emellanåt uttrycker dock läraren explicit att eleverna ska vara tysta, sitta stilla och lyssna, vilket under läsårets gång ses skapa normer kring denna typ av situation som de flesta av eleverna följer. Vid denna typ av möten får eleverna möjlighet att erfara matematik som andra beskriver och uttrycker. Detta kan göras enbart muntligt, men också med hjälp av andra uttrycksformer, såsom i skrift, med kroppsspråk, med symboler, med bilder eller med olika föremål. Nedan ges ett exempel på en samlingssituation där eleverna iakttar när läraren informerar om årets månader med hjälp av olika representationsformer.

Föla2: Månadsinformation

Gunilla [lärare] går fram till årshjulet. Hon pekar på januari och säger att den är nummer ett och håller samtidigt upp ett finger. Sedan säger hon att februari är två och håller upp två fingrar. På samma sätt räknar hon alla månader fram till oktober som är nummer tio. I oktobertårtbiten i årshjulet finns en bild på Nathalie, vilket betyder att hon fyller år i oktober, och Gunilla berättar det för gruppen.

Vid ovanstående situation sitter eleverna i en ring runt mattan i klassrummet och iakttar medan läraren informerar om månaderna och i vilken ordning de kommer. Eleverna får därmed möjlighet att utöka sitt kunnande kring det som läraren beskriver. Läraren använder här, utöver det muntliga språket, också bildmodeller och kroppsspråk. Det ger eleverna möjlighet att interagera med andra typer av representationsformer, i detta fall i form av årshjulet med dess tolv indelningar och uppskrivna månader samt lärarens fingrar som representerar antalet månader. Detta konkretiserar det som läraren berättar om och fler sinnen än hörseln får möjlighet att aktiveras. Elevernas iakttagande av lärarens information möjliggör därför i detta möte en eventuell utveckling av elevernas begreppsliga kunnande kring ordningstal och ordningsföljden för årets månader. Dessutom finns möjlighet för eleverna att erfara hur läraren kommer fram till att oktober är den tionde månaden, vilket kan bidra till en eventuell utveckling av eleverna kunnande kring metoder i matematik kring just detta innehåll.

På liknande sätt som det ovan, då eleverna iakttar medan läraren introducerar dem till något, kan eleven bli del i denna typ av iakttagande möten efter en frågestund eller en diskussion, när läraren muntligt summerar det som har tagits upp. Ett sådant exempel ses i nedanstående excerpt där läraren sammanfattar en frågestund kring talens värde, beroende på vilken position de har. På tavlan sitter inplastade ”talgubbar” med talen 1–23 på, och i excerpten nedan är talgubbe 20 i fokus. Läraren har i samband med det skrivit upp talet 20 baklänges, bredvid talgubben, med nollan först.

Föla3: Positionssystemet

- Så noll först betyder ingenting och sen tvåan kommer efter. Det betyder två. Så tjugo är åt det hållet, säger hon och pekar på talgubbe 20, och det här är bara två, säger hon och pekar på 02. Så egentligen kan man skriva bara så här, säger Gunilla [lärare] och suddar ut nollan framför tvåan. Bra! Ni är jätteduktiga tycker jag! Kanon!

Genom att iaktta den sammanfattning som läraren ger i ovanstående excerpt får eleverna möjlighet att utveckla sin begreppsliga förståelse kring talen 0 och 2 samt 20. Eftersom läraren här använder sig av olika representationsformer, både muntligt språk och kroppsspråk samt utnyttjar talgubbarna och tavlan för att skriva symboler, ger det möjlighet för eleven att utveckla sin begreppsliga förståelse kring tal, siffror och positionssystemet.

Ovanstående två exempel är hämtade från samlingssituationer där eleven iakttar när läraren informerar. Eleven kan emellertid också bli del i ett iakttagande möte när en klasskamrat informerar eller instruerar i samlingen. Nedan ges ett sådant exempel, där eleven Anna i morgonsamlingen informerar klassen om hur många som är där.

Föla4: Antal elever

Idag är det Anna som får komma fram till tavlan. [...] Sedan räknar hon alla elever högt, och nickar samtidigt mot varje elev. Hon kommer fram till att de är 20 stycken med henne själv. Läraren Malin frågar då hur 20 ser ut och Anna pekar på talgubbe 20 som sitter på tavlan.

I ovanstående excerpt har Anna fått i uppdrag av läraren att undersöka och informera klassen om hur många elever som är där. Resten av klassen sitter vid detta tillfälle på en rund matta på golvet, medan Anna står bredvid läraren Malin vid tavlan framför dem. På tavlan finns det talgubbar med olika tal på, från 1–23, vilka representerar antalet elever i klassen. Anna räknar sig själv och sina klasskamrater genom att ”nickräkna”. Hon tittar på en klasskamrat i taget och nickar till för varje räkneord hon säger högt. När hon kommer till den sista eleven, som blir räknad som 20, stannar hon upp och tittar på läraren. Läraren frågar då hur 20 ser ut, och Anna pekar på talgubbe nummer 20.

Samtidigt som Anna utför ovanstående uppdrag förväntas resten av klassen vara tysta, och ta del av den information som Anna ger. I det iakttagande möte som eleverna här blir en del av får de möjlighet att ta del av den matematik som Anna uttrycker när hon undersöker och informerar om hur många som är där. Hon använder sig främst av verbalt språk när hon informerar, men också av kroppsspråk och hänvisar till det matematiska skriftspråket. Eleverna får möjlighet att ta del av räkneramsan som Anna uttalar högt. De får även möjlighet att ta del av den kunskap som Anna

uppvisar då hon översätter räkneordet "tjugo" till det matematiska skriftspråket 20 samt att talet representerar den nyss uppräknade mängden elever (kardinaltalsprincipen). På fler än ett sätt får eleverna här alltså möjlighet att utveckla sin begreppsliga förståelse för den information med matematiskt innehåll som Anna uttrycker.

Ovanstående exempel har alla berört iakttagande möten där eleverna iakttar när andra informerar och berättar om matematik. I iakttagande möten ingår dock även tillfällen då eleverna blir *instruerade* av någon annan, exempelvis en lärare eller en klasskamrat. Nedan ses ett sådant exempel.

Föla5: Domino

Gunilla [lärare] lägger en dominobricka på marken och förklarar att man ska försöka lägga ihop två brickor som har lika många prickar och visar samtidigt genom att peka på två brickor med lika många prickar. Hon visar också att man inte ska lägga dem längs med varandra, för då ser man inte var de ska passa ihop. Det ska bli som en orm och nästa dominobricka kan antingen läggas rakt fram eller åt ena eller andra sidan.

Eleverna iakttar här när läraren instruerar kring hur dominospelet går till. I mötet får de ta del av olika representationsformer då läraren både förklarar med muntligt språk och kroppsspråk genom att peka på prickarna. Dessutom nyttjas även andra objekt, dominobrickorna och dess prickar, för att konkretisera instruktionen. I sin verbala framställning använder läraren olika matematiska begrepp och förtydligar dessa med kroppsspråk. Eleverna får i samband med det möjlighet till ökad förståelse för dessa. Läraren ger exempelvis konkreta exempel för att peka på innebörden av lägesbegrepp ("rakt fram" och "åt sidan"), jämförelseord ("lika många") samt antal.

Frågeställande möten med matematik

Eleven kan också möta matematik i förskoleklassen genom att vara del i ett frågeställande möte med matematik. Ett sådant möte skapas när eleven ställer en fråga med ett matematiskt innehåll till någon eller när eleven ställer en fråga som rör en situation där matematik behandlas. Det kan vara frågor av typen: "Vad blir tio plus tio?", "Jag förstår inte!?" eller "När går du hem?" När frågan ställs använder eleven alltid verbalt språk, ibland med förtydliganden genom kroppsspråk eller genom att använda artefakter såsom bilder och föremål.

Frågeställande möten kan involvera både elever och lärare och utvecklas på olika sätt beroende på om det är en lärare eller klasskamrat som frågan ställs till. De ger också olika möjligheter för eleven att utveckla sitt kunnande i matematik beroende vilken respons som ges på frågan.

Frågorna som ställs är av tre olika typer, där eleven: *ställer bekräftelsefrågor kring matematik*, vilket innebär att eleven frågar för att få matematisk information bekräftad, *ställer undrande frågor kring matematik*, där eleven lyfter frågor med matematiskt innehåll för att han eller hon inte kan svaret, eller *ställer följdfrågor kring matematik*, som utgår ifrån information eller instruktioner kring matematik som har uttryckts av lärare eller klasskamrater.

Eleven ställer bekräftelsefrågor kring matematik

Ett sätt att skapa ett frågeställande möte med matematik kan vara genom att eleven ställer frågor till lärare eller klasskamrater för att få matematisk information bekräftad. Eleven har redan en uppfattning om svaret men ställer frågan för att förvissa sig om att den är korrekt. Nedan ges ett sådant exempel, där Edin ställer en bekräftelsefråga till en lärare.

FöF1: Addition

- Blir femtio plus femtio hundra? frågar Edin.
- Ja, säger Malin [lärare].
- Där ser du Michael! säger Edin till Michael.

I ovanstående situation skapar Edin ett frågeställande möte när han undrar över en additionsuppgift och läraren besvarar hans fråga. Edin har här redan en uppfattning om vad svaret kan vara och vill få bekräftat att det är rätt. Han frågar nämligen inte vad femtio plus femtio är, utan snarare om hundra är det korrekta svaret på uppgiften. Detta sätt att handla på är utmärkande för denna typ av frågeställande möten. Eleven verkar från början ha en föreställning om vad som är rätt svar men vill försäkra sig om att det stämmer genom att tillfråga någon annan. Det bekräftande svaret från läraren ger möjlighet till att befästa Edins kunskaper kring denna tabellkunskap, vilket kan bidra till att han i fortsättningen eller åtminstone så småningom automatiserar operationen $50 + 50$. Vidare tar också Edins klasskamrat Michael del av informationen. Av uttalandet "Där ser du..." att döma verkar pojkarna ha varit oense om svaret på uppgiften. Michael får därmed möjlighet att ändra sin uppfattning om uppgiftens svar. Emellertid ges ingen ytterligare förklaring till varför $50 + 50$ är lika med 100, varför Edin och Michael inte ges möjlighet att öka sin förståelse kring operationen. Däremot kan informationen leda till att de utvecklar utantillkunskap kring den. En liknande situation kan ses i nedanstående excerpt men här tillfrågas inte en lärare utan en klasskamrat.

FöF2: Antal äpplen

Alma räknar på sin bingobricka.

- Jag har sex äpplen, säger hon. Visst är det sex? frågar hon Nathalie.
- Nathalie tittar på bingobrickan och räknar.
- Ja, det är sex, konstaterar Nathalie.

Återigen är eleven ute efter en bekräftelse av det svar hon tror är rätt. Alma har här räknat sig fram till sex äpplen och frågar Nathalie om det verkligen stämmer. Denna situation ger Alma möjlighet att bli säkrare på sin förmåga att räkna och tro på att hon faktiskt kan och våga lita på sitt kunnande i likande situationer framöver utan att behöva tillfråga någon annan.

I de senaste två exemplen söker både Edin (se "FöF1", s. 116) och Alma ovan bekräftelse för de svar de tror stämmer. I excerpten framkommer dock en nyansskillnad. Alma söker enbart bekräftelse för att avlägsna sin egen osäkerhet, medan Edin också vill bevisa för sin klasskamrat att han har rätt. Att söka stöd hos läraren för detta syfte förekommer då och då i förskoleklassen.

Eleven ställer undrande frågor kring matematik

En annan typ av frågor som förekommer i frågeställande möten är undrande frågor. Eleven söker här svar på något kopplat till matematik som han eller hon inte vet och verkligen undrar över. Nedan ges ett sådant exempel. I denna situation arbetar eleverna med individuella uppgifter och eleven Mira som är i fokus i excerpten sitter vid ett rektangulärt bord tillsammans med två klasskamrater.

FöF3: Siffran fem

- Hur ser fem ut? frågar Mira rakt ut i luften och tittar upp mot en vägg där alla siffror finns uppsatta. Ok, det är åt det hållet, säger hon och skriver "5".

I ovanstående excerpt ska Mira skriva siffran fem, men verkar av händelseförloppet att döma vara osäker på hur den ser ut och ställer därför en fråga. Innan någon av hennes två klasskamrater som sitter vid samma bord har hunnit svara finner hon dock en egen väg till svar. Hon tittar upp mot klassrummets ena vägg där alla tio siffersymboler finns uppsatta. Av Miras omedelbara formulering att döma, "Ok, det är åt det hållet", känner hon redan till hur siffran fem ser ut men är osäker på dess riktning. Svaret hon får genom att titta upp på väggen gör att hon kan forma siffran och fortsätta med sitt arbete. Mötet med matematik sker här mellan Mira och den miljö hon ingår i. Hennes kunskap kring begreppet fem, i detta fall hur siffran formas, får i detta möte möjlighet att utvecklas. Miras förskoleklassmiljö

bidrar i denna situation till att hon snabbt får svar på sin fråga och därmed kan fortsätta med sitt arbete.

Nedan ges ett annat exempel på ett frågeställandemöte där en elev ställer en undrande fråga, men här ställs frågan direkt till en lärare.

FöF4: Minst i klassen

Edith och Mira sitter på en sittpuff en bit bort i klassrummet.

- Vem är minst i klassen? frågar Edith Malin [lärare] som håller på att plocka ner stolar från borden.
- Hur menar du då? undrar Malin. Hon väntar in dem en stund, men fortsätter när hon inte får något svar. Menar du i ålder eller i längd?
- Ålder, uttrycker Mira snabbt, även om Edith samtidigt är på väg att säga längd.
- Ehhh, säger Malin och tittar på årshjulet med elevernas födelsedagar som finns uppsatt på väggen. Det måste vara Alice. Hon fyller år tjugonionde december.

I denna excerpt är eleverna intresserade av att veta vem som är minst i klassen och Edith frågar sin lärare. I och med det påbörjas ett frågeställande möte där läraren hjälper eleverna att få svar på sin fråga. Av utvecklingen i situationen att döma förefaller eleverna dock vara oense kring huruvida ”minst” handlar om yngst eller kortast, men i och med att Edith inte protesterar när Mira uttrycker att det är åldern de frågar om blir lärarens svar därefter.

Eleverna får i denna situation information om vem som är yngst i klassen och får därmed tillgång till denna faktakunskap. Något som eleverna dock också får möjlighet att erfara är hur årshjulet kan användas för att ta reda på vilka elever som är yngst respektive äldst. Lärarens användning av årshjulet skulle också kunna utveckla deras förståelse för månadernas ordning i och med att hon utifrån detta uttrycker att en födelsedag sent i december innebär att eleven är yngst i klassen. Elevernas undrande fråga möjliggör alltså för eleverna att lära sig mer om tid.

Eleven ställer följdfrågor kring matematik

Eleven kan i ett frågeställande möte också ställa frågor som handlar om att få ett förtydligande av information eller instruktioner innehållande matematik som har framförts av en lärare eller en klasskamrat. I interaktionen mellan eleven som ställer frågan och den person som besvarar den uppstår då ett möte med matematik utifrån det som eleven undrar. I följande excerpt ges ett exempel på en sådan situation där ett matematiskt begrepp som inte förstås ger upphov till en följdfråga.

FöF5: Ännu mindre?

Alice får i uppdrag att komma fram till vilka elever som inte är här idag, men avbryts av Jason som säger:

- Vad lite barn det är idag!
- Igår var vi ännu färre, uttrycker Gunilla [lärare] då.
- Ännu *mindre*? frågar Jason.
- Ännu *färre* ja, förtydligar Gunilla.
- Är färre mindre? undrar Jason då.
- Ja, färre är mindre ja, säger Gunilla.

Av händelseförloppet i excerpten ovan att döma använder sig läraren Gunilla av ett matematiskt begrepp som Jason inte tycks vara helt säker på, begreppet ”färre”. Han försöker nämligen i en följdfråga koppla det till ett mer bekant begrepp, ”mindre”. I och med att läraren besvarar hans undran och även hans uppföljande fråga får Jason, men även hans klasskamrater som iakttar situationen, möjlighet att skapa sig en större förståelse kring begreppet färre, att det är ungefär detsamma som mindre, och detta tack vare Jasons följdfråga.

Nedan ges ännu ett exempel på hur information och instruktioner kan ge upphov till funderingar hos elever och hur en följdfråga kan bidra med kunskaper kring matematiska begrepp. I denna situation besvaras dock frågan med mer än enbart muntligt språk. Här ställer Love en följdfråga i samband med att läraren Gunilla instruerat klassen i hur de ska vika A4-papper till pappersflygplan. Medan Gunilla berättar hur eleverna ska vika genomför hon också själv vikningarna och visar med ett eget papper hur det går till, steg för steg.

FöF6: Vika papper

- Nu öppnar ni upp [pappret], säger Gunilla sedan. Lägg pappret på marken med pilen uppåt. Ta det trasiga hörnet och vik kanten in mot mitten.
- Sådär? frågar Love och visar upp sitt papper.
- Nä, bara in mot mitten, förtydligar Gunilla och pekar på mitten på sitt eget papper.

Love gör om sin vikning så att den stämmer överens med Gunillas.

I denna excerpt ställer Love en fråga utifrån den instruktion som läraren ger. Loves fråga besvaras av läraren som förtydligar hur hon menar med hjälp av ord och kroppsspråk. Loves undran bidrar på så vis till att han får möjlighet att utveckla sin begreppsliga förståelse kring begreppet mitten och var den finns på det påbörjade pappersflygplanet, genom att han får ta del av lärarens korrigering utifrån ord och kroppsspråk. Att han sedan testar att vika på det ”korrekta” sättet ger honom möjlighet till ytterligare kännedom om begreppet, då han även bokstavligen får känna på det på egen hand.

7. Elevernas matematikhandlingar i möten med matematik i förskoleklassen

Sammanfattningsvis ger dessa möten med matematik, där eleverna ställer följdfrågor, eleverna möjlighet att utveckla sin förståelse kring matematik som de vill veta mer om i den aktuella situationen.

8. Elevernas deltagande i möten med matematik i årskurs 1

Matematiklektionerna i årskurs 1 innefattar olika typer av organiserade aktiviteter i form av genomgångar, lektionssammanfattningar, arbete i smågrupper och individuellt arbete där eleverna på skilda sätt har möjlighet att möta matematik. Vid dessa aktiviteter ses eleverna delta på skilda sätt. I vissa situationer deltar de aktivt genom att exempelvis diskutera, ställa och besvara frågor eller beskriva och instruera kring matematik, medan de i andra situationer uteslutande ses iaktta det som händer. De olika typerna av deltagande känns igen från förskoleklassen, där de benämns *aktivt* respektive *passivt deltagande*. Dessa deltagandetyper kommer att behandlas även i detta kapitel men med fokus på elevernas deltagande i möten med matematik i årskurs 1. Det passiva och aktiva deltagandet påträffas i olika utsträckning under lektionernas gång och bidrar till skilda erfarenheter av möten med matematik, vilket beskrivs vidare i detta resultatkapitel.

För att innebörden i begreppet *passivt deltagande* inte ska missförstås hänvisar jag till förtydligandet kring begreppet i det inledande avsnittet i kapitel 6 om elevernas deltagande i möten med matematik i förskoleklassen. Kortfattat beskriver jag där att passivt deltagande från elevens sida inte ska förstås som att eleven *är* passiv, utan snarare att elevens handlingar i en viss situation kan beskrivas som passiva (eller aktiva vid aktivt deltagande).

Precis som för eleverna i förskoleklassen kan eleverna i årskurs 1 i vissa situationer sägas vara *ålagda* att delta aktivt eller passivt i en aktivitet och i andra situationer *själva välja* att handla på dessa sätt. I avhandlingen har de här skilda sätten att delta på benämnts *ålagt passivt deltagande* respektive *ålagt aktivt deltagande* samt *självvalt passivt deltagande* respektive *självvalt aktivt deltagande*. De förekommer i olika utsträckning under matematiklektionerna och i olika sorters aktiviteter och ger skilda erfarenheter av möten med matematik. I figur 7 nedan visas de olika deltagartyperna och vidare i kapitlet beskrivs var och en av dessa genom att exempel från empirin beskrivs och analyseras. Här redogör jag bland annat för vid vilka aktiviteter de olika deltagandetyperna förekommer samt hur det påverkar elevernas möten med matematik.

Figur 7

Sammanfattande figur över elevernas olika typer av deltagande i möten med matematik i årskurs 1

Passivt deltagande i möten med matematik

En elev som erfar matematik genom att passivt delta i möten med matematik gör det genom att iaktta. I dessa möten uttrycker alltså inte eleven sina egna tankar, reflektioner och idéer kring matematik för omgivningen, utan möter istället matematiken genom att tyst lyssna till när och se på hur matematik uttrycks av andra personer, exempelvis klasskamrater eller lärare. I årskurs 1 kan två olika varianter av passivt deltagande ses. Eleven kan dels bli ålagd att iaktta genom att det uttrycks eller förväntas av omgivningen, dels genom att själv välja att iaktta vid situationer där det egentligen finns möjlighet att aktivt uttrycka tankar och idéer kring matematik. Dessa varianter av passivt deltagande, *ålagt passivt deltagande* respektive *självvalt passivt deltagande*, beskrivs vidare i följande avsnitt.

Ålagt passivt deltagande

Passivt deltagande förekommer hos eleven vid lärarens genomgångar och (lektions)sammanfattningar, men syns också vid smågruppsaktiviteter då eleverna behöver turas om eller då en klasskamrat uttrycker eller anser att eleven i fråga inte ska vara aktiv. I dessa sammanhang finns det uttalade och/eller outtalade regler eller förväntningar om att när någon annan (en

lärare eller en klasskamrat) talar eller utför en uppgift inför gruppen, ska eleven vara tyst och iaktta. Hur dessa normer och regler etableras exemplifieras med excerpten nedan. I och med denna reglering av elevens handlingar kan det passiva deltagandet i dessa situationer sägas vara ålagt. Eleven får nämligen inte själv uttrycka sina tankar kring den matematik som behandlas. Ett exempel på när en elev blir ålagd att handla passivt kan ses i nedanstående excerpt. Här har eleverna fått i uppgift av läraren att i smågrupper gemensamt komma fram till hur många plastfordon som finns i en burk. I denna grupp ingår Love och Ludvig.

Åk1P1: Räkna fordon

- Jag räknar, okej?! säger Love till Ludvig och börjar, innan Ludvig har hunnit svara, högt räkna fordonen från vänstra sidan, men kommer av sig efter ett tag och börjar om. Han kommer fram till att det är 58 nallar. Ludvig har undertiden tittat på och inte hjälpt till med räknandet.

I denna situation medverkar Love till Ludvigs passiva deltagande genom att han själv tar på sig att lösa uppgiften. Love frågar visserligen Ludvig om det är "okej" att han gör det, men i och med att han snabbt sätter igång med sitt åtagande utan att invänta ett svar från Ludvig, blir frågan mer som ett konstaterande av en arbetsdelning, där Love har tagit kommandot. Situationen kan dock ha förstärkts av en kommentar som Love fällt precis innan tillfället i excerpten ovan: "Jag räknar, för du kan inte räkna så långt."

Ålagt passivt deltagande vid smågruppsaktiviteter som i exemplet ovan föregås alltid av en sådan här arbetsdelning, där en klasskamrat antingen med ord eller med kroppsspråk uttrycker att eleven inte ska vara aktiv i situationen. I ovanstående excerpt motsätter sig inte heller Ludvig Loves kommentar, utan iakttar istället för att aktivt räkna tillsammans med Love. Genom denna handling blir Ludvig ålagd att delta passivt.

Ålagt passivt deltagande förekommer också vid smågruppsaktiviteter där eleverna spelar spel där de turas om. I dessa situationer är det dock inte eleverna som bestämmer vem som får och inte får uttrycka sig. Det har läraren redan gett direktiv om inför aktiviteten genom att beskriva spelregler samt förhållningsregler under spelets gång, vilket ges exempel på nedan.

Åk1P2: Tänka själv

- Sen är det ju en i taget som får gå fram och prova att sätta rätt tecken och jag vill att den personen får *tänka själv*, säger Camilla [lärare]. Så om det är jag som är den personen som står här framme så vill jag att ni låter mig *tänka själv* först. Men sen om jag vänder mig om och undrar "Vad ska jag göra?" och ber om hjälp då kan man ju hjälpa till, eller hur? Men först måste jag få *tänka själv*.

I ovanstående excerpt har spelets regler redan förklarats och läraren uttrycker nu vilka förhållningsregler som gäller. Tre gånger upprepar hon att det är viktigt att få tänka själv (se kursivering). När det är en klasskamrats tur ska de andra eleverna vara tysta och iaktta. Endast när klasskamraten ber om hjälp får de andra eleverna uttrycka sig när det inte är deras tur. Eleverna är annars ålagda att delta passivt.

Ålagt passivt deltagande förekommer också hos eleverna vid lärens genomgångar och sammanfattningar. Här har läraren det största talutrymmet, vilken faller sig naturligt, medan eleverna huvudsakligen iakttar och uttrycker sig först när de får ordet eller när aktiviteten övergår i en annan aktivitet (där passivt deltagande inte förväntas). Här föregås alltså inte elevernas passiva deltagande av någon uttalad arbetsdelning som när de arbetar i smågrupper. Eleverna förväntas här istället följa outtalade regler kring att delta passivt, vilka etableras i praktiken över tid. Följande excerpt, där en elev avbryter lärarens genomgång, belyser dessa implicita regler, genom att exemplifiera hur en önskad handling bemöts.

Åk1P3: Många, fler och flest

- Nu har ju vi tränat på olika ord, säger Camilla [lärare] till eleverna. De här orden som vi tränar på när vi sjunger det är ju *många*, *fler* och *flest*, och vi har tränat på många ord och nu tänkte jag att vi ska kika lite på hur man räknar också, och de här siffrorna som kommer efter.... Asså, säger Camilla och pekar mot tallinjen som finns uppsatt under tavlan, man räknar ju ett, två, tre, fyra, fem, sex, sju, åtta, nio, tio, elva, tolv, tretton, fjorton, femton, sexton, sjutton, arton, nitton, tjugo och sen fortsätter det ju också, eller hur? Och jag tänkte att vi skulle se en film om det här, hur de här talen är uppbyggda. Och sen efter det ska vi ha matteverkstad och dela upp oss i olika grupper och träna på olika saker...
- Sen efter det ska vi ha rast, säger Axel.
- ...men först ska vi se den här filmen som handlar om platsvärde, står det. Camilla sätter igång en film på smartboarden som handlar om att vi använder siffrorna 0–9 för att skriva alla tal.

I ovanstående excerpt håller läraren först en lång genomgång, där hon sammanfattar vad klassen precis har gjort och sedan går vidare med att informera om vad de ska fortsätta med närmast. Eleverna är under hela denna session ålagda att delta passivt, vilket kan ses i ljuset av den obefintliga respons Axels inlägg får av läraren. Inlägget, som skulle kunna förstås som en fortsättning på lärarens information om vad som händer sen, kan därmed tolkas som olämpligt i detta sammanhang. Det ges ingen respons, eftersom den eftersträvarsvärda handlingen är att iaktta. Lärarens bemötande av Axel kan också uppfattas av de andra eleverna och skulle på så vis kunna bidra till att fastslå föreställningar om vilka handlingar som inte är önskvärda i situationer som dessa.

På samma sätt som när läraren pratar vid en genomgång, förutsätts också passivt deltagande från eleverna när en klasskamrat har ordet eller får uppgifter att lösa under en genomgång. I dessa situationer är det inte lika vanligt att läraren enbart ignorerar elever som inte följer förväntningarna, utan hyschar istället eller säger uttryckligen till de som pratar att vara tysta. Läraren kan också ses medverka till att upprätthålla normer om att vara tyst och iakttä genom att uppmärksamma goda exempel, såsom: ”Schh! [till klassen] Bra Teodor! Du tittar framåt.” I dessa situationer blir det tydligare för eleverna att det är passivt deltagande som är önskvärt men det framgår först efter att den felaktiga handlingen utförts.

Resultaten ovan visar sammanfattningsvis på att förväntningar från omgivningen kan bidra till elevens passiva deltagande i aktiviteter där de möter matematik, varför det här benämns ålagt passivt deltagande. Dessa förväntningar formuleras vanligen inte explicit, även om det förekommer. Vid tillfällen då eleven uttrycker sig när det inte är ”tillåtet” blir de oskrivna reglerna dock märkbara genom att eleven tillrättavisas. Sådana händelser kan uppfattas av andra närvarande elever och bidra till att fastslå föreställningar om vilka handlingar som är önskvärda och inte i olika sammanhang. Det skapar med andra ord normer kring hur matematiklektionerna i klassen bör gå till (framöver) med avseende på vem som får delta aktivt och inte. En elev som är ålagd att delta passivt i möten med matematik ges inget utrymme till att själv uttrycka sina tankar och reflektioner kring matematik men ges emellertid möjlighet att ta del av matematik som uttrycks av andra.

Självvalt passivt deltagande

I andra situationer kan det passiva deltagandet sägas vara självvalt. Till skillnad mot det ålagda passiva deltagandet, där förväntningar från omgivningen bidrar till det passiva deltagandet hos eleven, är det i det självvalda passiva deltagandet eleven själv som väljer att delta passivt. Det kan exempelvis ske i smågruppsaktiviteter då eleven väljer att inte svara eller uttrycka sig, utan iakttar det som klasskamraterna säger eller gör. Ofta handlar det om korta episoder, där en klasskamrat uttrycker matematisk information som eleven väljer att inte bemöta (på ett synligt sätt). I nedanstående excerpt spelar Nathalie och Lucas ett tärningsspel där de på varsitt papper ska fylla i delarna i en regnbåge. Varje regnbågsdel innehåller ett tal och eleverna får fylla i en del om tärningen visar samma antal som talet i regnbågssdelen representerar. Samma tal förekommer flera gånger. Den som först har fyllt i hela sin regnbåge har vunnit.

Åk1P4: Jag har en femma

Lucas får fem och fyller i sin sista femma på spelplanen. Nathalie slår sedan.

- Fem! Ja, jag har en femma, säger Nathalie och börjar fylla i den. Nästa gång du får en femma är det min tur, för du har inga femmor, säger hon samtidigt.

Lucas svarar henne inte, utan slår tärningen igen.

I excerpten uttrycker Nathalie matematisk information medan hon fyller i sin regnbågsdel. Lucas har möjlighet att följa upp hennes uttalande, men väljer att inte göra det. Istället återupptar han spelet och slår tärningen.

Självvalt passivt deltagande förekommer också hos eleven vid genomgångar, när läraren ställer frågor till elevgruppen och eleven väljer att inte räcka upp handen. Nedanstående excerpt, som är hämtat från en genomgång i halvklass, exemplifierar det.

Åk1P5: Gemensam uppräknning

- Titta på talraden, säger Camilla [lärare] sedan, och pekar på talraden som finns uppsatt under tavlan.

På samma sätt som i förmiddags räknar elevgruppen och läraren gemensamt upp till 20.

- Någon som kan räkna till tjugo själv? frågar Camilla.

Alla utom Teodor räcker upp handen.

I ovanstående situation väljer Teodor att inte räcka upp handen, vilket innebär att han inte får ordet och därför deltar passivt och iakttar det talramseräkande som sedan följer för flera av hans klasskamrater. I denna situation är det ingen som uppmanar eller förväntar sig att Teodor ska vara tyst och iaktta. Han väljer själv att inte svara, trots att han har möjlighet att göra det. Det bidrar till att han deltar passivt i denna genomgång och därmed inte själv uttrycker sina kunskaper i matematik. Däremot har han möjlighet att lyssna till när hans klasskamrater räknar upp till 20.

Självvalt passivt deltagande i möten med matematik i årskurs 1 kan sammanfattningsvis sägas gå emot förväntningar om att eleven egentligen bör delta aktivt i den aktuella aktiviteten. Eleven besvarar inte frågor och kommenterar inte matematik som synliggörs i omgivningen, även om situationen är sådan att ett aktivt deltagande hade varit önskvärt. Elever som deltar passivt på eget initiativ uttrycker alltså inte själva matematik på olika sätt men har möjlighet att erfara matematik genom att iaktta när klasskamrater eller lärare gör det. Eleverna får av den anledningen inte möta matematik med samma variation av handlingar som om de själva skulle ha deltagit aktivt genom att exempelvis ställa frågor, uttrycka tankar eller testa egna lösningar.

Aktivt deltagande i möten med matematik

En elev som möter matematiken genom att delta aktivt gör det på en mängd olika sätt, exempelvis genom att svara på och ställa frågor, argumentera, undersöka och förklara. Dessa möten är interaktiva, och utvecklas på olika sätt beroende på sammanhanget och vilka som deltar. Två olika typer av aktivt deltagande ses i årskurs 1, där eleven deltar aktivt dels genom att ha blivit ålagd av någon annan att göra det i vissa situationer, dels genom att eleven själv väljer att vara aktiv i en situation. Dessa båda sätt att delta aktivt på, *ålagt aktivt deltagande* respektive *självvalt aktivt deltagande*, beskrivs vidare i avsnitten som följer.

Ålagt aktivt deltagande

Aktivt deltagande kan ses hos eleverna i flera av de aktiviteter som förekommer vid matematiklektionerna i årskurs 1. I vissa av dessa situationer är eleven ålagd att delta aktivt. Det sker när en lärare eller en klasskamrat initierar till ett möte med matematik som förutsätter att eleven ger respons. I en genomgång kan exempelvis läraren medverka till att eleverna deltar aktivt genom att ställa frågor till specifika elever, varpå de förväntas svara. Ett sådant exempel ges i nedanstående excerpt, där Esther tilldelas en räkneuppgift.

Åk1A1: Tyst uppräknings

- Esther, kan du räkna hur många barn det är här? frågar Camilla [lärare]. Esther räknar tyst för sig själv och nickar med huvudet mot varje elev hon räknar.
- Elva, säger hon efter en liten stund.

Eftersom läraren i excerpten ovan ställer frågan direkt till Esther, istället för att fråga hela elevgruppen om någon kan räkna hur många barn som finns där, har inte Esther själv möjlighet att välja om hon ska besvara frågan eller inte. Hon förväntas här att svara och är därmed ålagd att delta aktivt. Här är det läraren som tar initiativ till elevens aktiva deltagande. Det bidrar dock till att Esther får möjlighet att visa upp sitt kunnande i matematik i denna situation.

På ett liknande sätt kan en elev bli ålagd att delta aktivt när läraren ber eleven att bistå vid en instruktion. I följande excerpt demonstreras ett smartboardspel inför halva klassen, som går ut på att eleverna ska jämföra olika tal genom att från en rullista välja rätt tecken att placera emellan dem: $<$, $>$ eller $=$. Från början finns där ett frågetecken (?).

Åk1A2 Större än, mindre än eller lika med

Följande uppgift syns på smartboarden:

25 ? 62

- Edith och Jason, kan ni visa? frågar Camilla [lärare].

Jason klickar sig fram till tecknet < och trycker på "rätta-knappen". Ett uppmuntrande "Weeiiii!"-rop hörs från smartboarden

- Yes, och sen är det Ediths tur och Jason ställer sig efter Edith, säger Camilla.

Camilla hjälper Jason på plats, medan Edith trycker på "Fortsätt-knappen" och två nya tal slumpas fram:

44 ? 53

- Sätt rätt bild mellan de två talen, säger smartboardrösten.

Edith klickar sig snabbt fram och sätter < mellan talen.

Läraren initierar till Ediths och Jasons aktiva deltagande i denna situation, eftersom det är hon som ber dem att visa hur spelet går till. Läraren förutsätter att eleverna ska hjälpa till, vilket de också går med på, och bidrar på det viset till att eleverna får möjlighet att delta aktivt i genomgången av det matematikinriktade smartboardspelet. I samband med detta får eleverna möjlighet att visa sina kunskaper kring vilka tal som är störst respektive minst och hur de matematiska symbolerna <, > och = används.

Ett annat tillfälle då eleverna i årskurs 1 blir ålagda att delta aktivt är vid individuellt arbete i matematikboken. Eleverna förväntas då fortsätta arbeta tills de är klara med uppgifterna eller tills läraren avbryter aktiviteten. Under tiden går läraren runt i klassrummet och ser hur det går för eleverna och hjälper till där det behövs. Om någon har stannat upp eller ägnar sig åt andra saker än det de ska och läraren ser det, frågar hon om eleven behöver hjälp att komma vidare. Dessa handlingar från lärarens sida förstärker förväntningen att eleverna ska vara aktiva och hela tiden arbeta på med uppgifterna i matematikboken. Denna förväntning syns också i hur eleverna handlar i relation till klasskamrater som inte är aktiva i situationen. Ett exempel på det kan ses i följande excerpt, där Alma och Rebecka, som sitter bredvid varandra i klassrummet, individuellt löser uppgifter i matematikboken.

Åk1A3: Behöver du hjälp?

Alma börjar istället leka med en suddpenna som hon har, som luktar frukt. Hon stryker den mot armen och luktar. Efter ett tag ser Rebecka att Alma inte har fortsatt [att lösa uppgifter i matematikboken] och frågar om hon behöver hjälp. Alma nickar och på samma vis som förut visar Rebecka nu upp hur många som finns från början genom att hålla upp en hand och sedan ta ner ett finger i taget.

I situationen i ovanstående excerpt upptäcker Rebecka att Alma inte längre är aktiv i sitt räknande i matematikboken, vilket eleverna förväntas vara. Hon handlar på ett sätt som gör att Alma återgår till sin ålagda uppgift, hon frågar om Alma behöver hjälp. Genom att hjälpa henne framåt ser Rebecka

till att både hon själv och Alma är aktiva deltagare i lösandet av uppgifter i matematikboken.

På ett snarligt sätt som vid individuellt arbete i matematikboken är eleverna ålagda att delta aktivt vid skriftliga eller muntliga test. Eleverna uppmuntras även här att vara fortsatt aktiva. Skillnaden är dock att eleverna vid testsituationen inte får be om hjälp, utan uppmanas att försöka svara även om de är osäkra på uppgifterna. Nedanstående excerpt från en skriftlig testsituation exemplifierar detta. Här sitter tre elever i ett grupprum och genomför testet och läraren hjälper dem att läsa uppgifterna.

Åk1A4: Skriv vad du tror

Camilla [lärare] läser högt uppgift nio: "Skriv talet som kommer efter 11" för eleverna.

- Men vadå *efter*? undrar Lucas. Jag vet inte vad *efter* menar?
- Ska jag skriva det här? avbryter Anna och pekar på pappret.
- Mm, säger Camilla.

Lucas upprepar sin fråga:

- Jag vet inte hur du menar, *efter*?
- Skriv vad du... börjar Camilla
- *Innan*? avbryter Lucas.
- Skriv vad du tror, säger Camilla. Skriv talet som kommer *efter* 11, upprepar hon.

Lucas skriver 10.

I ovanstående excerpt framgår att Lucas inte förstår frågan som ställs, eftersom han är osäker på begreppet "efter". Lucas verkar i situationen vara angelägen om att förstå frågan, då han upprepade gånger undrar vad "efter" betyder och även söker någon form av bekräftelse från läraren när han undrar om "efter" betyder "innan". Läraren Camilla uppmanar honom till slut att skriva vad han tror, och ger på så vis signaler om att det är bra att han är aktiv och försöker, även om han är osäker. Lucas följer uppmaningen och skriver ett svar, även om det inte är korrekt. I skenet av den fråga som Anna ställer, vilken inte är relaterad till matematik, blir det här tydligt att hjälp med ämnesrelaterade frågor inte tillåts vid test. Anna får snabbt svar på sin fråga, medan Lucas inte får svar på sin.

Vid arbete i mindre grupper kan eleverna också bli ålagda att delta aktivt. Det kan exempelvis ske när de spelar spel där det krävs att de är aktiva när det är deras tur. Det kan också ske när en klasskamrat ställer en fråga till en specifik elev, varpå respons förväntas. I följande excerpt har eleverna fått i uppgift att köpa och sälja varor i en låtsasaffär som de gemensamt har skapat. Varorna är prissatta och eleverna har låtsaspengar att betala med.

Åk1A5: Affärslek

Nathalie börjar köpa. Hon plockar på sig några varor och lägger dem på bordet.

- Hur mycket blir det? frågar hon Anna [som för tillfället är kassör].

Anna tittar på varorna.

- Ehh...femtio kronor, säger Anna efter en stund och skruvar på sig.

- Femtio kronor? säger Nathalie tveksamt. Hur vet du det? fortsätter hon, och tittar frågande på Anna.

- Ehh...jag kan inte räkna, säger Anna då och hänger lite med huvudet.

Nathalie tar över summerandet istället. 28 kronor kommer hon fram till. Hon räknar upp 28 kronor ifrån sin skål och ger till Anna.

Eleven Anna förutsätts här, i rollen som kassör, att delta aktivt och summera Nathalies varor när hon frågar hur mycket de kostar. Annas kroppsspråk och uttryck kan dock tolkas som att hon egentligen inte vill vara aktiv. Hon tvekar när hon ska svara Nathalie och säger en summa men hennes sätt att skruva på sig kan tolkas som att hon är osäker på om svaret verkligen är rätt. När Nathalie sedan ifrågasätter beloppet förutsätts Anna än en gång gå in i en aktiv roll och argumentera för sitt svar. Hon tvingas då erkänna att hon inte kan summera varorna och verkar tycka att situationen är jobbig, utifrån hennes sätt att hänga med huvudet. Annas aktiva deltagande i situationen är inte självvalt utan initieras av Nathalies direkta frågor till henne. Annas roll som kassör är dessutom bestämd av läraren, utifrån den ursprungliga uppgiften att turas om att vara kassör respektive kund i låtsasaffären. Annas aktiva deltagande kan därför sägas vara ålagt.

I ovanstående exempel bidrar omgivningen (huvudsakligen läraren och i vissa fall även klasskamraterna) till att eleverna deltar aktivt i olika sammanhang vid matematiklektionerna i årskurs 1. Detta är karakteristiskt för ålagt aktivt deltagande, där uttalade och/eller outtalade regler påverkar elevernas deltagande i olika situationer där matematik aktualiseras. Eleverna deltar alltså aktivt för att de normer och regler som förekommer i klassen vid dessa situationer kräver det. Det medför vidare att eleverna får möjlighet att möta matematik på andra sätt än om de enbart hade iakttagit situationen. Aktivt deltagande innebär att eleverna själva uttrycker matematik. De får därigenom möjlighet att möta matematik på en rad olika sätt, exempelvis genom att testa olika lösningar, resonera tillsammans med sina klasskamrater och uttrycka sina idéer. Att bli ålagd aktivt deltagande kan därför bidra till många möjligheter att utveckla nya kunskaper i matematik.

Självvalt aktivt deltagande

Eleverna kan också på eget initiativ välja att delta aktivt under matematiklektionerna. Detta handlande benämns här självvalt aktivt deltagande. Till skillnad mot det ålagda aktiva deltagandet, där exempelvis en annan

persons direkta frågor får eleverna att utföra en aktiv handling, väljer eleverna själva vad de fokuserar på vid det självvalda aktiva deltagandet. Eleverna kan exempelvis beskriva sina upptäckter, besvara frågor, undersöka föremål eller hjälpa sina klasskamrater. Det kan ske vid både helklassituationer och smågruppsaktiviteter men inte vid testsituationer, där eleverna förutsätts vara aktiva även om de inte själva har valt det och inte heller får uttrycka sig högt vad gäller matematiken. Inte heller vid individuell räkning i matematikboken ses denna handling, då eleverna är ålagda av läraren att arbeta med dessa uppgifter.

Vid genomgångar sker det självvalda aktiva deltagandet när eleverna räcker upp handen för att ställa frågor om innehållet, besvara frågor eller informera om sina kunskaper i förhållande till det innehåll som behandlas. I nedanstående excerpt har läraren Camilla just ställt upp två små blå plastnallar framför eleverna och frågat dem hur många det är, varpå hon har fått svaret två. Därefter exemplifierar Jasons handling självvalt aktivt deltagande.

Åk1A6: Matte med plastnallar

- Och om jag ställer upp två gula nallar här, säger Camilla och ställer upp två gula nallar framför de blåa, då säger man att det är lika många blå nallar som det är gula, eller hur? Det är *lika många*.

Jason räcker upp handen.

- Vad tänker du på Jason? frågar Camilla.
- Det blir fyra tillsammans, säger Jason.
- Ja, visst blir det fyra tillsammans! säger Camilla. Två plus två är fyra, säger hon, samtidigt som hon först pekar på det ena paret och sedan på det andra paret.

I ovanstående excerpt förefaller lärarens mål med genomgången vara att belysa begreppet "lika många" genom att med konkret material i form av plastnallar synliggöra det för eleverna. Jason är dock inne på ett annat spår, att räkna antalet nallar, vilket kanske inte är så konstigt eftersom läraren inledde genomgången med att fråga hur många blåa nallar som fanns. Jasons initiativ att räcka upp handen för att få uttrycka hur många nallar det är tillsammans är ett exempel på självvalt aktivt deltagande, eftersom ingen annan har ställt honom frågan. Det är han själv som har valt att vara aktiv i situationen.

En snarlik situation som den ovan kan ses i nedanstående exempel där en elev deltar aktivt på eget initiativ vid en genomgång i halvklass.

Åk1A7: Läsa upp matematikuppgift

- Kan nån läsa det här? frågar Camilla [lärare], och pekar på uppgiften $2 + 3 = 5$.

Nathalie räcker upp handen.

- Nathalie kan, säger Camilla.
- Två plus tre är lika med fem, säger Nathalie.
- Javisst. Då ska vi gå vidare, säger Camilla.

I ovanstående excerpt räcker Nathalie upp handen när läraren ställer frågan och blir, i och med att hon får ordet och får utföra uppgiften, aktiv deltagare i situationen. En nyansskillnad mot det självvalda aktiva deltagandet i den förra excerpten ("Åk1A6", s. 131) är att Jason där räckte upp handen utan att en fråga hade ställts av läraren medan Nathalie ovan väljer att delta aktivt efter det att läraren har ställt en fråga.

I genomgångar som de i excerpten ovan, vilka alltid leds av läraren, kan det självvalda aktiva deltagandet emellertid beskrivas som något reglerat. Vanligen har läraren det största talutrymmet och hon fördelar också ordet. Om eleverna vill vara aktiva i dessa situationer måste de först räkka upp handen och vänta tills de får prata. Om de inte gör det utan talar rakt ut blir de med få undantag istället ignorerade, hyschade eller tillsagda av läraren på andra sätt. Eleverna förväntas vara tysta tills de har fått ordet och när de har uttryckt det de vill säga återgår ordet till läraren. Det innebär att elevernas möjligheter att kommentera och uttrycka idéer kring samt diskutera matematik begränsas i dessa sammanhang.

Eleven kan också på eget initiativ välja att delta aktivt när klassen arbetar i smågrupper på matematiklektionerna, exempelvis när de spelar spel eller gemensamt försöker lösa ett givet problem. Även om eleverna är ålagda av läraren att vara aktiva och utföra det ursprungliga uppdraget i smågruppsaktiviteterna, kan det vara så att de börjar reflektera över och undersöka annan matematik i anslutning till uppgiften. I nedanstående excerpt spelar tre elever ett spel på smartboarden som går ut på att ordna sex olika tal från minst till störst genom att dra varje tal till rätt ruta nedanför. Under några spelomgångar har eleverna använt sig av strategin att börja med det minsta talet och gå mot det största när de har placerat dem i rätt ordning, men vid denna spelomgång bryter Love den strategin.

Åk1A8: Ordna tal efter storlek

Följande tal syns på smartboarden:

5 17 14 7 1 9

Jason börjar med att flytta ner talet 1 så att det hamnar i rutan längst till vänster. Sedan är det Loves tur och han drar talet 17 till rutan längst till höger. Jason hajar till.

- Kan man sätta på olika platser?! uttrycker han.

Sedan sätter Teodor 5:an efter 1:an och därefter testar Jason att dra ett tal "i mitten", talet 14, och sätter det på rätt plats.

Här väljer Jason själv att delta aktivt i spelsituationen genom att kommentera den strategi som Love använder och sedan testa den själv. Jason är här självvalt aktiv till skillnad från Love och Teodor, som i excerpten ovan enbart är aktiva då det är deras tur, vilket de förväntas vara utifrån den uppgift de fått av läraren. Det krävs att de är aktiva när det är deras tur för att spelet ska gå framåt. På ett liknande sätt som i situationen ovan kan eleven själv välja att delta aktivt i smågruppsaktiviteter genom att ifrågasätta en annan elevs svar, hjälpa en klasskompis som inte kan utföra sin del av uppgiften eller jämföra sitt eget resultat med en annan elevs. Eleven behöver inte vara aktiv i dessa situationer, men väljer att vara det ändå.

Sammanfattningsvis utgår det självvalda aktiva deltagandet ifrån den matematik som eleven själv engagerar sig i. Eleven uttrycker sina kunskaper i ämnet vid lärarledda genomgångar genom att räcka upp handen och svara på frågor, men formulerar även själv sina tankar kring det aktuella innehållet för de som deltar. Vid smågruppsaktiviteter uttrycker eleven även matematik i situationer där det inte "behövs" och hittar också tillfällen att undersöka och skapa matematik mellan eller under tiden eleverna utför uppgifter som de har fått att lösa från läraren. Eleven kan därmed beskrivas som nyfiken på matematik men kan också sägas gå emot normen att göra det som läraren har sagt åt eleverna att göra. Av den anledningen begränsas också självvalt aktivt deltagande i smågruppsaktiviteter av omgivningen. Normer och regler sätter käppar i hjulet för att fritt undersöka, skapa, uttrycka tankar och att resonera. Det handlar framförallt om begränsningar i form av fri tid och fria aktiviteter men också vilket material som eleverna har tillgång till. Matematiklektionerna i årskurs 1 är uppstyrd både vad gäller innehåll och tid, vilket ger få tillfällen för eget och fritt utforskande i matematik.

När eleverna på eget initiativ deltar aktivt i möten med matematik visar de intresse och engagemang för matematiken. De har möjlighet att på flera olika sätt erfara och uttrycka matematik, vilket ger goda förutsättningar för att utveckla nya kunskaper i matematik och stärka tilltron till den egna förmågan.

Sammanfattning

I detta kapitel har jag redovisat hur eleverna i årskurs 1 deltar i möten med matematik. Fyra olika typer av deltagande har beskrivits, där olika handlingar som eleverna utför karaktäriserar var och en av dessa. Deltagaryperna är ålagt respektive självvalt passivt deltagande samt ålagt respektive självvalt aktivt deltagande, där det aktiva deltagandet innefattar en större variation av handlingar än det passiva. I kapitlet beskrevs även i vilka

sammanhang de olika typerna av deltagande förekommer samt faktorer som kan påverka vilka handlingar som möjliggörs.

9. Elevernas matematikhandlingar i möten med matematik i årskurs 1

I förgående kapitel beskrev jag att elevernas möten med matematik i årskurs 1 kan struktureras efter sättet eleverna deltar på vid matematiklektionerna, utifrån aktivt respektive passivt deltagande. Aktivt deltagande hos eleverna i årskurs 1 visar på en större variation av handlingar än det passiva deltagandet, vilket också kunde ses i förskoleklassen.

Om det förra kapitlet fokuserade på elevernas olika deltagande i möten med matematik i årskurs 1, kommer detta kapitel att fokusera på elevernas matematikhandlingar i möten med matematik. De har sammanställts under sex olika (övergripande) teman eller möten med matematik och benämns *informerande möten*, *instruerande möten*, *skapande möten*, *undersökande möten*, *iakttagande möten* samt *frågeställande möten*. Elevernas handlingar i dessa möten skapar antingen möjlighet för att uttrycka matematik eller att ta del av matematik som andra uttrycker. Även i årskurs 1 har mötena olika karaktär, vilket utvecklas i avsnitten som följer. De möjliggör emellertid för eleverna att använda, uppvisa, befästa och utveckla sina kunskaper i matematik på olika sätt.

I figur 8 nedan illustreras hur resultatet i det förra kapitlet, kring elevernas deltagande i möten med matematik i årskurs 1, kan kopplas ihop med resultatet i detta kapitel, som behandlar elevernas handlingar i mötena med fokus på matematik. Deltagandet kan sägas rama in de möten som eleverna gör med matematik, och som vidare beskrivs i detta kapitel.

Figur 8

Hur elevernas deltagande i möten med matematik kan kopplas samman med olika typer av möten med matematik i årskurs 1

	Självvalt deltagande		
Aktivt deltagande	Informerande möten Instruerande möten Skapande möten Undersökande möten Frågeställande möten	Iakttagande möten	Passivt deltagande
	Informerande möten Skapande möten Undersökande möten	Iakttagande möten	
	Ålagt deltagande		

Utifrån figur 8 kan exempelvis utläsas att iakttagande möten placerats både inom ålagt passivt deltagande och självvalt passivt deltagande. Det innebär att eleven kan iaktta vid aktiviteter med matematikinnehåll både på eget initiativ och genom att ha blivit uppmanad att göra det. I båda situationerna deltar eleven passivt i den aktuella aktiviteten.

Nedan visas också en sammanfattande tabell (se tabell 6) över elevernas möten med matematik i årskurs 1. Till varje möte kopplas handlingar som inryms i detta samt vilken typ av deltagande eleven har i mötet. Med denna tabell vill jag tydliggöra avsnittets disposition. Vidare i kapitlet redogör jag för respektive möte med matematik med tillhörande empiriska exempel, där elevernas handlingar blir synliga. I samband med det uppmärksammas också möjligt lärande i matematik.

Tabell 6

Elevers möten med matematik i årskurs 1, inklusive handlingar som dessa innefattar samt typ av deltagande som eleven har genom denna handling.

Mötestyp	Elevens handlingar	Deltagande
Informeraende möten	Informerar om matematik på eget initiativ	Självvalt aktivt
	Informerar om matematik genom att besvara frågor	Självvalt aktivt Ålagt aktivt
Instruerande möten	Instruerar kring rätt och fel vid aktiviteter med koppling till matematik	Självvalt aktivt
Skapande möten	Skapar på eget initiativ och nyttjar då matematik	Självvalt aktivt
	Skapar utifrån ett uppdrag och nyttjar då matematik	Ålagt aktivt
Undersökande möten	Undersöker på eget initiativ med hjälp av matematik	Självvalt aktivt
	Undersöker utifrån ett uppdrag med hjälp av matematik	Ålagt aktivt
Iakttagande möten	Iakttar på eget initiativ vid aktiviteter med matematikinnehåll	Självvalt passivt
	Iakttar utifrån andras förväntningar vid aktiviteter med matematikinnehåll	Ålagt passivt
Frågeställande möten	Ställer bekräftelsefrågor kring matematik	Självvalt aktivt
	Ställer undrande frågor kring matematik	Självvalt aktivt
	Ställer följdfrågor kring matematik	Självvalt aktivt

Informera om möten med matematik

Ett slags möten med matematik i årskurs 1 skapas genom att eleven informerar om matematikfakta på olika sätt, vilket känns igen ifrån förskoleklassen. När eleven informerar görs det huvudsakligen muntligt, ibland med stöd av kroppsspråk och/eller konkret material för att förtydliga. Eleven kan ses informera både lärare och klasskamrater, en person, en mindre grupp eller hela klassen.

Informera om möten med matematik kan skapas på två skilda sätt, antingen genom att *eleven informerar om matematik på eget initiativ*, eller genom att *eleven informerar om matematik genom att besvara frågor*. Dessa två sätt beskrivs vidare i nedanstående avsnitt.

Eleven informerar om matematik på eget initiativ

Eleven kan ta eget initiativ till att informera sin omgivning om matematik. Det kan göras genom tre olika handlingar: *delge omgivningen matematikfakta*, vilket innebär att eleven uttrycker faktakunskaper i matematik utifrån tidigare tillägnad kunskap, *synliggöra matematikfakta för omgivningen*, vilket innebär att eleven synliggör och beskriver matematik som finns i dess omgivning här och nu, så att även andra kan upptäcka den, eller *korrigera matematikfakta*, vilket betyder att eleven uppfattade felaktigheter i en annan elevs uppgifter eller påståenden som rör matematik, och korigerar det. Ovanstående tre handlingar inom informera om möten beskrivs vidare med hjälp av exempel från empirin i avsnitten som följer.

Eleven delger omgivningen matematikfakta

Ett sätt för eleven att informera på är genom att dela med sig av matematikfakta till omgivningen, vilket är vanligt vid gruppaktiviteter och helklassituationer. Många gånger görs det flyktigt genom att eleven kort uttrycker sina kunskaper, såsom "Jag kan gånger" eller "Jag kan räkna på det här viset: sjuttio, åttio, nittio, hundra!", utan att omgivningen ses lägga någon större vikt vid uttalandet och bemöta det. Vid andra tillfällen får emellertid eleven tydligare respons på sin information, vilket jag ger exempel på i följande excerpt. Eleverna har här "mattemassage" i halvklass. De turas om att massera varandra genom att rita matematiska symboler, såsom siffror och olika operationssymboler, med fingrarna på varandras ryggar. Läraren Camilla berättar vad de ska rita och visar samtidigt *hur* på en elevs rygg. Hon har precis bett eleverna att rita likhetstecknet på sin kamrats rygg när följande situation utspelar sig.

Åk1Inf1: "Gångertecknet"

Edin ligger på mage på mattan och får massage av en klasskamrat.

- Hur skriver man *gång*er då? uttrycker han lite halvtyst.
Ett x..., fortsätter han. Han ritar samtidigt ett x på mattan med sitt finger innan någon har hunnit svara. Sedan tittar han upp på Anna som ligger på mattan framför honom och hon viskar tyst:
- Men vet du, min kusin Edvin gör en prick.

I denna excerpt delar Edin och Anna med sig av matematikfakta genom att uttrycka sina kunskaper kring tecknet för multiplikation. Edins inledande fråga uppmuntrar Anna till att tänka kring multiplikation och erinra sig om ett annat sätt att uttrycka räknesättet på. Edin, Anna och även andra klasskamrater som eventuellt lyssnar till det dämpade samtalet får här möjlighet att reflektera över hur "gång"er uttrycks och vad som egentligen är "korrekt", ett "x" eller en "prick". Konversationen pågår emellertid under en aktivitet med annat fokus, där läraren med jämna mellanrum säger vilka matematiska symboler som eleverna ska rita. Det är inte meningen att eleverna ska uttrycka sig här, vilket läraren också markerar då och då under massagen genom att hyscha elever som pratat lite för högt eller lite för mycket. Det kan vara en förklaring till att läraren inte följer upp Edins och Annas information. Samtalet kring "gångertecknet" slutar där.

Eleven synliggör matematikfakta för omgivningen

Ett annat sätt för eleven att informera på är genom att synliggöra matematikfakta för sina klasskamrater och lärare, vilket gör att andra också får möjlighet att se matematiken omkring sig. Det kan ses vid gruppaktiviteter och helklassituationer, såsom i följande excerpt, där eleverna fortsätter med "mattemassagen", och här har fått i uppgift att rita siffran åtta på varandras ryggar.

Åk1Inf2: Rita åttor

Eleverna börjar göra åttor. Robin gör en åtta genom att göra två cirklar ovanpå varandra. Nathalie gör en åtta så som vi brukar, med konventionell skrivriktning.

- Åtta kan man fortsätta hela tiden, säger Leon som också gör en åtta så som vi brukar göra, där man inte behöver släppa fingret, utan kan börja om och om och om.
- Visst är det så, säger Camilla [lärare]. Man kan fortsätta i samma flera gånger, absolut.
- Det är som två treor ihop, säger Robin.
- Mm, två treor ihop, säger Camilla. En åt rätt håll och en bak och fram.

Leon och Robin gör i samband med uppgiften vissa upptäckter kring siffran åtta som de uttrycker högt och skapar därmed informerande möten med matematik. Siffran åtta går att rita om och om igen utan att behöva lyfta pennan. Den kan också uppfattas som två treor som sitter ihop. Det bidrar till att omgivningen får ta del av dessa fakta. Läraren Camilla bekräftar informationen på ett positivt sätt, vilket ger Leon och Robin möjlighet att även i fortsättningen tro på sin förmåga och våga uttrycka sina tankar kring matematik i omgivningen. Läraren förtydligar dock i samband med Robins uttalande att det är riktigt att åtta är som två treor ihop, men att en av treorna i så fall är skriven bak och fram. Även här får andra elever möjlighet att ta del av samtalet och reflektera vidare kring matematikfakta, här om olika egenskaper hos siffran åtta.

I följande excerpt ses istället en elev synliggöra matematik i samband med en smågruppsaktivitet. I denna situation har eleverna fått i uppgift att leka affär och handla prissatta varor för låtsaspengar. Det är sex elever som deltar i leken.

Åk1Inf3: Du betalade femton

Senare köper Leah varor för 12 kronor och betalar med en tia och en femma.

Lucas ger henne då tre enkronor tillbaka.

- Du betalade femton, då gav jag tillbaka för det blev tolv, säger Lucas till henne.

I denna situation synliggör Lucas matematik genom att högt uttrycka varför han ger Leah tre kronor i växel i samband med att hon betalar. Hennes varor kostar 12 kronor men hon betalar med 15 kronor, vilket är tre kronor för mycket. Hon får därför tillbaka tre kronor av honom. Lucas synliggör här differensen mellan 15 och 12 genom att muntligt förklara att växeln på tre kronor är skillnaden. Samtidigt hänvisar han till låtsaspengarna, och en koppling mellan dem och muntligt språk blir möjlig. Detta gör att Leah och de klasskamrater som står i låtsasaffärens kö ges möjlighet att ta del av denna differens genom olika representationsformer samt se kopplingen mellan antalet tre (tre mynt) och räkneordet "tre". Då Leah betalar gör hon det med en tia och en femma, vilket Lucas uttrycker som "femton". Denna hänvisning möjliggör för deltagande elever att också få möjlighet att se hur räkneordet femton kan representeras med mynt. Det är inte antalet mynt utan myntens värde som räkneordet kopplas till. I detta exempel får Lucas ingen bekräftande respons på sitt uttalande. Att hans förklaring accepteras kan emellertid stärkas av att aktiviteten fortsätter utan att någon av de andra eleverna argumenterar emot. Detta informerande möte skulle därmed kunna ge Lucas positiv erfarenhet av att synliggöra matematik för sina klasskamrater.

Eleven korrigerar matematikfakta

Ett tredje sätt för eleven att informera på är genom att korrigera felaktigheter i en klasskamrats uppgifter eller utsagor som rör matematik. Denna typ av informerande möten ses huvudsakligen vid smågruppaktiviteter men förekommer också vid genomgångar. I vissa fall görs korrigeringen utan att klasskamraten eller någon annan närvarande kommenterar den nämnvärt. Korrigeringen verkar antingen ignoreras eller godtas. I det första fallet ebbar mötet ut om inte eleven fortsätter att påpeka felaktigheten och den korrigerade klasskamraten då reagerar på ett annat sätt, exempelvis genom att argumentera emot. I det andra fallet ändrar eleven sitt uttalande eller sin uppgift efter korrigeringen. Ett exempel på det senare kan ses i nedanstående excerpt. Här spelar två elever ett tärningsspel där de med en penna ska fylla i rutor som innehåller samma tal som antalet prickar tärningen visar.

Åk1Inf4: Tärningsspel

Teodor slår tärningen. Den visar tre prickar.

- Ja! Jag fick fyrr...
- Tre, avbryter Michael.
- Tre, upprepar Teodor, och fyller i en ruta med en trea i på spelplanen.

I ovanstående excerpt spelar Teodor och Michael ett tärningsspel. När Teodor felaktigt uttrycker att han har fått fyra avbryts och korrigeras han snabbt av Michael som säger att han har fått tre. I denna situation ifrågasätter inte Teodor Michaels korrigering. Han verkar istället finna sig i den och upprepar direkt "Tre", och fortsätter sedan med att fylla i en ruta med talet tre på spelplanen. I denna situation, där Michaels uttalande inte ifrågasätts, får Michael tillfälle att lita på sin förmåga att koppla ihop antal med rätt räkneord. Hans korrigering bidrar också till att Teodors felaktiga koppling mellan antalet prickar på tärningen och räkneordet "fyra" får möjlighet att omprövas. Han får information om att det korrekta räkneordet är "tre".

I andra situationer kan korrigeringen ifrågasättas, vilket kan bidra till en argumentation om vems information som är korrekt. I denna argumentation kan även andra elever eller lärare involveras. Ett exempel på det ges i nedanstående excerpt, där fyra elever spelar ett kortspel som går ut på att urskilja det högsta talet. Eleverna har varsin korthög med tio kort med olika tal på. Eleverna säger sedan "Ett, två, tre. Vem får flest?" och drar samtidigt varsitt kort från sin hög och lägger det på bordet. Den elev som har kortet med det högsta talet har vunnit omgången och får ta upp korten som ligger på bordet. Den som har flest kort när spelet är slut har vunnit. I nedanstående excerpt har eleverna genomfört två omgångar av

spelet och i denna omgång visar Edins kort talet 59, Axels 46, Daniellas 2 och Annas 56.

Åk1Inf5: Vem får flest?

- Två! uttrycker Daniella besviket.
- Jag vann! säger Edin.
- Nä jag vann, säger Axel.
- Axel vann, säger Daniella.
- Nä, säger Anna.
- Jo, säger Axel.
- Nä, för du fick fyrtiosex! säger Anna. Det ser du väl Edin vann!
- Nä, de här två är lika! uttrycker Axel och pekar på korten 56 och 59.

Camilla [lärare] tittar till spelet och tydliggör för Axel vad talen innebär, att 56 är femtiosex och 59 är femtionio, alltså olika tal, och 46 är fyrtiosex.

- Vilken är flest? frågar Camilla sen.
- Femtionio, säger Axel.
- Vann jag? undrar Edin.
- Ja, säger Camilla.

I ovanstående excerpt uttrycker Edin att han vann, vilket också stämmer. Axel argumenterar dock emot, och får medhåll av Daniella. Anna korregerar dock deras felaktiga påstående och uttrycker att Edin ju fick fyrtiosex. Axel försöker i sin tur argumentera emot genom att säga att det inte är någon skillnad på 56 och 59. Därefter kommer läraren och förtydligar hur de skrivna talen hör ihop med räkneorden. Av situationen skulle kunna tolkas att Axels uppfattning är att det inte spelar någon roll åt vilket håll siffran står, 6 och 9 är formade på samma sätt. Med denna logik, där skrivriktningen inte har någon betydelse, skulle även siffrans position i talet kunna uppfattas på liknande sätt. Vid en tidigare spelomgång förväxlade dessutom Axel talen 25 och 52, så det är högst sannolikt att han skulle kunna uppfatta talet 46 i ovanstående situation som både 64 och 94, vilka faktiskt *är* mer än 59. Denna uppfattning är dock felaktig, vilket läraren försöker förklara för honom då hon uttrycker att det är olika tal även om det är samma siffror som ingår i talen.

Genom Annas ifrågasättande av Axels korrigering i ovanstående situation skapas en argumentation som slutar i att läraren tydliggör vilka räkneord som de skrivna talen hör ihop med. Här ges Axel möjlighet att utveckla förståelse för att skrivriktningen och siffrornas position i talet spelar roll. Detta möte med matematik bidrar på så vis till att matematiska fakta bekräftas, omprövas och tydliggörs för de deltagande eleverna. Det möjliggör också för Anna, som korrekt korregerade korrigeringen, att lita på sitt kunnande kring relationer mellan tal.

Eleven informerar om matematik genom att besvara frågor

Eleven kan också informera om matematik genom att besvara lärares eller klasskamraters frågor kring matematik. Frågorna kan exempelvis vara av typen: "Vad är det för siffra som saknas nu?" eller "Vad är klockan?" och genom att besvara frågorna uttrycker eleven matematik på olika sätt. Denna typ av informerande möten kan sägas utgöra en ansenlig del av elevens möten med matematik i årskurs 1. De ingår i både genomgångar, smågruppsarbeten och individuellt arbete, om än på olika sätt.

Eleven besvarar huvudsakligen frågorna muntligt, ibland också med hjälp av kroppsspråk eller genom att nyttja fysiska artefakter. Genom svaret informeras omgivningen om matematik samtidigt som eleven visar upp sina kunskaper. Beroende på frågans karaktär kan informationen som eleven ger eller de kunskaper som eleven uppvisar vara mer eller mindre i fokus, vilket påverkar hur mötet fortskrider. Handlingen som eleven utför i samband med att frågan besvaras skiljer sig åt beroende på frågan. Eleven kan *besvara frågor om sitt eget lärande i matematik*, vilket innebär att eleven svarar på frågor om vad som tränas i en aktivitet eller vad han eller hon har lärt sig under en aktivitet. Eleven kan också *besvara utforskande frågor kring matematik*, vilket innebär att eleven beskriver sin lösningsstrategi för en viss matematikuppgift. Eleven kan även *besvara undrande frågor kring matematik*, där frågorna som besvaras ställs av en klasskamrat som verkligen inte vet svaret utan vill ha hjälp med att finna det. Slutligen kan eleven *besvara kunskapskontrollerande frågor kring matematik*, vilket innebär att eleven visar upp sina kunskaper utifrån det som frågeställaren är ute efter att kontrollera. I avsnitten nedan beskrivs ovanstående fyra skilda handlingar inom informerande möten med matematik vidare.

Eleven besvarar frågor om sitt eget lärande i matematik

En typ av informerande möten med matematik som kan ses i årskurs 1 är då eleven besvarar frågor av utvärderande slag och ges möjlighet att möta och formulera matematik utifrån ett metaperspektiv. Sådana frågor är sällsynta men förekommer ibland i slutet av veckan då läraren ber eleverna att fundera över vad de tycker att de har lärt sig under veckan. Vid ett sådant tillfälle svarade eleverna exempelvis att de hade lärt sig att skriva siffror, (fina) fyror och femmor.

Andra tillfällen när eleverna får möjlighet att reflektera över och uttrycka sitt eget lärande i matematik är i början eller i slutet av matematiklektionerna, när läraren riktar uppmärksamhet mot vad de ska arbeta med närmast eller vad de har tränat på under lektionen. Nedan ges ett exempel

från en introduktion till en matematiklektion, där läraren Camilla precis har förklarat reglerna för ett kortspel som eleverna snart ska få prova.

Åk1Inf6: Vad tränar vi på?

- Det som är meningen med det här, det är ju inte att det är ett jätteviktigt spel att vinna, utan det vi gör, vad är det vi tränar på. Vad är det vi tränar när vi har matte och gör det här spelet? frågar Camilla.

Jason, Rebecka, Michael, Mira och Esther räcker upp handen.

- Man får vinna om, om man är jättebra då vinner man, om man får ett bra kort, då vinner man, säger Jason som fått ordet.
- Ja just det ja, då vinner man kan man säga, säger Camilla, men vad är det vi tränar? Vad är det vi tränar Michael?
- Är det du som väljer lagen? frågar Michael.
- Ja, jag säger alltid vilken grupp man ska vara i, säger Camilla.
- Camilla, vad händer om man får slut på alla kort? frågar Esther.
- Ja, det är en jättebra fråga, säger Camilla, och börjar förklara hur eleverna kan göra då. Därefter går hon vidare med genomgången, utan att ha fått svar på sin fråga.

I ovanstående excerpt poängterar läraren för eleverna att det viktiga med spelet inte är att vinna, utan det som de tränar på. Hon frågar sedan om eleverna vet vad det är de tränar på och förtydligar frågan med ”när vi har matte och gör det här spelet?” Eleverna räcker upp händerna men inte för att besvara frågan utan för att de har andra funderingar. De förefaller ha mer fokus på spelreglerna och spelets struktur än på matematiken i spelet. Läraren försöker få eleverna att fokusera på vad de övar på igen genom att upprepa frågan men lyckas inte få med sig eleverna nu heller. Istället besvarar hon en ny fråga kring spelreglerna och går därefter vidare med lektionen. Läraren och eleverna har påtagligt olika fokus i denna situation, något som också är utmärkande för när eleverna besvarar denna typ av frågor. I ovanstående exempel bidrog deras olika agendor till att en eventuell diskussion kring möjligt matematiklärande ebade ut, men en vanligare utgång är att läraren själv besvarar frågan när eleverna inte ger de svar som söks. Ett exempel på det kan ses i nedanstående excerpt, där eleverna precis har spelat färdigt ett spel som går ut på att slå en tärning och fylla i fält på ett papper med samma siffra som det antal tärningen visar.

Åk1Inf7: Vad tränade vi mer?

- Vad duktiga ni var! säger Camilla [lärare]. Ni tränade på att turas om och vad tränade vi mer?
- Färgläggga, säger Rebecka.
- Ja..., säger Camilla.
- Vara tyst, säger Alma.
- Ja, prata med bra samtalston..., fortsätter Camilla.

Det blir tyst. Eleverna har inga fler förslag.

- Ni kanske inte tänkte på det, men det var matte också, säger Camilla. Det var siffror och prickar på tärningen och så, men ni kanske redan kunde det här.

När Rebecka i ovanstående excerpt inte ger det svar som läraren Camilla är ute efter går ordet vidare till Alma, och när inte heller hon svarar "rätt", och ingen annan har några fler förslag, besvarar läraren själv frågan. Hennes sätt att säga "ni kanske inte tänkte på det", och "men ni kanske redan kunde det här", slätar på något vis över att eleverna inte har haft fokus på matematikinnehållet under lektionen, och inte uttrycker det hon är ute efter. Samtidigt är inte frågan specifikt inriktad mot lärande i matematik. Eleverna svarar verkligen på vad de har lärt sig under lektionen, men lärarens bemötande, där hon söker vidare och väntar in, säger att hon är ute efter någonting annat.

Möten med matematik där eleverna får i uppgift att reflektera över sitt eget lärande i matematik på det här sättet, inför eller efter en matematikaktivitet, verkar av allt att döma vara främmande för eleverna. De fokuserar på annat innehåll i aktiviteterna, och söker de svar som läraren är ute efter, utan att lyckas. Ett tydligare matematikfokus och/eller struktur i frågorna kan möjligen få eleverna att rikta sin uppmärksamhet på det som läraren är ute efter. En tendens som pekar åt det hållet är då eleverna möter liknande frågor skriftligt, efter att ha avslutat ett kapitel i matematikboken. Eleverna arbetar då individuellt, utan möjlighet hjälp, med ett avslutande avsnitt som kallas "Vad har du lärt dig?", med uppgifter från arbetsområdet. Sist i avsnittet ska eleverna sedan uttrycka hur väl de anser att de behärskar området, genom att sätta ett kryss vid: "Jag kan det här bra", "Jag kan det här ganska bra" eller "Jag tycker att det här var ganska svårt. Jag behöver öva mera". Alla elever besvarar här den utvärderande frågan.

Detta upplägg för att reflektera kring sitt lärande skiljer sig dock väsentligt från de muntliga diskussioner som beskrevs ovan. Här är frågan direkt kopplad till de matematikuppgifter som eleverna precis har besvarat. Eleverna kan om de vill, bokstavligen, bläddra tillbaka för att reflektera över vad de har gjort. Svaren är dessutom redan formulerade och behöver inte uttryckas av eleverna själva mer än i form av kryss. De behöver alltså inte leta efter de svar som läraren söker. Vad som emellertid utelämnas här är möjligheten att se hur eleverna har resonerat när de har satt sina kryss, vad de tyckte att de kunde "bra" eller vad som var "ganska svårt". Eleverna ges inte själva möjlighet att sätta ord på sitt lärande. Frågan är om alla elever verkligen tar tillfället i akt att reflektera över sitt lärande i förhållande till vad som har ingått i kapitlet eller om de bara sätter dit ett kryss. Fokus här ligger dessutom på vad eleverna anser att de kan efter hur de har presterat på ett avsnitt i matematikboken och inte på vad de tycker att de har lärt sig mer om under en lektion.

Eleven besvarar utforskande frågor kring matematik

Eleverna i årskurs 1 kan också vara en del av ett informerande möte med matematik genom att besvara utforskande frågor kring matematik. Med det menas frågor där de får möjlighet att beskriva strategin de har använt för att lösa en viss matematikuppgift. Dessa frågor är sällsynta i årskurs 1 men uttrycks stundtals av läraren i samband med genomgångar. De kan också ses i elevernas matematikböcker. I dessa fall uppmanas eleverna att redovisa hur de tänker när de löser en uppgift genom att exempelvis rita sin lösning. Eleven får vid sådana tillfällen möjlighet att reflektera över och beskriva sina Lösningsstrategier i ord för sina lärare och/eller klasskamrater. I nedanstående excerpt ger jag ett exempel på hur eleven Edith förklarar hur hon har tänkt då hon har löst en uppgift. Vid detta tillfälle sitter halva klassen i en halvcirkel framför smartboarden. En bild på sju träd med tio fåglar i varje träd visas.

Åk1Inf8: Tio, tio, tio, tio, tio, tio, tio

- Är det nån som ser hur många fåglar det är? frågar Camilla [lärare].

Michael, Edin och Edith räcker upp handen. Edith får ordet.

- Hur räknar du då? frågar Camilla henne.

Edith pekar på ett träd med fåglar i taget och säger:

- Tio, tio, tio, tio, tio, tio, tio.

I denna excerpt beskriver Edith hur hon tänker för att ta reda på hur många fåglar det finns i träden totalt. Hon räknar dem inte en och en, utan i grupper av tio, sju gånger. Eftersom hon räcker upp handen ger hon uttryck för att hon kan svaret på den inledande frågan men hon får inte besvara den. Istället får hon i uppgift att förklara *hur* hon har kommit fram till svaret. Edith uttrycker att hon räknar ”tio, tio, tio...” och pekar samtidigt mot varje träd. Förklaringen möjliggör för Ediths klasskamrater att ta del av hennes Lösningsstrategi för uppgiften. Efter Ediths förklaring förtydligar läraren den inledande frågan med hjälp av Ediths förklaring, vilket bidrar till att fler händer ”far upp” i luften. En möjlig förklaring är att Ediths Lösningsstrategi bidragit till att fler klasskamrater lyckats lösa uppgiften.

Att besvara utforskande frågor som ”Hur räknar du då?” kräver att eleven först och främst reflekterar över hur han eller hon löste uppgiften och därefter kan förklara det. Sådana möten är sällsynta i årskurs 1 och det är tydligt att eleverna inte är vana vid att reflektera kring hur de tänker då frågorna inte alltid tycks vara så lätta att besvara. Emellanåt motiveras och förklaras exempelvis svaret med svaret, vilket ges exempel på nedan. Eleverna sitter i denna situation vid sina bänkar och har fått varsin liten whiteboardtavla som de ska skriva sina svar på. Läraren står framme vid tavlan och ger dem en matematikuppgift i taget.

Åk1Inf9: Tio tänkte jag

$$\underline{\quad\quad\quad} = 5 + 5$$

skriver Camilla [lärare] på smartboarden.

- Nånting... Det ska vara ett tal här, säger Camilla och pekar på strecket. ...är lika med fem plus fem, fortsätter hon, och pekar på talet. Då får man fundera på, hur mycket är fem plus fem...lika med? Man får gärna samarbeta och berätta lite för kompisen hur man tänker lite tyst sådär.

Edith skriver 10. Alma kikar på hennes tavla.

- Om man samarbetar får man förklara hur man tänker, upprepar Camilla till gruppen.
- Tio tänkte jag, säger Edith till Alma.

Alma skriver också 10.

I ovanstående excerpt skriver Edith ner ett svar på uppgiften som läraren ger till klassen och Alma tittar då till på hennes tavla. När läraren upprepar att "Om man samarbetar får man förklara hur man tänker" säger Edith snabbt "Tio tänkte jag" till Alma som skriver ner svaret. Edith ger här inte någon egentlig förklaring till hur hon kom fram till svaret tio. "Förklaringen" är här detsamma som svaret och Alma får därför inte veta hur Edith har tänkt. Om det beror på att Edith tror att svaret är förklaringen, om hon inte vet hur hon kom fram till svaret, eller om hon inte har lust att förklara för Alma är svårt att säga. Oavsett orsak förekommer emellertid sällan denna typ av uppgifter i klassen, där eleven ska motivera eller förklara sin lösning. När de väl gör det uttrycker sig ofta eleverna på ett sätt som liknar Ediths ovan.

Eleverna kan sägas vara ovana vid att reflektera kring sina svar och visa hur de tänker. Huvudsakligt fokus under matematiklektionerna förefaller istället vara att komma fram till rätt svar, framförallt vid genomgångar och vid arbete i matematikboken, men också i många smågruppsaktiviteter. Det kan ses i ljuset av fortsättningen av situationen i ovanstående excerpt. När eleverna har löst uppgiften frågar nämligen inte läraren eleverna hur de har kommit fram till sina svar, utan tittar istället på deras tavlor. "Tio, tio, tio, bra!" säger hon och ger dem sedan en ny uppgift.

Eleven besvarar undrande frågor kring matematik

Ett annat sätt som eleverna ses möta matematik på i årskurs 1 är genom att besvara undrande frågor kring matematik från sina klasskamrater. Frågorna som besvaras i detta möte är ärligt undrande. Det innebär att eleven som ställer frågan inte kan svaret, utan vill ha hjälp med att finna det. Genom att besvara frågan delar alltså eleven med sig av sina kunskaper. Nedan ges ett sådant exempel där eleverna spelar ett tärningsspel som går ut på att de ska öva på att addera det största talet med det minsta.

Åk1Inf10: Addera tärningsprickar

Jag sätter mig hos Ida och Nathalie. Ida har svårt att addera tärningarnas prickar och frågar då och då Nathalie. Nathalie svarar då kort vad summan blir.

I ovanstående excerpt har Ida svårigheter med att summera tärningarnas prickar. Ibland klarar hon det själv men i andra fall dröjer det innan hon kommer fram till svaret och då frågar hon Nathalie istället. Genom att Nathalie besvarar frågan skapas ett informerande möte där Ida får information om vilken summa tärningarnas prickar ger. Nathalies svar hjälper henne vidare i spelet och ger även Nathalie möjlighet att känna tilltro till sin förmåga. Ida godtar hennes svar.

Informerande möten som det ovan är emellertid sällsynta i årskurs 1. Eleverna frågar vanligtvis läraren och inte sina klasskamrater om det är något som de inte förstår. Då och då förekommer emellertid denna typ av möten i samband med gruppaktiviteter. Vad som är utmärkande för dessa möten är att eleven som besvarar frågorna huvudsakligen delar med sig av sina kunskaper och hjälper på så vis sin klasskamrat. På det viset skiljer de sig från möten där eleverna besvarar kunskapskontrollerande frågor eller uppdrag, som beskrivs närmare i kommande avsnitt. I de senare svarar inte eleven i syfte att hjälpa frågeställaren med svaret, utan för att visa upp sina kunskaper i matematik.

Eleven besvarar kunskapskontrollerande frågor kring matematik

Eleven kan också vara del i ett informerande möte med matematik genom att svara på kunskapskontrollerande frågor såsom "Hur många stjärnor ser du?" eller "Vad är det för siffra som saknas nu Rebecka?", där eleven behöver använda sina kunskaper i matematik för att lösa dem. Dessa frågor har olika omfattning och kan i vissa fall också formuleras som uppdrag, såsom "Jawad, ställ dig bredvid Lucas". Frågorna är vanligen slutna, vilket innebär att de har *ett* korrekt svar, och därmed kan besvaras rätt eller fel. De förekommer ofta i matematikgenomgångar och ställs då av läraren. Mötet utmärks då vanligen av att nya frågor ställs, besvaras och bekräftas tätt inpå varandra. Genom att besvara frågorna ges eleven möjlighet att uttrycka och visa sina kunskaper i matematik och få respons på dessa från läraren. Samtidigt ges elevens klasskamrater möjlighet att ta del av den matematik som uttrycks.

Nedan ges ett exempel på ett informerande möte där eleverna bevarar kunskapskontrollerande frågor under en genomgång som handlar om räknasagor. Läraren har ställt upp sex plastnallar på golvet framför eleverna och berättar att nallarna är ute och går i skogen och att en av dem går

bort sig. Eleverna får svara på hur många som är kvar och kommer fram till att det är fem. Sedan utspelar sig följande situation.

Åk1Inf11: Mattespråket

- Hur skulle man kunna säga det på mattespråket? Om de va sex nallar från början och så var det en som gick iväg. Hur många var de kvar då? Hur kan man säga det på mattespråket? frågar Camilla [lärare].
- Jag vet, säger Nadja.

Några av eleverna räcker upp handen och vill gärna svara, bland annat Jason som ivrigt låter "Mm! Mm!". Nadja får ordet.

- Minus en, säger Nadja.
- Javisst, minus en, säger Camilla.
- Åh, då kan jag säga! Det är lika, likadant med fem, säger Jason.
- Javisst! Och då skriver man faktiskt sex först, *minus* en, är lika med fem. [Hon skriver samtidigt upp operationen på tavlan] Bra! Just så.

I ovanstående excerpt besvarar Nadja och Jason sina frågor korrekt och får då positiv respons från läraren i form av en muntlig bekräftelse ("Javisst"). Det är en vanlig typ av respons som eleverna får vid korrekta svar, ibland också med en utvecklande förklaring. En annan typ av respons på korrekta svar är att läraren bekräftar genom ett positivt kroppsspråk, exempelvis genom att nicka, för att därefter gå vidare med genomgången. Den positiva responsen ger eleverna möjlighet att stärka sin tilltro till sitt kunnande kring att skriva uttryck i matematik. Informationen som Nadja och Janson möjliggör också för deras klasskamrater att utveckla större förståelse för hur operationen muntligt uttrycks på "matematikspråket". Här kopplas det talade symbolspråket till det konkreta materialet (nallarna) och när läraren sedan skriver ner operationen får både Nadja, Jason och deras klasskamrater dessutom erfara operationen genom en tredje representationsform.

I ovanstående excerpt var Nadja och Jason själva villiga att besvara frågan men så är inte alltid fallet. Något som är speciellt med denna typ av informerande möten med matematik är nämligen att eleverna ibland besvarar frågor för att de måste, efter att ha fått frågor direkt riktade till sig. Det ges ett exempel på i nedanstående excerpt där plastnallarna återigen används. Här har läraren precis ställt fram två gula nallar och ber sedan Anna hjälpa henne.

Åk1Inf12: Lika många blåa nallar

- Hur många ska vi ställa upp för att det ska bli lika många blåa nallar? Kan du ordna det Anna? frågar Camilla [lärare]. Fixar du det?

Anna kryper fram till burken med nallar och plockar upp två blå nallar som hon ställer bredvid de gula.

- Nu ser ni att det är lika många gula som det är blå, eller hur? säger Camilla när Anna är klar.

I excerpten ovan får Anna en fråga riktad direkt till sig. Läraren undrar om hon kan ställa upp lika många blå nallar som det finns gula. Anna besvarar uppgiften genom att plocka upp rätt antal blå nallar och ställer dem bredvid de gula. Annas svar uttrycks här inte muntligt utan enbart genom en handling. Hennes svar bekräftas därefter genom att läraren uttrycker att det nu är lika många gula som blå nallar. Anna får i och med det tillfälle att känna tilltro till sin förmåga och kunskap kring begreppet "lika många". Dessutom får hennes klasskamrater möjlighet att öka sin förståelse för begreppet. Lika många synliggörs här genom nallarna som Anna ställer fram och lärarens upprepning att det nu är lika många gula som blå nallar förtydligar kopplingen än en gång.

Trots att det inte var Anna själv som räckte upp handen för att svara i ovanstående excerpt, utan läraren som valde att ge henne frågan, kunde Anna besvara uppgiften. Så är dock inte alltid fallet. I vissa situationer svarar eleven fel eller i andra situationer svarar inte eleven alls. Felaktiga svar och ickesvar bemöts på andra sätt än svar som är korrekta, vilket ges exempel på nedan.

ÅklInf13: Hur många fler

- Hur många *fler* blå nallar står det här, Ludvig? frågar Camilla [lärare].
- Fyra, säger Ludvig.

Ludvig har inte svarat rätt. Camilla förtydligar:

- Det står ju fyra blå nallar, och två gula, säger Camilla och separera de fyra blå nallarna så det står två och två med lite mellanrum. Så här var det lika många, säger hon och visar på paren med gula och blå. Hur många *fler* blå nallar har det kommit nu då? Ser du? frågar Camilla Ludvig.

Ludvig svarar inte.

- Jag vet! Jag vet, säger Jason.

Mira, som har räckt upp handen, får ordet istället:

- Två, säger hon.
- Jag visste det! uttrycker Jason.
- Två, bekräftar Camilla, så det *blir* ju fyra då.

I ovanstående excerpt svarar Ludvig fel på frågan. Läraren försöker då förtydliga för honom så att han ska förstå vad hon är ute efter, men då svarar inte Ludvig. Istället ger hon ordet vidare till Mira som svarar rätt. Läraren bekräftar svaret och riktar sig i sin förklaring till Ludvig igen för att förtydliga att nallarna tillsammans är fyra när de blivit två fler. Hon använder då hans felaktiga svar, "fyra", för att förklara hans eventuella missuppfattning av frågan.

Genom att besvara kunskapskontrollerande frågor får eleverna ovan möjlighet att visa sina kunskaper i matematik för läraren och sina klasskamrater. De får också bekräftat vad de kan och inte kan. Samtidigt får de klasskamrater som deltar i mötet möjlighet att ta del av svaren och

responsen som följer, vilket kan bidra till ökad förståelse för det matematiska innehållet som behandlas för tillfället.

Eleverna kan även möta denna typ av frågor eller uppgifter i andra situationer, exempelvis när de spelar spel på klassens smartboard. I dessa sammanhang arbetar eleverna vanligen i grupper om tre till fyra och en elev i taget besvarar frågorna eller uppdragen. Responsen som följer efter rätt eller fel svar är tydlig då det signaleras av smartboarden med hjälp av både positiva och negativa ljud och symboler, såsom hejarop, en dyster musikslinga, gröna och röda bockar eller glada och ledsna gubbar. Responsen förstärks också emellanåt av klasskamraterna, även om läraren uttryckligen har sagt till eleverna att de exempelvis inte får skratta då en klasskamrat svarar fel.

Eleverna möter även dessa frågor när de arbetar individuellt i sina matematikböcker, där uppgifter som " $2 + 3 =$ " eller "Vilken är kortast?" besvaras skriftligt. Om eleverna tror sig kunna svaret skriver de ner det och sedan är det meningen att de ska fortsätta med nästa uppgift. Responsen dröjer oftast tills läraren senare rättar uppgifterna, men kan ibland ges direkt när läraren går förbi och tittar till arbetet. (Det innebär att eleverna ibland kan behöva göra om en hel sida eller mer ifall de har missuppfattat uppgifterna eller räknat fel.) Om eleven inte kan svara finns det möjlighet att be om hjälp, annars fortsätter upplägget tills eleverna har räknat till den "stoppsida" som gäller för dagen eller tills läraren avbryter aktiviteten. När läraren gör det brukar eleverna få positiv respons för sitt arbete, vilken i större utsträckning fokuserar på deras uppförande (god koncentration, bra arbetsro och bra ljudnivå) än på deras lärande i matematik.

Andra tillfällen då eleverna möter faktafrågor är vid matematiktest. Vid dessa situationer ges ingen som helst respons i direkt anslutning till när eleverna besvarar testets frågor. Läraren hjälper då enbart till med begränsad information som rör praktiska frågor kring testet och ingen hjälp från kamraterna tillåts. Svaren ska dessutom hållas för eleverna själva och de får inte uttrycka dem högt eller visa dem för varandra. Hela situationen anpassas väl för att följa de normer och regler som gäller vid test. Bänkar dras isär, pärmar sätts upp för att dölja elevernas lösningar, ingen får prata, alla ska tänka själva och en blå samtalsskylt som uttrycker "Helt tyst" sätts upp vid tavlan. Nedan ges ett exempel från en skriftlig testsituation, där de första frågorna är huvudräkningsuppgifter som läraren läser högt för eleverna.

Åk1Inf14: Och du ska inte svara

Camilla [lärare] läser den första uppgiften:

- Sally äter två vinbär och ett krusbär. Hur många bär äter Sally sammanlagt?

Edin räcker upp handen.

- Och du ska inte svara, utan du ska skriva svaret i den första rutan, säger Camilla till honom och upprepar sedan frågan. Hon väntar in eleverna ett tag och läser sedan nästa fråga.

[...]

Kl. 10.33 säger Camilla "Stopp", även om Daniella och Robin inte är klara. Hon berömmar eleverna för att de har låtit alla få tänka själva.

Detta besvarande möte med matematik är oerhört tillrättalagt. Eleverna har många regler att förhålla sig till och förväntas visa sitt kunnande utan möjlighet att be om råd eller förtydliganden av frågorna. I ovanstående excerpt påminner läraren Edin om att han inte ska räcka upp handen, utan skriva ner sitt svar. På liknande vis ses läraren upprepa och påminna om andra regler och normer kring provsituationer: "Schh! Vi ska låta varandra tänka", "Om man inte vet, kan man låta rutan vara tom eller skriva det man tror", "Nä Nadja. Låt Love tänka själv." Detta upprepande av regler kan tyda på att eleverna i årskurs 1 ännu inte är vana vid att besvara frågor i denna typ av kontext, där de får möjlighet att visa upp sina kunskaper i matematik utan att få respons på dem. Eleverna ges istället beröm för att de har följt de normer och regler som finns kring provtillfällena, vilket exemplifierades i ovanstående excerpt.

Instruerande möten med matematik

Eleven i årskurs 1 kan även ta sig an och uttrycka matematik genom att instruera sina klasskamrater om saker som rör matematik. Det handlar om att förklara hur en viss uppgift bör utföras, där antingen uppgiften i sig rör ett matematiskt innehåll eller där eleven använder matematiska begrepp för att uttrycka hur den ska genomföras. Mötet sker mellan eleven och minst en person till och utförs alltid muntligt, ibland med stöd av kroppsspråk och användande av föremål. Eleverna i årskurs 1 ses enbart instruera sina klasskamrater kring matematik och inte sina lärare.

Ett instruerande möte i årskurs 1 skapas då eleven *instruerar en klasskamrat kring rätt och fel vid aktiviteter med koppling till matematik*. Vid en pågående aktivitet upptäcker eleven att en klasskamrat genomför en uppgift på ett felaktigt sätt, uttrycker det och visar sedan hur han eller hon ska göra istället. Det kan exempelvis handla om hur matematikuppgifter ska lösas. Detta möte med matematik beskrivs vidare i texten som följer.

Eleven instruerar en klasskamrat kring rätt och fel vid aktiviteter med koppling till matematik

I årskurs 1 sker instruerande möten då eleven, utifrån en pågående aktivitet med koppling till matematik, uttrycker att en klasskamrat gör fel och visar hur den bör utföras istället. Det kan ses i situationer där eleverna arbetar enskilt eller i smågrupper, men är inte så vanligt. Nedan ges ett exempel från när eleverna har eget arbete i matematikboken. Eleven Daniella har precis fått hjälp av klasskamraten Rebecka med att räkna på fingrarna för att räkna ut en subtraktionsuppgift. Rebecka har nu fortsatt med sina egna uppgifter och Alma ska gå vidare med sin nästa uppgift.

Åk1Ins1: Subtraktion på fingrarna

Alma provar själv. Samtidigt skojar hon med Daniella som sitter mittemot och också håller upp sina händer. Sedan fortsätter hon med uppgiften [$6 - 3 =$] och håller upp sex av sina fingrar och börjar ta bort, men av någon anledning får hon två kvar, så hon skriver 2 i svarsfältet.

- Nä, säger Rebecka, som ser att hon skriver fel svar.

Hon visar om igen upp sex av sina fingrar för Alma, och visar hur man ska göra genom att hon räknar högt när hon viker ner en i taget.

- En, två, tre. Det blir tre, säger Rebecka.

I excerpten ovan ska Alma precis använda den fingerräkningsteknik som Rebecka har visat henne. Hon verkar dock vara lite ofokuserad då hon först passar på att skoja lite med en annan klasskamrat (Daniella), innan hon fortsätter räkna. Alma återgår sedan till att försöka lösa uppgiften " $6 - 3 =$ " genom att ta hjälp av fingrarna, men kommer fram till fel svar. Rebecka upptäcker det och visar ännu en gång med fingrarna hur hon ska göra för att svaret ska bli rätt. Rebecka instruerar här Alma i vad som är rätt och fel vad gäller fingerräkning kring subtraktion med ensiffriga tal. Alma får därmed åter möjlighet att repetera den metoden. Rebeckas eget initiativ att hjälpa Daniella talar också för att hon litar på sin förmåga att kunna visa Alma hur hon löser uppgiften så att svaret blir rätt.

Ytterligare något som är värdefullt att framhålla utifrån ovanstående situation är att den här typen av instruktioner mellan elever underlättas av ett arbetsklimat i klassrummet där det är accepterat med tysta samtal under individuell räkning i matematikboken. I klassrummet uttrycks alltid den accepterade ljudvolymen på samtalen mellan eleverna med hjälp av skyltar i blått, grönt eller gult. Blått = "Helt tyst. Vi låter varandra tänka", grönt = "Lugn och ro. Vi pratar lågt om vi hjälper en kamrat" och gult = "Vanligt samtal. Vi arbetar tillsammans i grupp". Läraren förtydligar också många gånger skyltarnas innebörd genom att explicit uttrycka vilken samtalsvolym som accepteras för tillfället samt hänvisa till och peka på den uppsatta

skylten. Sådana förhållningsregler kan bidra till hur eleverna bemöter varandra.

Att instruera en klasskamrat, såsom Rebecka gör i excerpten ovan, kräver dessutom ett gott klassrumsklimat där eleverna är trygga med att de gärna får hjälpa eller ta hjälp av varandra. I klassrummet finns det en skylt också för det uppsatt vid sidan av smartboarden, där det står "Här lär vi tillsammans. Vi frågar om det vi inte kan. Vi delar med oss av det vi kan." Läraren hänvisar ofta till skylten och uttrycker att den som redan kan det som övas gärna får hjälpa andra och att eleverna gärna får be "bänkkompisen" om hjälp om de stöter på uppgifter som de inte förstår.

Skapande möten med matematik

Eleven kan även erfara matematik genom att vara del i ett skapande möte med matematik i årskurs 1, vilket också kunde ses i förskoleklassen. Sådana möten kan ha sin utgångspunkt i två olika handlingar. Den första innebär att eleven på eget initiativ skapar någonting av material som finns tillgängligt i omgivningen och använder sig i denna aktivitet av matematiska begrepp, uttryck eller metoder, *eleven skapar på eget initiativ genom att nyttja matematik*. Eleverna kan ses ägna sig åt denna typ av möten mellan planerade aktiviteter eller under tiden ordinarie undervisning pågår, genom att ägna sig åt annat än det som de har fått i uppgift att göra. Den andra utgångspunkten innebär istället att eleven skapar utifrån en uppgift som tilldelas av läraren, vilken kan ha mer eller mindre fasta ramar. Sådana uppgifter förekommer både under genomgångar och under smågruppsaktiviteter, och benämns här *eleven skapar utifrån ett uppdrag genom att nyttja matematik*. Oavsett om det skapande mötet har sin utgångspunkt i att eleven skapar på eget initiativ, eller om eleven skapar utifrån en uppgift, inkluderar mötet att eleven använder sig av eller uttrycker matematik på olika sätt.

Skapande möten i årskurs 1 i denna studie innefattar alltid någon typ av konkret material, som en eller flera elever interagerar med. Eleven kan arbeta med och exempelvis reflektera över former, likheter och olikheter, antal och mönster (både innehållande former och siffror). Eleven kan även använda sig av matematiska begrepp för att beskriva det de själva gör samt testa olika tillvägagångssätt.

Eleven skapar på eget initiativ genom att nyttja matematik

Ett sätt för eleven att delta i skapande möten med matematik är alltså genom att skapa någonting på eget initiativ genom att nyttja matematik, exempelvis ett mönster. Nedan ges ett exempel på det ifrån en situation där eleverna har fått i uppgift att ta reda på antalet plastfordon som finns i en burk men eleven gör istället någonting annat.

Åk1S1: Jag gjorde ett mönster

Love kommer fram till mig.

- Sofie, jag gjorde ett mönster, säger han och visar fyra lok som han ställt upp bredvid varann. Jag gjorde blå, gul, blå, gul, fortsätter han.
- Ja titta ett mönster, säger jag.

Love har i denna situation använt platsfordonen till att skapa mönster istället för att räkna dem. Han har först sorterat ut loken ur burken, som innehåller olika sorters plastfordon, och därefter valt ut två färger som ingår i mönstret. Detta plockmaterial har tydligt inspirerat honom till att både sortera och skapa mönster.

Ovanstående möte med matematik görs möjligt i och med att eleverna ibland får ”friare tyglar” på matematiklektionerna, då de arbetar på olika stationer och i grupperum där läraren inte alltid är närvarande. Dessa egeninitierade skapande möten avbryts nämligen när läraren kommer förbi, och riktar fokus tillbaka på den uppgift som eleverna egentligen skulle ha arbetat med. Det exemplifieras i excerpten nedan, där ett par elever ägnar sig åt andra matematiska aktiviteter än det som de egentligen ska göra.

Åk1S2: Ni kanske ställer upp alla först?

Under tiden har andra halvan av deras grupp suttit vid ett annat bord med plastfordonen och sorterat dem efter sort; bilar, flygplan, brandbilar, lok och båtar för sig.

Camilla [lärare] kommer in och frågar om de har räknat fordonen.

- Nej, säger eleverna lite tyst och tittar ner.
- Ok, ni kanske ställer upp alla först? föreslår Camilla.
- Mm, säger de.

Camilla går iväg igen, men Michael och Nadja räknar inte. De fortsätter att sortera och byter också fordon med varandra.

I ovanstående excerpt blir Michael och Nadja avbrutna i sitt sorterande när läraren kommer in och frågar om de har genomfört den uppgift som det egentligen var tänkt att de skulle göra, nämligen att räkna fordonen. Eleverna blir snabbt medvetna om att de inte har löst uppgiften än, och verkar känna sig påkomna, utifrån deras sätt att titta ner och inte möta lärarens blick.

Lärarens förslag, att de "kanske ställer upp alla först", verkar därför tas emot med lättnad. Trots avslöjandet väljer emellertid eleverna att fortsätta med sin egen aktivitet när läraren har gått ut ur rummet igen. De är mycket engagerade i sitt sorterande och pratar livligt med varandra, och har i mötet möjlighet att öva på sina kunskaper kring sortering utifrån en egenskap, här utifrån fordonstyp.

Eget intresse för skapande matematik ges (nästan) inget utrymme i årskurs 1. I de uppgifter som eleverna får förväntas de fokusera på det ämnesinnehåll som gäller för aktiviteten, och förs därför tillbaka in på det spåret om de ägnar sig åt annan matematik.

Eleven skapar utifrån ett uppdrag genom att nyttja matematik

En annan väg in i skapande möten med matematik är då eleven tar sig an ett uppdrag som innefattar att skapa med hjälp av matematik. Eleven kan utföra uppgiften själv eller tillsammans med en eller flera klasskamrater. Nedan ges ett exempel ifrån en smågruppsaktivitet där eleverna har fått i uppgift att skapa mönster med plastnallar för att sedan fråga klasskamraterna om de kan se mönstret.

Åk1S3: Nallemönster

Edin, Lucas och Nathalie kommer in för att göra nallemönster istället. Lucas börjar göra ett mönster. Han sätter upp varannan röd och varannan blå och avslutar med en röd. Nathalie tar själv på sig rollen som "gissare" och ställer korrekt dit en blå, även om Edin säger att han vet svaret.

I ovanstående excerpt ses först Lucas börja med att skapa ett mönster. Han växlar mellan att ställa upp röda och blå nallar. När han är klar är det klasskamraternas tur att gissa mönstret, och Nathalie gissar rätt, "blå". Edin uttrycker att han också kan svaret, men Nathalie hinner före.

I detta skapande möte får Lucas möjlighet att reflektera över mönster, vad det är och innebär, vilket mönster han vill göra och vilka nallar han då ska plocka upp ur burken. Lucas visar här att han har nödvändiga kunskaper om mönster för att klara denna uppgift. När Nathalies gissning stämmer överens med den tanke Lucas hade kring nästa nalle bekräftar de på sätt och vis varandras kunskaper kring mönster. Situationen bidrar till att både Lucas och Nathalie får möjlighet att känna tillit till sin förmåga. Dessutom får Edin, som också är en del av mötet, möjlighet att öka sina kunskaper kring mönster, även om han uttrycker att han också kan svaret.

Denna typ av uppdrag kan också ses i helklassituationer, även om det är ovanligare än när eleverna arbetar i smågrupper. I nedanstående excerpt har Edin precis fått jobbet som "städare" och har i uppdrag att få

ordning på alla tal (från 0–10), som hans klasskamrater representerar med hjälp av talkort mot bröstet, så att de står på rätt plats i talraden.

Åk1S4: "Nippriga siffror"

Camilla [lärare] delar ut talen till eleverna och säger åt dem att hålla dem mot bröstet. Därefter sätter hon på musiken, och låten "Nippriga siffror", där en dam sjunger om talen i talraden och i vilken ordning de kommer. Eleverna går runt i klassrummet med sitt tal mot bröstet och stannar till när "städaren" kommer förbi och leder dem till rätt plats. Camilla hjälper till att "städa", eftersom låten är rätt kort och alla talen ska vara på plats när den är slut. Edin går först och hämtar nollan, medan Camilla hämtar ettan. Sedan hämtar Edin 2, Camilla 3, Edin 4, Camilla 5, Edin 6, Camilla 7 och 8 och Edin 9 och 10. De hinner precis innan damen på CD:n sjunger att alla är på rätt plats. Eleverna står nu på en rad från vänster till höger från 0–10.

I ovanstående excerpt får Edin i uppdrag att ordna tal i rätt ordningsföljd. Han börjar korrekt med noll och arbetar sig uppåt. Läraren hjälper honom för att skynda på arbetet. De samarbetar genom att placera ut vartannat tal och skapar här en tallinje. Mot slutet när det börjar bli ont om tid hämtar läraren två tal. Det uppfattar Edin och hämtar två tal han också.

I detta skapande möte med matematik visar Edin sina kunskaper om i vilken ordning talen har i talraden, från vänster till höger. Han visar också att han snabbt kan urskilja siffersymbolerna från varandra när han letar efter ett specifikt tal. Under tiden får deltagande klasskamrater möjlighet att uppleva talraden både i skift och i ord. De skrivna talsymbolerna syns tydligt på deras magar och damen på CD-skivan sjunger samtidigt i vilken ordning siffrorna ska vara och uttalar då räkneorden.

Undersökande möten med matematik

I årskurs 1 kan eleven också möta matematik genom att vara del i ett undersökande möte. Dessa kan sägas starta på två olika sätt, antingen på elevens eget initiativ, eller också via ett uppdrag som eleven har tagit sig an att lösa.

Det första sättet innebär att eleven själv visar intresse för att undersöka sin omgivning med hjälp av matematik, och benämns här *eleven skapar på eget initiativ*. De undersökande möten som skapas utifrån elevens eget intresse att undersöka sker under tiden planerade aktiviteter pågår eller mellan det att andra tillrättalagda uppgifter genomförs. Det kan exempelvis vara situationer där ett material, exempelvis plockmaterial, avsett för att öva ett visst matematikinnehåll, lockar till undersökande med fokus på annan matematik. Eget intresse för att undersöka kan också skapas i interaktion med andra elever, med eller utan material, exempelvis då eleverna jämför vem som har kommit längst i matematikboken.

Det andra sättet innebär istället att mötet skapas utifrån ett uppdrag eller en uppgift som eleven tar sig an att lösa. Dessa undersökande möten är förhållandevis vanliga i årskurs 1 och kan vara mer eller mindre omfattande. Exempelvis kan det innebära att eleven besvarar en uppgift från läraren vid en genomgång vid tavlan eller också att eleven löser ett givet uppdrag tillsammans med sina klasskamrater i smågrupper.

Eleven undersöker på eget initiativ med hjälp av matematik

Ett sätt att delta i undersökande möten med matematik för eleverna i årskurs 1 är genom att av eget intresse att undersöka något i omgivningen. I nedanstående excerpt ger jag ett sådant exempel där tre elever spelar ett spel där de ska avgöra vems kort som har högst tal. Eleverna har spelat ett tag och Alice har nu fått slut på sina kort, vilket innebär att hon har förlorat.

ÅklU1: Vem har flest kort?

Efter ett tag tar Alice kort slut och hon tittar på när Nathalie och Zemar spelar. Ingen av dem hinner få slut på sina kort, men när lektionen är slut och eleverna ska på lunch kommer de fram till att Zemar har flest kort kvar. Det tar de reda på genom att lägga högarna bredvid varandras och jämföra. Zemars är högst.

Det undersökande mötet ovan skapas i och med att eleverna vill ta reda på vem som har vunnit spelet som de spelar under matematiklektionen. För att undersöka det väljer eleverna att jämföra sina korthögar. Alice korthög är slut, så hon är inte med och jämför sin, men Nathalie och Zemar lägger sina högar bredvid varandra. Det visar sig då att Zemars är högre, vilket innebär att han har flest kort.

I detta möte bidrar materialet (talkorten) samt lektionsinnehållet (att spela ett spel där den som vinner är den som har flest kort kvar) till att det undersökande mötet äger rum. Eleverna är nyfikna på vem som vann och kommer på att de kan jämföra högarna för att ta reda på det, där högst höjd innebär flest kort. Eleverna visar här prov på att kunna föra logiska resonemang och att jämföra. De lägger högarna intill varandra och tittar på höjdskillnaden. Ingen av dem motsäger sig metoden, varför de tycks vara överens om att resultatet stämmer.

Situationer som den i excerpten ovan bidrar till att eleverna får möjlighet att på egen hand komma fram till och testa sina lösningar på problem som framkommer. Emellertid är tillfällen för undersökande på eget initiativ sällsynta under matematiklektionerna. Innehållet är tillrättalagt, med tydlig information om vad som ska genomföras i varje moment. De undersökande möten som skapas utifrån elevens eget intresse att undersöka sker

därför mellan det att lärarplanerade aktiviteter genomförs, som i excerpten ovan, eller också parallellt med dessa, ibland i smyg.

Elven undersöker utifrån ett uppdrag med hjälp av matematik

Undersökande möten kan också skapas utifrån ett tilldelat uppdrag som eleven tar sig an. Ett exempel på ett sådant möte ges i nedanstående excerpt där eleverna arbetar med matematik i smågrupper. Uppdraget som eleverna har fått här går ut på att ta reda på hur många plastnallar som finns i en burk, och Nathalie och Alice hjälps åt med det.

Åk1U2: Om vi är på arton...

Nathalie och Alice sitter bredvid varandra med nalleburken framför sig. De har hållt ut alla nallar och Nathalie har räknat de röda och gröna och kommit fram till att det finns sex av den ena och sex av den andra färgen. Alice har samtidigt räknat de gula och blå nallarna och kommit fram till att det är åtta gula och tio blå.

- Åtta plus tio det blir arton, säger Nathalie.
- Ja, säger Alice.
- Arton...och sen så blir det...sex plus sex, det blir tolv. Och sen så blir det tjugooo..., säger Nathalie och dröjer med sitt svar.
- Om vi är på arton, och vi har tolv till, säger Alice.
- Då blir det typ...säger Nathalie.
- Vänta, säger Alice, som verkar tänka efter.
- Då blir det tjugooo... säger Nathalie och tänker lite till.
- Det blir trettio, säger Alice.
- Trettio? säger Nathalie.
- Ja, det blir trettio, säger Alice.
- Trettio nallar, säger Nathalie.
- Det är trettio nallar, säger Alice till Lucas som sitter bredvid dem.

I ovanstående excerpt har eleverna i uppdrag att undersöka hur många nallar som finns i nalleburken. Det finns flera olika sätt att ta reda på det. Det enklaste sättet hade kanske varit att ta upp en nalle i taget från burken och räkna dem tills alla hade tagit slut. Nathalie och Alice väljer dock en annan strategi. De delar upp uppdraget, och räknar först en färg i taget, Nathalie de röda och gröna, och Alice de gula och blå. Därefter summerar de antalen med varandra.

I detta undersökande möte använder sig eleverna av matematik på flera olika sätt. De sorterar nallarna efter färg, använder sig av räkneramsan för att ta reda på hur många nallar som finns av varje färg och nyttjar addition med både ensiffriga och tvåsiffriga tal för att summera antalet nallar. Samtidigt ses ett gott samarbete, där flickorna delar upp arbetet och litar på varandras svar och uträkningar. I det slutliga summerandet som inte är

helt enkelt för en förstaklassare hjälps de åt. Nathalie börjar summera men har svårt att komma fram till det slutliga antalet. Felicia uttrycker hur hon tänker sig operationen: ”Om vi är på arton, och vi har tolv till”. Efter tyst huvudräkning kommer hon fram till att det är ”trettio”. Nathalie verkar vara nöjd med svaret och meddelar det vidare till Lucas som sitter bredvid. Flickornas bekräftande svar till varandra under hela uppdraget ger dem möjlighet att våga tro på sin förmåga att klara beräkningar av detta slag.

Undersökande uppdrag av denna typ, som är relativt öppna i hur de kan lösas, ger eleverna möjlighet att själva reflektera över strategier och använda matematik på olika sätt, även om det som i ovanstående exempel, bara finns ett korrekt svar.

Iakttagande möten med matematik

Ett annat sätt för eleven att möta matematik på i årskurs 1 kan vara genom att iaktta när andra personer, exempelvis klasskamrater och lärare, uttrycker sig kring och presenterar matematik på olika sätt. Att eleven iakttar är vanligt förekommande vid genomgångar och lektionssammanfattningar, men kan också ses vid gruppuppgifter. Eleven tar i dessa sammanhang del av matematiken genom att lyssna till muntlig information och instruktioner som många gånger också kompletteras av skrift- och kroppsspråk samt fysiska artefakter, vilket ger eleven möjlighet att också iaktta visuellt. I iakttagande möten med matematik får eleven alltså tillfälle att utöka sina kunskaper genom det som sägs och görs av andra.

Elevens iakttagande i dessa möten kan antingen sägas vara egeninitierat, vilket innebär att eleven själv väljer att vara tyst och iaktta i situationer där det egentligen finns möjlighet att bidra med exempelvis egna tankar, svar och kommentarer. Denna iakttagande handling har jag valt att benämna *iakttar på eget initiativ vid aktiviteter med matematikinnehåll*. Elevens iakttagande kan också sägas vara initierat av omgivningens förväntningar. I dessa situationer är normen att eleven inte ska uttrycka sig utan snarare iaktta tills han eller hon får ordet eller tills aktiviteten övergår i en annan där det är mer accepterat att eleven uttrycker sig. Denna iakttagande handling har jag valt att benämna *iakttar utifrån andras förväntningar vid aktiviteter med matematikinnehåll*. Båda handlingarna beskrivs vidare i texten som följer, med exempel hämtade från empirin.

Eleven iakttar på eget initiativ vid aktiviteter med matematikinnehåll

I vissa situationer, vanligen i genomgångar men också i smågruppsaktiviteter, ses emellanåt eleverna i årskurs 1 sitta tysta och iaktta det som händer. Detta trots att de uppmuntras till att aktivt medverka genom att till exempel delta i diskussioner, bidra med egna idéer eller föreslå lösningar på olika uppgifter som rör matematik. Eleven är, genom att handla på detta sätt, del i ett iakttagande möte med matematik där det finns möjlighet att ta del av matematik som uttrycks av andra. Denna handling är vanligt förekommande då läraren ställer frågor som är riktade till hela klassen. Det är då frivilligt att svara och eleven väljer att inte räcka upp handen. Nedan ges ett sådant exempel, där läraren Camilla vid en genomgång i halvklass har påbörjat ett mönster med hjälp av små plastnallar i olika färger. Hon vill att eleverna ska fortsätta mönstret.

Åk11a1: Färg på nästa nalle?

- Vad ska det vara för färg på nallen som ska vara här? frågar Camilla, och pekar.

Alla elever utom Esther, Teodor och Ludvig räcker upp handen.

- Grön, säger Rebecka.
- Grön ja, säger Camilla.

I excerpten ställer läraren en fråga som är riktad till hela elevgruppen, och i princip alla elever räcker upp handen för att svara. Tre elever väljer dock att inte räcka upp handen och kan därmed sägas iaktta på eget initiativ. De får i mötet möjlighet att ta del av svaret som Rebecka ger och får även möjlighet till ökad förståelse för mönster, men uttrycker inte själva någon matematik. Situationen blir även ett iakttagande möte för eleverna som har räckt upp handen utan att ha fått möjlighet att svara eftersom en annan elev har tilldelats ordet. Sådana iakttagande möten beskrivs vidare i nästa stycke.

Eleven iakttar utifrån andras förväntningar vid aktiviteter med matematikinnehåll

Vid flera tillfällen under matematiklektionerna får eleverna i årskurs 1 information och instruktioner i helklass, såsom vid genomgångar eller lektionssammanfattningar, och förväntas då vara tysta och iaktta. Dessa möten kan ske medan läraren berättar eller förklarar något men också vid tillfällen då klasskamrater har fått i uppgift att svara på frågor eller utföra uppdrag inför elevgruppen. Även vid smågruppsaktiviteter kan dessa möten förekomma, exempelvis då eleverna spelar spel som kräver att de iakttar när

det inte är deras tur, men också i situationer där klasskamrater uttrycker att de vill lösa gemensamma matematikuppgift på egen hand.

Vid dessa möten ges eleverna inte möjlighet att själva arbeta med och uttrycka matematik men kan ta del av den matematik som lärare eller klasskamrater uttrycker. Informationen uttrycks antingen enbart muntligt eller också med stöd av andra uttrycksformer, såsom skrift, bilder, föremål och kroppsspråk. Nedan ges ett exempel på en genomgång där eleverna förväntas vara tysta och iaktta medan läraren informerar dem om i vilken ordning de ska genomföra sina uppgifter under dagens matematiklektion.

Åk11a2: Man börjar på sidan nittioåtta

Camilla [lärare] går sen och ställer sig vid den lilla whiteboardtavlan där nedanstående information finns uppskriven:

1. [Bild på matematikboken] s. 98–101
2. → s. 98
3. [Bild på siffermasken]

Hon pekar på respektive punkt på tavlan samtidigt som hon pratar.

- Man börjar på sidan nittioåtta och jobbar till sidan hundraett, kan ni tänka er?! Sen efter det om man blir färdig så går man tillbaka och gör färdigt sidor. Och skulle man vara färdig med allting, alla oklippta sidor i boken och så, då tar man sin siffermask. Ok? Är det nån fråga? Edin?
- Vad ska man göra här? undrar Edin som redan har slagit upp sin mattebok.
- Då kommer jag till dig Edin, säger Camilla. Varsågoda och börja nu, säger hon sen till resten av klassen.

Medan läraren informerar är det underförstått att eleverna ska vara tysta och iaktta. I och med att eleverna också följer den normen genom att handla på detta vis, skapas ett iakttagande möte med matematik som eleverna deltar i. De får i detta möte möjlighet att ta del av den matematik som läraren uttrycker i sin genomgång i relation till en uppskriven arbetsordning. Arbetsordningen synliggörs dels genom numreringen 1–3, dels genom strukturen uppifrån och ner som läraren pekar på samtidigt som hon förklarar muntligt. Eleverna har även möjlighet att få ökad förståelse för de två tal som läraren har skrivit upp på whiteboarden (98 och 101) och som anger vilka sidor eleverna ska arbeta med. Detta eftersom hon muntligt uttrycker räkneorden samtidigt som hon pekar på respektive tal. Det iakttagande mötet fortsätter tills läraren avslutar det genom att hon ställer en fråga som bjuder in eleverna till att bidra med egna tankar och reflektioner. Det är först då som Edin kommer till tals. Hans fråga rör emellertid inte arbetsordningen utan uppgifterna i matematikboken. När läraren uppfattar att det

inte finns några andra frågor kring lektionens innehåll ber hon eleverna att påbörja arbetet i matematikboken.

Eleverna förväntas också iaktta då klasskamrater har i uppdrag att svara på frågor eller genomför uppgifter inför elevgruppen. Nedan ges ett sådant exempel. Läraren Camilla har här instruerat eleverna i att ställa sig på ett sätt som gör att de nu står på två rader, mittemot varandra.

Åk11a3: Stå på rad

I den ena raden står Camilla längst ut. Hon frågar Edin hur många det är som står i den raden.

- Fem, säger Edin.
- Hur många är de på den sidan, Zemar? frågar Camilla sen och pekar på den motsatta raden.
- Fem, säger Edin snabbt.
- Zemar? säger Camilla igen och kommenterar inte Edins svar.
- Fem, säger Zemar.
- Bra, vet ni vad? Det är *lika många* här, som det är på den sidan, eller hur? säger Camilla och pekar samtidigt på den ena och den andra raden.

I ovanstående excerpt uttrycker läraren Camilla implicit vilka handlingar som är och inte är önskvärda hos eleverna vid genomgången. Hon ställer frågor riktade direkt till två elever, Edin och Zemar, och hennes sätt att ge positiv respons när de svarar på sina frågor visar att de har handlat på ett korrekt sätt. När Edin däremot svarar på Zemars fråga ignoreras hans svar och frågan riktas än en gång till Zemar, vilket kan tolkas som att Edins handling inte är lämpligt i det här sammanhanget. Sådana handlingar från läraren föreskriver vilka elevhandlingar som är önskvärda och icke önskvärda i den aktuella genomgången. Att iaktta förefaller här vara den korrekta handlingen för elever som inte har ordet. Sådana handlingar från lärarens sida skapar på sikt normer kring hur eleverna bör handla vid liknande situationer framöver. I denna typ av situation förväntas alltså eleverna iaktta istället för att aktivt uttrycka sig fritt och svara på frågorna. I och med det ges enbart eleverna möjlighet att ta del av lärarens och klasskamraternas information om matematiken i genomgången, som i detta fall fokuserar på antal och begreppet lika många.

I situationen ovan förväntas eleverna iaktta medan deras lärare och två klasskamrater informerar. Det är dock inte bara då fysiska personer gör det som eleven i årskurs 1 förväntas iaktta, utan också när digitala resurser används i undervisningen för att informera och instruera kring matematik. Vid dessa tillfällen används klassrummets smartboard och informationen och instruktionerna kommer ifrån det läromedel i matematik som eleverna arbetar med. Det kan exempelvis vara bildstöd i form av uppslag från läroboken som läraren använder för att tydliggöra ett nytt innehåll men också

filmer som visar eleverna matematiska regler och sätt att tänka kring matematik. Precis som när läraren eller en elev pratar i en genomgång är det önskvärda beteendet hos eleverna att de enbart iakttar och inte själva uttrycker sig, vilket påpekas explicit genom hyschande från läraren om de ändå pratar. I nedanstående excerpt ger jag ett sådant exempel. Här får eleverna information om addition av tiotal och ental med hjälp av en film som visas på smartboarden där en berättarröst förklarar samtidigt som exempel ges i form av animeringar.

Åk11a4: Tiototal och ental

En ny bild visas, där 20 fåglar syns i två träd. [Tio fåglar i varje träd.]

- Tjugo, säger Jason.
- Schh! hyschar Camilla [lärare].

Tre fåglar till kommer flygande och sätter sig i buskarna till höger om träden.

- Tjugotre, säger Jason.
- Schhhh!!! hyschar Camilla igen.
- Två tiotal, och tre ental, säger berättarrösten. Tjugo plus tre, det är tjugotre. [Uttrycket $20 + 3 = 23$ visas samtidigt på skärmen.]

Utifrån ovanstående excerpt kan slutsatsen dras att det önskvärda beteendet inte är att uttrycka sig kring den matematik som blir synlig på skärmen, utan att vara tyst och iaktta. Läraren Camilla hyschar Jason både en och två gånger när han korrekt adderar och uttrycker antalet fåglar som syns på smartboarden. Här är det berättarrösten som ensam har ordet och arbetsdelningen är om möjligt ännu tydligare här än i förra exemplet när informationen kom från lärare och elever. I det fallet ignorerade enbart läraren elevens inlägg. En förklaring skulle kunna vara att det är svårare att pausa, backa och upprepa det som sägs vid ett filmklipp än då en fysiskt närvarande person informerar. Viktig information kan därmed lätt passera om någon avbryter berättarrösten. Normen att iaktta verkar oundvikligen vara oerhört stark medan eleverna informeras via ett filmklipp. När läraren vid ett liknande tillfälle pausar en film och upprepar en matematikuppgift som berättarrösten just har uttryckt blir det tydligt att den förut förväntade iakttagande handlingen under filmen får ge plats åt mer aktiva handlingar från elevernas sida. Under pågående filmklipp förväntas emellertid eleven att iaktta och ges då möjlighet att ta del av den matematik som beskrivs där med ord, symboler och bilder. I ovanstående exempel ges eleverna möjlighet till ökad förståelse för ental och tiotal samt hur dessa kan kopplas till varandra.

Frågeställande möten med matematik

Elever i årskurs 1 kan också ses ställa frågor kring matematik, där antingen frågan i sig har ett matematiskt innehåll eller där frågan ställs utifrån en situation där matematik behandlas. I och med det skapar eleven, i interaktion med den som besvarar frågan, ett frågeställande möte med matematik. Mötet kan innefatta både elever, lärare och material, och utvecklas på skilda sätt beroende på om det är en elev eller en lärare som besvarar frågan. Detta bidrar också till att mötet ger skilda möjligheter för eleven att utveckla sitt kunnande i matematik.

Frågorna som eleverna ställer är av olika slag och ställs av olika anledning, även om målet att få ett svar är detsamma. I årskurs 1 kan tre olika sätt att ställa frågor på urskiljas. Eleven kan *ställa bekräftelsefrågor kring matematik*, vilket innebär att eleven redan har en uppfattning om vad som är svaret, men ställer frågan för att få informationen bekräftad av någon annan. Eleven kan också *ställa undrande frågor kring matematik*, vilket innebär att eleven ställer frågan för att han eller hon faktiskt inte vet svaret, utan är verkligt intresserad av att få reda på det. Ett tredje sätt är att eleven *ställer följdfrågor kring matematik*, vilket innebär att eleven utgår ifrån innehållet som diskuteras eller behandlas för tillfället och ställer frågor kring det för att få större förståelse. I avsnitten nedan beskriver jag ovanstående handlingar i frågeställande möten med matematik mer ingående med exempel hämtade från empirin.

Eleven ställer bekräftelsefrågor kring matematik

Ett sätt för eleven att öppna upp ett frågeställande möte med matematik är genom att ställa bekräftelsefrågor till lärare eller klasskamrater. Eleven har då redan en uppfattning om svaret på frågan men frågar ändå för att försäkra sig om att det stämmer. Nedan ges ett exempel på denna handling, där Ludvig under en matematiklektion reflekterar över ”pengaräkning”. Han och två klasskamrater spelar ”Monsterspelet”, ett tärningsspel där tärningen visar hur många kronor de får plocka ur en skål med mynt.

Åk1F1: ”Pengaräkning”

- Men hörredu Michael, visst räknar man inte så här på pengar: en, två, tre, fyra, säger Ludvig och pekar samtidigt på sina två tiokronor och två enkronor. Det gjorde jag en gång, när jag var fem år. Och nu är jag sex, fortsätter han och då vet jag att det här är tio, tio, en, en.

Michael nickar lite förstrött och fortsätter att summera hur många kronor var och en har.

Ludvig visar i ovanstående excerpt hur han menar att pengar inte ska räknas samman. Han gör det genom att peka på mynten en och en och räkna ”en, två, tre, fyra”, och vill få det bekräftat av Michael. Ludvig ställer inte frågan för att han vill ha hjälp med hur han egentligen borde räkna. Han fortsätter nämligen med att uttrycka att han vet hur de ska räknas nu när han är sex år. Sättet att hänvisa tillbaka till vad han trodde när han var fem år visar på att han är medveten om att han har lärt sig något om ”pengarräkning” nu när han är äldre. Trots det ger hans inledande ”Visst...” en liten vink om att han ändå är en aning osäker och vill få informationen bekräftad. Michael ger honom den bekräftelsen, om än i form av en lätt huvudnickning, och Ludvigs kunnande kring att räkna med mynt intygas. Frågan ger honom på det viset möjlighet att stärka tilltron till sin förmåga.

I ovanstående exempel var informationen i elevens bekräftelsefråga korrekt, men ibland kan eleven ha fel i sina antaganden, som i nedanstående excerpt, där Alma precis har löst en uppgift i sin matematikbok, och nu ska gå vidare till nästa uppgift.

Åk1F2: Två här med?

Alma skriver en fyra i rutan och kommer sen till nästa uppgift. Hon tittar lite på den.

- Ska jag ta bort två här med? frågar hon Rebecka.
- Nä, säger Rebecka, och håller upp sex fingrar igen. Nu ska du ta bort tre, säger hon och visar.

I excerpten ovan har Alma just löst en uppgift på ett visst sätt och frågar sedan sin klasskamrat Rebecka om även nästa uppgift ska lösas samma sätt. Rebecka nekar och förklarar därefter hur hon ska göra istället. Här bidrar alltså Almas bekräftelsefråga, trots att den innehåller felaktig information, inte bara till att hon undviker att svara fel på uppgiften utan också till att hon får möjlighet att utvidga sin förståelse kring räkneoperationen. På liknande sätt kan bekräftelsefrågor även i andra situationer bidra till att elevers missuppfattningar kring matematik uppdagas och reds ut genom de svar som erhålls.

Eleven ställer undrande frågor kring matematik

Ett annat sätt som eleven ses öppna upp ett frågeställande möte med matematik på är genom att ställa undrande frågor kring matematik. Frågan ställs för att eleven faktiskt inte vet svaret, utan vill eller behöver ta reda på det för att exempelvis lösa en matematikuppgift. Nedan ges ett sådant exempel, där eleverna arbetar individuellt i sina matematikböcker. Uppgifterna som de jobbar med handlar om mönster och går ut på att titta på en bild som är ritad på ett rutnät, och sedan kopiera den till ett tomt rutnät bredvid

det andra. Bilderna består av olika geometriska figurer som satts ihop så att de föreställer exempelvis ett hus, en bil och så vidare.

Åk1F3: Kopiera bilder

Sedan ska Anna kopiera en annan bild.

- Det är så svårt! uttrycker hon. Hur ska man göra? frågar hon mig.
- Fråga Camilla [lärare], säger jag, och Anna räcker upp handen. Camilla kommer strax till henne och Anna upprepar frågan. Camilla säger då att Anna kan börja med de röda fyrkanterna så kanske det blir lättare.

I excerpten ovan uttrycker Anna att uppgiften är svår och frågar mig hur man ska göra. Till skillnad från frågor som ställs i bekräftande syfte uttrycker Anna här ingen egen idé om hur hon ska ta sig an uppgiften. Hon räcker upp handen och upprepar sedan frågan till sin lärare. Läraren hjälper Anna med att påbörja uppgiften genom att bryta ner den och ge förslag på hur hon kan börja. Genom att ställa undrande frågor på detta och liknande vis får eleverna möjlighet att utöka sin förståelse för den matematik som de arbetar med för tillfället.

Eleven ställer följdfrågor kring matematik

En annan handling som startar upp ett frågeställande möte är när eleven ställer frågor för att bättre förstå det som en lärare eller klasskamrat just har visat, informerat eller instruerat om, kopplat till matematik. Genom frågan skapas ett möte med matematik utifrån det som eleven undrar över, där matematiken som behandlas förklaras tydligare, vilket kan ses i följande excerpt. Här håller läraren Camilla en genomgång utifrån ett uppslag från matematikboken som syns på smartboarden. Två mycket detaljrika bilder finns på uppslaget, som båda föreställer samma kök med ett uppdukat frukostbord. Bilderna skiljer sig dock åt på detaljnivå. Den ena bilden föreställer köket före och den andra efter att frukosten ätits.

Åk1F4: Vad är färre?

- Då skulle jag vilja fråga så här då. Är det nån som ser nånting som det finns färre av på den här bilden [pekar på den vänstra bilden], än på den där? [pekar på den högra] Nånting som det finns *färre* av, upprepar Camilla.
- Vad är *färre*? frågar Edin.
- Färre ja, det är motsatsen till fler, säger Camilla. Vad finns det färre av, Nathalie?
- Fjädrar, säger Nathalie som har räckt upp handen.
- Fjädrar. För hur många fjädrar finns det här? frågar Camilla och pekar på den högra bilden.

- Två, säger Axel.
- Två ja. Och på den här sidan, Robin, hur många fjädrar finns det här?
- Noll, säger Robin.
- Noll, och det är färre än två, säger Camilla.

I och med att Edin uttrycker sin undran över begreppet ”färre” får han möjlighet att utöka sin förståelse för det. Läraren förklarar att det är motsatsen till fler och i det efterföljande samtalet, där hans klasskamrater ingår, får han ytterligare möjlighet att utöka sin förståelse. Läraren förtydligar begreppet dels muntligt, dels genom att hänvisa till bilden på smartboarden. Genom att ställa följdfrågor ges eleven alltså möjlighet till att få ökad förståelse för det innehåll som behandlas i den aktuella situationen. Dessutom har klasskamraterna som deltar i mötet möjlighet att ta del av matematiken som uppmärksammas.

Vid smågruppsarbete kan även klasskamrater ses besvara följdfrågor, vilket ges exempel på i excerpten nedan. Klassen har här matteverkstad, vilket innebär att de arbetar i smågrupper med matematik vid olika ”stationer”. Vid en ”station” turas eleverna om att vara expedit och kunder i en låtsasaffär. Fyra elever ingår i nedanstående excerpt.

Åk1F5: Får man inte pengar tillbaka?

Edin [kund] handlar flera varor. Leon [expedit] ställer upp dem på bänken, medan Nathalie [också expedit] summerar varorna högt. Hon tar en vara i taget och adderar priset till det förra.

- Tjugoåtta, säger hon när hon är klar.

Edin räknar pengarna i sin skål och lägger upp jämna 28 kronor.

- Får man inte pengar tillbaka? undrar Anna [också kund] som står bredvid.
- Jo, om man betalar för mycket, säger Nathalie.
- Om man betalar mer kan man få tillbaka lite, fortsätter Leon.

I ovanstående excerpt där Edin är kund har klasskamraten Anna stått bredvid och iakttagit. När Edin betalar undrar hon om han inte ska få pengar tillbaka? Anna tänker sannolikt på växel. Tidigare under samma lektion har nämligen andra elever fått pengar tillbaka när de har handlat. Anna verkar dock utgå ifrån att så alltid är fallet. Genom sin följdfråga får hon dock två förklaringar till varför Edin inte får pengar tillbaka vid detta köp. Nathalie uttrycker att pengar kan ges tillbaka ”om man betalar för mycket”, och Leon förtydligar att ”om man betalar mer kan man få tillbaka lite”. Anna får här, till följd av sin fråga, möjlighet att vidga sin kunskap kring växling, varför kunden ibland får och ibland inte får pengar tillbaka vid ett köp.

Sammanfattningsvis kan dessa möten med matematik, där eleverna ställer följdfrågor, bidra till att utveckla elevernas förståelse för matematik som de själva vill eller behöver veta mer om i den aktuella situationen.

10. Matematikverksamheter i förskoleklassen och årskurs 1

Utifrån de resultat som den empirinära analysen av elevers möten med matematik bidragit till gjordes en fördjupad analys med hjälp av teoretiska begrepp hämtade från verksamhetsteorin. I detta kapitel presenteras resultaten från denna analys. Ett huvudantagande inom verksamhetsteorin är att olika verksamheter byggs upp av handlingar som utförs av de människor som ingår i den. Vidare anses handlingarna färgas av verksamheten, vilket bidrar till en ömsesidig påverkan som hela tiden återskapar och förändrar den (Engeström, 1987; Leontiev, 1986). Genom att analysera elevers matematikhandlingar och den kontext i vilka de utförs, finns därmed möjlighet att skapa en djupare förståelse för elevers möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1.

Föreliggande kapitel består av tre övergripande avsnitt där resultaten av min verksamhetsteoretiska analys presenteras: ett för förskoleklassen, ett för årskurs 1 samt ett där dessa resultat jämförs. I de två första avsnitten återfinns de matematikverksamheter som jag har urskilt i den teoretiska analysen. Varje verksamhet presenteras utifrån subjektets *handlingar*, vilka *artefakter* som används i verksamheten, *objektet* för verksamheten, *gemenskapen*, *arbetsdelningen* och vilka *regler* som finns i de olika verksamheterna. Därefter argumenterar jag för vilket möjligt lärande i matematik, i form av matematiska förmågor, som verksamheten erbjuder. Utgångspunkten är nedanstående modell (se figur 9), vilken också presenterades i kapitel 3. Här är den emellertid kompletterad med Engeströms (1987) verksamhetsteoretiska begrepp för respektive nod.

Figur 9

Modell för en matematikverksamhet, kompletterad med verksamhetsteoretiska begrepp i fet stil

Kommentar. Verksamhetsteoretiska begrepp i fet stil hämtade från *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research* (s. 78), av Y. Engeström, 1987, Helsingfors universitet (min översättning i figuren).

Kapitlet avslutas med att matematikverksamheterna i förskoleklassen och årskurs 1 jämförs. Här lyfter jag också fram några poänger som kan vara av betydelse för elevernas möjligheter till lärande i matematik. I tabell 7 nedan presenteras en sammanställning av de matematikverksamheter, i förskoleklassen och årskurs 1, som den verksamhetsteoretiska analysen resulterat i.

Tabell 7*Matematikverksamheter i förskoleklassen och årskurs 1*

Förskoleklass	Årskurs 1
En begreppsövande matematikverksamhet	En begrepps- och metodövande matematikverksamhet
En prövande lösningsorienterande matematikverksamhet	En fokuserad lösningsorienterande matematikverksamhet
En fritt utforskande matematikverksamhet	En parallellt utforskande matematikverksamhet

Matematikverksamheter i förskoleklassen

Tre olika matematikverksamheter kunde urskiljas i förskoleklassen: *en begreppsövande matematikverksamhet*, *en prövande lösningsorienterande matematikverksamhet* samt *en fritt utforskande matematikverksamhet*. Nedan presenteras de i varsitt avsnitt.

En begreppsövande matematikverksamhet

I den begreppsövande matematikverksamheten övar eleverna på och visar vad de kan kring olika matematiskt innehåll med fokus på matematiska begrepp. Språkliga artefakter har en framträdande plats och eleverna ägnar sig åt att framförallt muntligt besvara frågor som ställs av läraren. Huvudsakligen ägnar sig eleverna åt att ge svar som kan relateras till deras kunskaper om olika matematiska begrepp kopplade till tal, geometriska objekt och mönster. Eleverna ägnar sig också åt att ta del av information som lärare och klasskamrater delar med sig av.

I verksamheten arbetar lärare och elever tillsammans i vad som kan beskrivas som ett positivt, stöttande klimat. I helklassituationer informerar läraren och visar på exempel, sammanfattar innehåll, ställer frågor och ger uppgifter. Läraren följer också upp svar och ger kort feedback samt fördelar ordet. Eleverna ägnar sig åt att lyssna och ta del av innehållet samt besvara och genomföra tilldelade frågor och uppgifter. Vid individuellt arbete ställer läraren frågor och ger eleverna uppgifter samt följer upp och ger feedback medan eleverna förväntas besvara och utföra dem. Eftersom

det inte förekommer något samarbete mellan eleverna i verksamheten sker inte någon arbetsdelning mellan eleverna.

I verksamheten finns regler i form av sociala normer om att sitta still på sin plats och räcka upp handen för att svara men också om att uppmärksamt ta del av innehållet när någon annan har ordet. I början av läsåret finns en större acceptans från läraren för att eleverna pratar fritt, medan läraren är mer konsekvent med att reglerna efterföljs mot läsårets slut. Att svara rätt på frågor och uppgifter är en annan norm i verksamheten. Beroende på om läraren riktar frågorna eller uppgifterna till specifika elever eller inte, finns det ett visst utrymme för handlingsfrihet för eleverna vad gäller att besvara/utföra dem eller inte. När det är möjligt väljer vissa elever att tyst invänta sina klasskamraters svar, medan andra räcker upp handen för att svara, även om de inte behöver.

Sammanfattningsvis, erbjuder den begreppsövande matematikverksamheten eleverna att själva uttrycka matematik genom att öva på olika matematiska begrepp, både skriftligt och muntligt, men också att erfara matematik genom att uppmärksamma det som andra uttrycker i verksamheten. Huvudsakligen ges eleverna möjlighet att utveckla sin begreppsliga förmåga i verksamheten, i relation till exempelvis tal och tals användning, mönster och geometriska objekt.

En prövande lösningsorienterande matematikverksamhet

I den prövande lösningsorienterande matematikverksamheten löser eleverna tilldelade uppgifter med stöd av konkret material, ofta i samspråk med varandra. Uppgifterna är inte uttalat matematikfokuserade men ger på ett lekfullt sätt eleverna möjlighet att erfara matematik utifrån eget intresse, när de prövar sig fram till en lösning. Det kan exempelvis handla om att eleverna uppmärksammar antal, storleksförhållanden och egenskaper hos objekt.

I verksamheten är det framförallt små grupper av elever som arbetar tillsammans. Läraren förekommer i verksamheten, men i periferin. Eleverna visar stort intresse, småpratar med varandra och hjälps åt under arbetets gång. Stämningen är tillåtande på så vis att eleverna kan uttrycka sina egna tankar och idéer och får ofta vara kreativa i sina lösningar, även om uppgiften står i fokus. Läraren tilldelar eleverna uppgifter, instruerar kring vad som ska göras och fördelar arbetet mellan eleverna. Läraren följer också upp uppgifterna och ger eleverna feedback. Eleverna ägnar sig åt att lösa uppgifterna med hjälp av det material de har tillgång till, ofta tillsammans med varandra och utan hjälp av läraren. De delar även upp gemensamt arbete mellan sig.

Vidare omfattas verksamheten av regler i form av sociala normer om att eleverna förväntas arbeta aktivt med och lösa tilldelade uppgifter samt samarbeta kring gemensamma uppgifter. Det förekommer också normer om att eleverna bör följa de instruktioner som läraren har uppgett, vilka beskriver vad eleverna ska göra, men inte hur de ska göra.

Sammanfattningsvis, erbjuder den prövande lösningsorienterade matematikverksamheten eleverna att vara aktiva genom att testa olika tillvägagångssätt för att lösa tilldelade uppgifter, resonera kring sina val och kommunicera matematik med sin omgivning. Eleverna ges därmed möjlighet att utveckla sin kommunikationsförmåga i relation till olika matematiska fenomen som de uppmärksammar under lösningsprocessen, men också sin förmåga att föra och följa olika matematiska resonemang.

En fritt utforskande matematikverksamhet

I den utforskande matematikverksamheten väljer eleverna själva vilka aktiviteter de engagerar sig i, och det finns inga krav på att genomföra dem på ett visst sätt. De undersöker hur olika matematiska fenomen och objekt hänger samman, ställer intresserade frågor och söker, argumenterar för och beskriver lösningar på problem (som de ofta själva identifierar). Eleverna utgår vanligen från fysiska artefakter som finns i omgivningen, exempelvis konkret material, för att utforska, antingen på egen hand eller tillsammans med varandra. De använder också språkliga artefakter, huvudsakligen i form av talat språk, ofta i kombination med kroppsspråk, för att resonera och kommunicera med varandra inför och under sitt utforskande samt för att dela med sig av sina insikter.

Verksamheten kännetecknas av ett trivsamt och positivt klimat, där eleverna samarbetar och utbyter information med varandra. Eleverna är aktiva och väljer själva vad de vill göra, många gånger i samspråk med varandra. Eleverna delar också själva upp arbetet mellan sig när de samarbetar. Läraren befinner sig vanligen lite i periferin men ser till att arbetet flyter på och stöttar om eleverna ber om hjälp. Emellanåt deltar läraren aktivt i aktiviteterna, och bidrar då med egna tankar och föreslår lösningar på problem.

Verksamheten styrs av få regler och kan därför beskrivas som relativt fri, även om det förekommer grundläggande sociala normer om att ha en vänlig ton, dela med sig och att låta de som vill få vara med.

Sammanfattningsvis erbjuder den fritt utforskande matematikverksamheten eleverna att själva vara aktiva och utforska matematik på egen hand på olika sätt. Den möjliggör en utveckling av flera olika matematiska förmågor beroende på vad eleverna väljer att engagera sig i. I förgrunden finns emellertid kommunikationsförmåga, resonemangsförmåga och

problemlösningsförmåga, som eleverna ges möjlighet att utveckla i relation till exempelvis geometriska objekt, mönster, mätning, tal och tals användning.

Matematikverksamheter i årskurs 1

I följande tre avsnitt presenteras de tre matematikverksamheter som urskiljdes i årskurs 1: *en begrepps- och metodövande matematikverksamhet, en fokuserad lösningsorienterande matematikverksamhet samt en parallellt utforskande matematikverksamhet.*

En begrepps- och metodövande matematikverksamhet

I en begrepps- och metodövande matematikverksamhet övar eleverna på matematiska begrepp och olika metoder genom att muntligt eller skriftligt besvara frågor och uppgifter individuellt men också genom att ta del av information från lärare och svar från sina klasskamrater. Framförallt fokuseras kunskaper om tal och tals relationer i verksamheten, liksom hur olika beräkningar kan genomföras.

I verksamheten ges mycket begränsat utrymme för egna idéer, spontana samtal och gemensamma diskussioner kring matematik. Det är vanligen mycket lugnt och tyst i klassrummet. Läraren har stort talutrymme i helklassituationer och informerar, visar på exempel, sammanfattar, ställer frågor och tilldelar uppgifter. Läraren följer också upp svar och ger kort feedback samt fördelar ordet mellan eleverna. Eleverna ägnar sig åt att lyssna och ta del av information och instruktioner samt besvara frågor och utföra uppgifter. I samband med individuellt arbete visar läraren inledningsvis vilka uppgifter eleverna ska arbeta med, ger instruktioner om vilka metoder som ska användas och går sedan runt i klassrummet och hjälper eleverna där det behövs (ej vid testsituationer) medan eleverna på egen hand arbetar med uppgifterna.

I verksamheten finns flertalet regler som styr eleverna att hålla sig till det matematiska innehåll som behandlas för tillfället samt att använda angivna tillvägagångssätt och metoder. Det finns också en tydlig norm om att frågor som ställs och uppgifter som ges kring matematik bör besvaras och utföras korrekt. Vidare förekommer sociala normer om att sitta på sin plats och räcka upp handen för att få ordet, vilket läraren är mycket konsekvent med. Dessutom förväntas eleverna dels delta aktivt i aktiviteterna genom att besvara frågor och utföra uppgifter när de uppmanas till det, dels vara tysta och uppmärksamt ta del av innehåll som klasskamrater eller lärare uttrycker när de förväntas göra det. Eleverna kan emellertid i viss mån

välja hur de deltar i aktiviteterna beroende på om läraren riktar sina frågor och uppgifter till specifika elever eller inte. När läraren ställer frågor till hela elevgruppen räcker vissa elever upp handen, även om de inte behöver, medan andra istället avvaktar och tar del av sina klasskamraters svar. Ytterligare sociala normer i verksamheten blir synliga i samband med individuella, skriftliga uppgifter. De föreskriver att eleverna bör eftersträva att komma framåt med och slutföra tilldelade uppgifter så fort som möjligt, men också att de bör begränsa sina samtal och inte störa varandra. Låg samtalston förordas vid skriftligt individuellt arbete och inga som helst samtal får förekomma vid skriftlig individuell kunskapsredovisning.

Sammanfattningsvis erbjuder den begrepps- och metodövande matematikverksamheten eleverna att uttrycka och bearbeta matematik på egen hand genom att öva på olika metoder och begrepp, men också att erfara matematik genom att uppmärksamma det som andra säger och gör. Verksamheten ger huvudsakligen eleverna möjlighet att utveckla begreppslig förmåga och metod- och beräkningsförmåga i relation till exempelvis tal och tals användning och geometriska objekt.

En fokuserad lösningsorienterad matematikverksamhet

I den fokuserade lösningsorienterade matematikverksamheten arbetar eleverna med konkret material och specifika matematiska metoder för att lösa tilldelade uppgifter, huvudsakligen tillsammans. Uppgifterna har ett tydligt matematikfokus och eleverna tränar på särskilda metoder. Samtidigt ges eleverna möjlighet att kommunicera med varandra och därmed öva upp sin förmåga att använda termer och begrepp som är relaterade till det matematiska innehållet. I verksamheten nyttjas alltid konkret material men också bilder och skriftliga symboler. Eleverna utgår ifrån dem när de arbetar med och löser uppgifterna men använder dem också som stöd när de muntligt kommunicerar och samarbetar med varandra.

Verksamheten kännetecknas av smågruppsarbete med ett gott arbetsklimat, där eleverna är intresserade och många gånger hjälps åt och samarbetar när uppgifterna lämpar sig för det. Emellertid ses ibland ett visst mått av konkurrens mellan eleverna, vilket visar sig i att de ifrågasätter varandras kunskaper. I verksamheten instruerar läraren om hur uppgiften ska utföras och vilka matematiska metoder och begrepp som ska användas och fokuseras. Läraren delar också in eleverna i grupper samt följer upp resultat och ger feedback när aktiviteterna avslutats. Eleverna genomför och löser uppgifterna med hjälp av de material de har att tillgå och genom att ta hjälp av varandra. Läraren befinner sig under tiden i periferin men tittar då och då till elevernas arbete för att se hur det fortlöper.

Verksamheten omfattas vidare av regler i form av sociala normer som föreskriver att eleverna förväntas arbeta aktivt med och lösa tilldelade uppgifter samt hjälpas åt med gemensamma uppgifter. Det finns även mer uttalade regler kring förhållningssätt gentemot varandra, som läraren påtalar muntligt. Dessutom förekommer normer i verksamheten som innefattar att eleverna bör fokusera på aktuellt matematiskt innehåll, använda de matematiska metoder som läraren angett inför uppgiften och att komma fram till ett rimligt svar.

Sammanfattningsvis erbjuder den fokuserade lösningsorienterade matematikverksamheten eleverna att aktivt, tillsammans, utveckla förståelse för och använda olika matematiska begrepp och metoder genom att lösa tilldelade uppgifter. Verksamheten möjliggör för eleverna att utveckla olika matematiska förmågor, huvudsakligen kommunikationsförmåga och metod- och beräkningsförmåga i förhållande till exempelvis tal och tals användning och mönster, men i viss mån också begreppslig förmåga i förhållande till det aktuella matematiska innehållet.

En parallellt utforskande matematikverksamhet

I en parallellt utforskande matematikverksamhet ägnar sig eleverna åt att utforska matematik vid sidan av den ordinarie undervisningen. Eleverna utforskar i den här verksamheten matematik på eget initiativ och på skilda sätt. Deras fokus ligger huvudsakligen inte i att finna rätt svar utan på att upptäcka, urskilja och beskriva matematik för sin omgivning, samt att få veta mer om matematik. När eleverna utforskar i smågrupper utgår de vanligen från något konkret material som de samarbetar kring samtidigt som de muntligt resonerar och diskuterar med varandra. I helklassituationer tar eleverna istället fasta på detaljer i lärarens beskrivningar, som de sedan ställer frågor eller för fram sina tankar kring.

Verksamheten utgörs ofta av några få elever, vanligen två, och kännetecknas av en positiv stämning och ett gott samtalsklimat. Eleverna är motiverade, nyfikna och intresserade av den matematik de väljer att engagera sig i. Huvudsakligen utforskar de matematik tillsammans med varandra utan lärarens inblandning och bestämmer själva hur det ska gå till. I helklassituationer kan emellertid läraren vara del i verksamheten genom att besvara elevernas frågor eller bemöta deras inlägg.

I verksamheten finns inga tydliga regler för utforskandet i sig. Det sker på elevernas egna villkor, utan krav på specifika matematiska metoder eller innehåll. Däremot begränsas verksamheten av regler som innefattar att eleverna egentligen förväntas fokusera på den ordinarie undervisningens innehåll och uppgifter. Det innebär att utforskandet kan pågå så länge det inte "upptäcks", och visar sig i att eleverna många gånger utforskar "i

smyg”, och avbryter sitt utforskande när läraren kommer förbi. Det visar sig också i att matematiska idéer eller resonemang som eleverna för fram i helklassammanhang inte får lika stort utrymme om de inte fokuserar på det matematiska innehåll som behandlas i den ordinarie undervisningen.

Sammanfattningsvis erbjuder den parallellt utforskande matematikverksamheten eleverna att själva vara aktiva och utforska matematik i sin omgivning. Eleverna ges möjlighet att utveckla flera matematiska förmågor, i huvudsak förmåga att kommunicera och föra resonemang, men också problemlösningsförmåga. Detta i relation till exempelvis tal och tals användning, mätning och mönster.

Likheter och skillnader mellan matematikverksamheterna i förskoleklassen och årskurs 1

I ovanstående resultatredovisning framgår att de olika matematikverksamheterna som urskilts i förskoleklassen och årskurs 1 i studien ger eleverna möjlighet att utveckla olika kunskaper i matematik. Förutsättningarna i respektive verksamhet, i form av artefakter, gemenskap, arbetsdelning och regler, påverkar vilka matematikhandlingar som är möjliga, och därmed också vad eleven ges möjlighet att lära. I tabell 8 nedan presenteras en sammanställning av matematikverksamheterna i förskoleklassen och årskurs 1.

Studerar tabellen kan både likheter och skillnader mellan matematikverksamheterna i förskoleklassen och årskurs 1 ses. En likhet som kan lyftas är att det förekommer en övande, en lösningsorienterande och en utforskande matematikverksamhet i båda skolformerna. Jämförs dessa sinsemellan framgår det att artefakterna och arbetsdelningen för motsvarande matematikverksamhet är likartade i de båda skolformerna. Exempelvis nyttjar eleverna språkliga artefakter i de båda övande matematikverksamheterna för att besvara frågor och ta del av information från lärare och klasskamrater, och i de båda lösningsorienterande matematikverksamheterna nyttjar eleverna fysiska och språkliga artefakter för att lösa tilldelade problem.

En skillnad som däremot framgår av tabellen är att det läggs större vikt vid särskilt matematiskt innehåll och korrekta matematiska metoder i matematikverksamheterna i årskurs 1 än i förskoleklassen. Det kan exempelvis ses om regler och arbetsdelning i verksamheterna i de båda skolformerna jämförs. Matematiska metoder och lösningsstrategier har en tydlig plats i årskurs 1 medan eleverna i förskoleklassen huvudsakligen är fria att själva bestämma vilken matematik de fokuserar på och vilka metoder de använder.

Tabell 8
Sammanställning av matematikverksamheterna i förskoleklassen och årskurs 1

	Matematikverksamheter i förskoleklassen				Matematikverksamheter i årskurs 1		
	Begreppsövande	Prövande lösningsorienterande	Prövar	Utforskar	Begrepps- och metodövande	Fokuserad lösningsorienterande	Parallellt utforskande
Elevers handlingar	Övar			Utforskar	Övar	Övar	Utforskar
Arrefter	Språkliga	Fysiska och språkliga	Fysiska och språkliga	Fysiska och språkliga	Språkliga	Fysiska och språkliga	Fysiska och språkliga
Objekt	Matematiska begrepp	Olika matematik beroende på vad enskilda elever fokuserar på i uppgiften	Olika matematik beroende på vad enskilda elever engagerar sig i	Olika matematik beroende på vad enskilda elever engagerar sig i	Matematiska begrepp och metoder	Matematiska metoder och begrepp	Olika matematik beroende på vad enskilda elever engagerar sig i
Gemenskap	Positivt, stöttande klimat mellan lärare och elever	Positivt, engagerat arbetsklimat mellan eleverna	Positivt, engagerat arbetsklimat mellan eleverna	Trivsamt, uppmuntrande klassrumsklimat vid det elevengagemangssamma utforskandet	Lugnt och tyst, stöttande klimat mellan lärare och elever	Positivt, engagerat arbetsklimat mellan eleverna, ibland tävlande	Positivt, engagerat arbetsklimat mellan eleverna
Arbetsdelning	Läraren informerar och ger uppgifter, eleverna övar genom att ge svar och lyssna till lärarna och kamraternas svar	Läraren instruerar eleverna om vad som ska göras, eleverna deltar i lösningen av uppgiften	Lärarna bestämmer vad som ska utföras och hur det ska utföras	Eleverna bestämmer vad som ska utföras och hur det ska utföras	Läraren informerar och ger uppgifter, eleverna övar genom att ge svar och lyssna till lärarna och kamraternas svar	Läraren instruerar eleverna om vad som ska göras och hur det ska göras, eleverna deltar i lösningen av uppgiften	Eleverna bestämmer vad som ska utföras och hur det ska utföras
Regler	För hur samtalet i klassrummet genomförs, göra rätt	Uppgiften ska slutföras, men eleverna har möjlighet att välja hur	Förhållningsregler om hur eleverna ska vara mot varandra	Förhållningsregler om hur eleverna ska vara mot varandra	För hur samtalet i klassrummet genomförs och hur eleverna ska arbeta med matematiken, göra rätt	Uppgiften ska slutföras med specifika matematiska metoder, rimlig lösning	”Laglöst” tills regler om att återgå till ordinarie undervisning infinner sig
Möjligt lärande	Kunskap om begrepp	Kommunicera och resonera om matematiska fenomen	Kommunicera och resonera om matematiska fenomen, lösa problem	Kommunicera och resonera om matematiska fenomen, lösa problem	Kunskap om begrepp och metoder	Kommunicera om matematiska fenomen, kunskaper om metoder och begrepp	Kommunicera och resonera om matematiska fenomen, lösa problem

I tabell 8 ovan framträder också en annan skillnad om matematikverksamheterna *inom* varje skolform jämförs. Om vi exempelvis går från den begrepps- och metodövande matematikverksamheten i årskurs 1, via den fokuserade lösningsorienterade, till den parallellt utforskande, ökar elevernas valmöjligheter. De ges större möjlighet att nyttja flera olika artefakter och att samarbeta med varandra i den utforskande matematikverksamheten än i den övande, samtidigt som verksamheten inte är lika reglerad vad gäller vilken matematik som ska vara i fokus. Eleverna ges med andra ord möjlighet att i större utsträckning själva välja vad de arbetar med och hur de gör det i den utforskande matematikverksamheten. Förskoleklassens matematikverksamheter följer samma mönster, även om valfriheten ökar betydligt redan vid en förflyttning från den övande till den lösningsorienterade matematikverksamheten eftersom elevernas samtal då inte längre regleras.

Jämförelserna ovan kan sammanfattas i nedanstående modell (se figur 10). I modellen återfinns de olika matematikverksamheterna i förskoleklassen och årskurs 1 samt en vågrät och en lodrät pil. Den vågräta pilen representerar en rörelse mot en mer formell matematikverksamhet medan den lodräta pilen visar en rörelse mot ökad handlingsfrihet för varje verksamhet uppåt i figuren. I det följande kommer jag att utgå från denna modell för att jämföra verksamheterna.

Figur 10

Modell som illustrerar en rörelse mot en mer formell matematikverksamhet åt höger i modellen samt en rörelse mot en ökad handlingsfrihet för eleverna i matematikverksamheterna uppåt i modellen.

Ser vi till den vågräta pilen i modellen ovan blir det tydligt att matematikverksamheterna i förskoleklassen har mindre fokus på formell matematik än de i årskurs 1. I resultaten framkommer att undervisningen i förskoleklassen huvudsakligen utgår från elevernas intresse och utforskande lek medan den i årskurs 1 är mer förutbestämd utifrån kursplanens mål och innehåll. Matematikundervisningen kan alltså sägas vara mindre formell i förskoleklassen än i årskurs 1. I förskoleklassen ges eleverna möjlighet att undersöka och upptäcka matematik medan eleverna i årskurs 1 framförallt övar på matematik. Denna skillnad framträder i olika utsträckning i de olika verksamheterna. Den visar sig i den övande verksamheten genom att eleverna i förskoleklassen, till skillnad mot i årskurs 1, inte behöver hålla sig till det matematiska innehållet i samma utsträckning och att matematiska metoder inte fokuseras. Detta återkommer i den lösningsorienterade matematikverksamheten. I denna verksamhet får eleverna i förskoleklassen testa sig fram och erfara matematik som de själva intresserar sig för. I årskurs 1 arbetar eleverna istället med uppgifter kring ett specifikt matematiskt innehåll för att öva på olika matematiska metoder och begrepp. Vad gäller den utforskande matematikverksamheten som återfinns i de båda skolformerna och som fokuserar på elevernas eget utforskande, visar sig skillnaden i att verksamheten är begränsad i årskurs 1. Utforskandet genomförs där många gånger i smyg medan fritt utforskande uppmuntras och ges stort utrymme i förskoleklassen.

Studerar istället matematikverksamheterna inom respektive skolform, det vill säga utifrån den lodräta pilen i modellen, blir det synligt att de erbjuder eleverna olika handlingsmöjligheter. Elevernas matematikhandlingar är mer styrda i de övande matematikverksamheterna än i de andra verksamheterna. Handlingsfriheten ökar för varje verksamhet uppåt i modellen. Dock ska modellen inte tolkas som att de verksamheter som är placerade bredvid varandra erbjuder eleverna samma handlingsfrihet. Handlingsfriheten är större i förskoleklassen. Eleverna har där större möjlighet att själva välja vad de arbetar med och hur de arbetar med matematikrelaterade uppgifter.

De olika matematikverksamheterna erbjuder vidare eleverna i förskoleklassen och årskurs 1 att utveckla flera olika matematiska förmågor, i huvudsak de som kan ses i figur 11 nedan.

Figur 11

Sammanställning av de matematiska förmågor som eleverna huvudsakligen ges möjlighet att utveckla i de olika matematikverksamheterna i förskoleklassen och årskurs 1

F-klass	Begreppsövande matematikverksamhet	Begreppslig förmåga
	Prövande lösningsorienterande matematikverksamhet	Kommunikationsförmåga Resonemangsförmåga
	Fritt utforskande matematikverksamhet	Kommunikationsförmåga Resonemangsförmåga Problemlösningsförmåga
Åk 1	Begrepps- och metodövande matematikverksamhet	Begreppslig förmåga Metod- och beräkningsförmåga
	Fokuserad lösningsorienterande matematikverksamhet	Kommunikationsförmåga Metod- och beräkningsförmåga Begreppslig förmåga
	Parallellt utforskande matematikverksamhet	Kommunikationsförmåga Resonemangsförmåga Problemlösningsförmåga

I resultatet framgår att eleverna i förskoleklassen ges möjlighet att i huvudsak utveckla begreppslig förmåga, kommunikationsförmåga, resonemangsförmåga och problemlösningsförmåga, vilket synliggörs i figuren ovan. Det är också dessa matematiska förmågor som kan urskiljas i läroplanens tredje del, där förskoleklassens undervisningsuppgifter skrivs fram (Skolverket, 2019a). I årskurs 1 ges eleverna, förutom dessa förmågor, även möjlighet att utveckla metod- och beräkningsförmåga, vilket ligger helt i linje med de matematiska förmågor som förs fram i kursplanen för matematik (Skolverket, 2019a). Metod- och beräkningsförmåga ligger alltså inte i förgrunden i förskoleklassens matematikverksamheter medan den gör det i två av tre verksamheter i årskurs 1. Ytterligare en skillnad är att resonemangsförmågan ligger i förgrunden i två av tre verksamheter i förskoleklassen medan den i årskurs 1 återfinns i en verksamhet. Det omvända gäller för begreppslig förmåga som förekommer i två av tre verksamheter i årskurs 1 medan den i förskoleklassen återfinns i en. Detta återspeglar verksamheternas olika fokus; förskoleklassens i huvudsak prövande och utforskande arbetssätt erbjuder möjligheter att kommunicera och resonera kring matematik. Den mer mål- och ämnesfokuserade samt

övande inriktningen i årskurs 1 erbjuder eleverna att utveckla kunskaper kring specifika matematiska metoder och tillvägagångssätt.

11. Diskussion

I detta kapitel för jag en diskussion kring de resultat som framkommit i studien. Diskussionen görs med utgångspunkt i elevers möten med matematik i olika verksamheter och vilka möjligheter till lärande som mötena erbjuder. Därefter resonerar jag dels kring likheter och skillnader mellan verksamheterna i förskoleklassen och årkurs 1, dels kring likheter och skillnader i verksamheterna inom de olika skolformerna. Detta utmynnar i studiens pedagogiska implikationer. Diskussionen görs i relation till tidigare forskning om barns och elevers möten med och lärande i matematik, men också utifrån framskrivna intentioner med matematikundervisning i olika policydokument samt verksamhetsteoretiska antaganden kring hur verksamheter skapas, påverkas och utvecklas. Därefter följer en metoddiskussion där jag för fram reflektioner kring de val som gjordes vad gäller studiens tillvägagångssätt. Kapitlet avslutas med förslag till fortsatt forskning.

Elevers möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1

Elevers möten med matematik i förskoleklass och årskurs 1 sker på en mängd olika sätt. Mötena skapas i skilda sociala sammanhang, med eller utan klasskamrater och lärare, och med hjälp av olika typer av artefakter. Med stöd av verksamhetsteorin har elevernas handlingar i dessa möten kunnat relateras till olika sociala sammanhang. En utgångspunkt i teorin är att den tar hänsyn till den enskilda individens psykologiska processer och de sociala, kulturella och materiella förhållanden som finns runt individen samt förbindelsen mellan dessa (Engeström & Miettinen, 1999; Leontiev, 1986). Det gör att båda individuella, sociala och kulturella aspekter kan vägas in i analysen (Engeström, 1999).

Den analys som ovanstående förhållningssätt erbjuder bidrog till att tre olika matematikverksamheter i både förskoleklassen och i årskurs 1 kunde urskiljas i studien, vilka i linje med Säljö (2014) kan betraktas som lokala verksamheter, färgade av den övergripande verksamheten i respektive skolform. Det innebär att de matematikverksamheter som beskrivs i studien kan nyansera bilden av matematikundervisning i förskoleklassen och de tidiga skolåren, som tecknas av bland annat van Bommel och Palmér (2020), Sterner et al. (2014) och Vennberg (2020) (förskoleklassen) samt Engvall (2013), Egelström (2019), Høines (2000) och Solem och

Reikerås (2004) (de tidiga skolåren). I förskoleklassen urskildes en begreppsövande, en prövande lösningsorienterande och en fritt utforskande matematikverksamhet. I årskurs 1 kunde en begrepps- och metodövande, en fokuserad lösningsorienterande och en parallellt utforskande matematikverksamhet urskiljas. De olika verksamheterna skiljer sig åt på ett övergripande plan avseende vilken matematik som bearbetas, hur matematiken bearbetas och i vilket sammanhang den bearbetas. Förutsättningarna påverkar vidare vad som blir möjligt för eleven att lära i verksamheten (Engeström, 1987).

Genom att vara en del av de olika matematikverksamheterna erbjuds följaktligen eleverna olika lärandemöjligheter i matematik. Resultatet visar att eleverna möter ett varierat matematikinnehåll på många olika sätt, vilket gör att de har möjlighet att utveckla flera av de matematiska förmågor som beskrivs i litteraturen (se exempelvis Björklund & Palmér, 2018; Häggblom, 2013; Kilpatrick et al., 2001; Niss & Højgaard-Jensen, 2002). Det framgår dock tydligt i resultatet att några förmågor ges större fokus än andra i respektive verksamhet, vilket får betydelse för vad eleverna ges möjlighet att lära.

I analysen framkom att eleverna i förskoleklassen i huvudsak ges möjlighet att utveckla:

- begreppslig förmåga i den begreppsövande matematikverksamheten,
- kommunikationsförmåga i den prövande lösningsorienterande och den fritt utforskande matematikverksamheten,
- resonemangsförmåga i den prövande lösningsorienterande och den fritt utforskande matematikverksamheten och
- problemlösningsförmåga i den fritt utforskande matematikverksamheten.

Begrepp som pröva och utforska ligger väl i linje med arbetssätt som lyfts fram för förskoleklassens matematikundervisning (se exempelvis van Bommel & Palmér, 2020; Palmér & van Bommel, 2019), men också med hur förskolans arbete med matematik har beskrivits (se exempelvis Björklund, 2007; Bäckman, 2015; Lundström, 2015). Förskolans metoder bör sannolikt ha influerat förskoleklassens matematikundervisning, i och med att förskoleklassen ska arbeta med arbetssätt och metoder som känns igen från förskolan (van Bommel & Palmér, 2020). I mina resultat framgår att elevernas övande i förskoleklassen huvudsakligen inriktas mot begrepp kopplade till tal och tals användning, geometriska objekt och mönster. Också historiskt har matematikundervisningen för elever i dessa åldrar fokuserat på begreppsbildning (Doverborg, 2016), där ramsräkning och siferskrivning har dominerat (Doverborg, 1987; Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999). Ett huvudsakligt fokus på tal och antal i förskolans

matematik har också setts i senare studier (Björklund & Barendregt, 2016), även om rumsliga begrepp i viss mån också kompletterar detta innehåll (se exempelvis Emanuelson & Doverborg, 2006).

I studiens resultat framgår vidare att eleverna i årskurs 1 huvudsakligen ges möjlighet att utveckla:

- begreppslig förmåga i den begrepps- och metodövande och den fokuserade lösningsorienterade matematikverksamheten,
- metod- och beräkningsförmåga i den begrepps- och metodövande och den fokuserade lösningsorienterade matematikverksamheten,
- kommunikationsförmåga i den fokuserade lösningsorienterade och den parallellt utforskande matematikverksamheten,
- resonemangsförmåga i den parallellt utforskande matematikverksamheten och
- problemlösningsförmåga i den parallellt utforskande matematikverksamheten.

Även dessa verksamheter kan relateras till hur forskare tidigare har beskrivit den tidiga skolmatematiken, vilken många gånger handlar om att eleven övar på ett förutbestämt matematiskt innehåll med specifika begrepp och särskilda metoder (se exempelvis Engvall, 2013; Kvesić et al., 2020). Också historiskt har begrepp och metoder med ett specifikt matematiskt innehåll fokuserats i skolans tidiga matematikundervisning, huvudsakligen i relation till räkning (se exempelvis Folkskolöverstyrelsen, 1919; Skolöverstyrelsen, 1955; Skolöverstyrelsen, 1962). I studiens resultat framkommer emellertid också en annan bild av skolmatematiken, där eleverna på egen hand utforskar matematik parallellt med den ordinarie undervisningen. Dessa sammanhang är värdefulla för lärare att känna till då de kan ge dem inblick i vad som motiverar eleverna till att utforska matematik.

Förutom att eleverna är en del av olika matematikverksamheter i förskoleklassen och årskurs 1 visar studien att de kan möta matematik på olika sätt i dessa verksamheter. I studien sågs eleverna delta *aktivt* och *passivt* i möten med matematik. Aktivt och passivt deltagande kan förstås utifrån Fangens (2005) resonemang kring passivt och aktivt deltagande, där båda sätten möjliggör att få erfarenheter av en situation, om än på (kvalitativt) skilda sätt. Eleven deltar i båda fallen i ett möte med matematik och ges därmed möjlighet att erfara matematik, men på olika sätt.

Aktivt deltagande i möten med matematik har i mina resultat visat sig innebära att eleven uttrycker matematik på varierade sätt med hjälp av olika språkliga och fysiska artefakter. Det kan handla om att eleven på olika sätt informerar om och instruerar kring matematik, skapar och

undersöker med hjälp av matematik samt ställer frågor om matematik. Passivt deltagande i möten med matematik har istället visat sig innebära att eleven tar del av matematik som andra uttrycker, vilket innefattar iakttagande handlingar. Det aktiva deltagandet omfattar en större variation av matematikhandlingar än det passiva deltagandet och andra lärandemöjligheter. I vilken mån eleverna är aktiva eller passiva i möten med matematik kan därmed få betydelse för deras lärande. Tidigare studier visar att barn tidigt kan uppmärksamma matematiska mönster och strukturer och spontant fokusera på numerisk information i sin omgivning (Hannula & Lehtinen, 2005; Mulligan & Michelmore, 2009; Rathé et al., 2016). Detta har betydelse för deras möjligheter att så småningom utveckla förståelse för mer formell matematik (se exempelvis Clements et al., 2013; Griffin & Case, 1997; National Mathematics Advisory Panel, 2008). Här spelar emellertid miljön och de människor som finns runt barnet en betydelsefull roll för vad som är möjligt att erfara (Björklund, 2007; Bäckman, 2015; Lee & Ginsburg, 2009; Lundström, 2015; Reis, 2011). I studien sågs den fysiska miljöns utformning och fysiska artefakter vara viktiga för att locka eleverna till att på egen hand, med eller utan klasskamrater, utforska och uttrycka matematik. Regler som förekom i verksamheten kunde emellertid begränsa eller hämma det fria utforskandet. Vidare framkom i resultaten att lärarens delaktighet och respons var viktig för om och hur mötena med matematik utvecklades. Dessa förutsättningar påverkar med andra ord elevens fria utforskande och det eleven ges möjlighet att lära i verksamheten.

Något som också framgick i studiens resultat var att det aktiva och passiva deltagandet i vissa fall *åläggs* eleverna. De får då i uppgift av läraren (och i vissa fall av någon klasskamrat) att utföra en särskild handling med ett specifikt (matematiskt) fokus. Det innebär att vissa matematikhandlingar uppmuntras eller rentav förväntas medan andra begränsas. Eleverna kan här ges möjlighet att möta matematik i nya och skilda sammanhang, vilket i enlighet med Emanuelsson (2016), kan stötta dem i att skapa förståelse för olika matematiska begrepp och fenomen. Det ålagda deltagandet är med andra ord betydelsefullt för elevernas lärande. Resultaten visar att det ger dem möjlighet att möta matematik på sätt som de själva eventuellt inte skulle ha valt eller har erfarenhet av sedan tidigare, både vad gäller det matematiska innehållet och tillvägagångssättet. Det är följaktligen ett sätt att se till så att olika matematiskt innehåll faktiskt uppmärksammas för alla elever (jfr Clements et al., 2013). De nya erfarenheterna kan vidare bidra till att utmana elevernas tänkande och hjälpa dem att skapa förståelse för olika matematiska symboler, begrepp och principer samt hur de kan förstås och användas (jfr Björklund, 2007). Detta både genom att på egen hand pröva sig fram eller öva på särskilda metoder men också genom att ta del av lärares eller klasskamraters förklaringar och

kunskaper. Jag menar vidare att det ålagda deltagandet av den anledningen kan ha särskilt stor betydelse för elever som inte på eget initiativ deltar i möten med matematik i särskilt stor utsträckning, elever som i likhet med barnen i Hannula & Lehtinens (2005) studie inte spontant fokuserar på matematik i sin omgivning. Resultatet visar att eleverna genom det ålagda deltagandet kan få stöd i att rikta fokus mot matematiken i aktiviteten genom att utföra olika typer av ålagda matematikhandlingar. Det kan hjälpa dem att i större utsträckning se sin omvärld i ljuset av matematik, eftersom de får hjälp med att få matematiska fenomen och principer synliggjorda för sig (jfr Clements & Sarama, 2009).

I andra situationer är deltagandet *självvalt*, vilket i mina resultat visat sig innebära att eleverna utför olika matematikhandlingar utan att någon annan har uppmanat dem till det. I det självvalda deltagandet tar matematikhandlingarna sin utgångspunkt i elevernas egna idéer och utforskande, där de själva väljer vad de fokuserar på och hur de arbetar. Det skapar därmed förutsättningar för undervisning med utgångspunkt i den matematik som eleverna själva visar intresse för och är engagerade i. Av den anledningen är också denna typ av deltagande betydelsefull för elevernas matematiklärande. Det självvalda aktiva deltagandet är viktigt för att få en god kontinuitet i elevernas lärande eftersom läraren då kan generalisera matematiska principer utifrån den förståelse som eleven redan har (jfr Clements et al., 2013; Doverborg et al., 2016; Ginsburg et al., 2008). Genom att matematikundervisningen tar sin utgångspunkt i det som eleverna visar intresse för, finns också möjlighet att skapa goda attityder, tankar och känslor inför matematikämnet (jfr OECD, 2013b). Därmed skapas goda förutsättningar för att utveckla elevernas lärande så långt som möjligt.

I situationer där självvalt passivt deltagande förekommer bland eleverna i verksamheterna behöver de egentligen inte delta passivt. Här förväntas snarare aktivt deltagande. I studiens resultat framgår att förutsättningar i form av tydligare (matematiska) regler och en mindre trygg gemenskap kan bidra till detta deltagande. Det är faktorer som läraren har möjlighet att påverka. Därför kan denna typ av deltagande vara betydelsefull för lärare att vara uppmärksam på. När eleverna deltar passivt på eget initiativ uttrycker de nämligen aldrig matematik själva, däremot har de möjlighet att erfara matematik genom att de är involverade i ett sammanhang där matematik synliggörs av andra (jfr Bishop, 1988a). Vad eleven ges möjlighet att lära i matematik avgörs alltså av vad som tas upp i det sammanhang som eleven befinner sig i.

Sammanfattningsvis visar jag att den matematik som eleverna möter i förskoleklassen och årskurs 1 inte är homogen utan mångfacetterad. Det gäller både vilket matematiskt innehåll som eleverna arbetar med men också hur de arbetar med matematiken och i vilka sammanhang de gör det.

Genom att ta stöd i de verksamheter som jag har urskilt i studien och de förutsättningar för lärande i matematik som finns där, finns möjlighet för lärare att på ett mer medvetet sätt stötta sina elever i deras matematiklärande i olika sammanhang.

Elevens matematik möter skolans matematik

Studien visar att matematikundervisningen i förskoleklassen och årskurs 1 skiljer sig åt på flera olika områden. Undervisningen i förskoleklassen utgår i större utsträckning ifrån elevernas intresse och eget utforskande medan den i årskurs 1 har ett tydligare fokus på specifikt matematiskt innehåll och särskilda tillvägagångssätt. Det gör att eleverna i förskoleklassen i större utsträckning kan pröva sig fram och finna sina egna lösningar samt fokusera på matematik som de själva finner intresse i medan eleverna i årskurs 1 huvudsakligen övar på förutbestämda metoder med ett tydligare fokus på ett visst matematiskt innehåll. Sammantaget kan därför matematikundervisningen i förskoleklassen sägas vara elevorienterad medan den i årskurs 1 är ämnesorienterad. Skillnaderna mellan matematikverksamheterna i de olika skolformerna som beskrivs i resultatet kan förklaras verksamhetsteoretiskt med att de övergripande verksamheterna påverkar de lokala (Säljö, 2014). Förskoleklassen är avsedd att fungera som en bro mellan förskolan och skolan, där undervisningen ska kännetecknas av igenkänning från förskolan och utmaningar i riktning mot skolan (Skolverket, 2016a). Förskoleklassen har med andra ord möjlighet att använda flera av förskolans arbetssätt och metoder (van Bommel & Palmér, 2020), där lek och eget utforskande är viktiga inslag (Skolverket, 2018). Skolans undervisning har istället tydligare ramar och en starkare ämnescentrering med ett resultat- och målfokus (Dahlberg & Lenz Taguchi, 2015). Historiskt kan denna ämnescentrering knytas till realskoletraditionen vilken, enligt Lundgren (1979), hade det huvudsakliga inflytandet i utformandet av grundskolans första läroplan. De övergripande verksamheterna förskoleklass och skola, inklusive deras historiska och kulturella arv, påverkar alltså de lokala verksamheter som rymts i dem. I dessa ingår matematikundervisning i förskoleklass och matematikundervisning i årskurs 1 som lyfts i denna studie. Att sammanföra skilda traditioner som dessa kan vara svårt eftersom redan etablerade kulturer i respektive verksamhet motverkar det (Dahlberg & Lenz Taguchi, 2015). Av den anledningen är det betydelsefullt att diskutera vad matematikundervisningens olika utgångspunkter som framkommer i resultatet kan innebära för kontinuiteten i elevernas matematiklärande.

I studiens resultat framkommer att matematikundervisningen i förskoleklassen i större utsträckning förefaller vara elevcentrerad, med

elevernas eget utforskande och intresse i fokus. Ett sådant aktivt och upptäckande arbetssätt kan ge dem verktyg för att skapa förståelse för sin omvärld (Wallström, 1992). Forskning visar att undervisning som tar sin utgångspunkt i elevens egna strategier och tidigare kunskaper i matematik skapar goda förutsättningar för lärande eftersom tidigare erfarenheter är viktiga byggstenar i elevens vidare matematikutveckling (se exempelvis Clements et al., 2013; Emanuelsson, 2016). Attityder till matematik som skapas i ung ålder påverkar vidare tilltron till den egna förmågan samt elevens senare prestationer i matematik men också i andra ämnen (se exempelvis Ahlberg, 1994; Clements & Sarama, 2009; Emanuelsson & Heleinius, 2016). En slutsats som kan dras utifrån ovanstående är att den matematikundervisning som förskoleklass eleverna i studien deltar i skapar goda förutsättningar för att utveckla en positiv inställning till matematik. Den kan också skapa goda förutsättningar för elevernas fortsatta matematiklärande genom att utgå ifrån den matematik som eleverna själva engagerar sig i och intresserar sig för.

I resultatet framgår vidare att matematikundervisningen i årskurs 1, i motsats till den i förskoleklassen, tenderar att ha större fokus på formell matematik och utgå ifrån ämnet. I studien framkom exempelvis att eleverna i årskurs 1 i stor utsträckning förväntades öva på specifika matematiska tillvägagångssätt, vilket möjliggjorde en utveckling av deras metod- och beräkningsförmåga, något som inte gjordes i förskoleklassen. Det är rimligt då dessa inslag först kräver en grundläggande förståelse för bland annat tal samt relationer mellan och inom tal men också för mätandes princip och matematiska symboler. Metod- och beräkningsförmåga skrivs inte heller fram som centralt innehåll i förskoleklassens matematikundervisning i Lgr 11 (Skolverket, 2019a). Ett för starkt fokus på specifika matematiska metoder och tillvägagångssätt kan emellertid få eleverna att tro att de kunskaper de har med sig sedan tidigare inte är värdefulla i skolan och därmed inte har någon tydlig förbindelse med skolmatematiken (Ahlberg, 1992; Schoenfeld, 2016). Det kan i sin tur leda till en kollision mellan elevernas matematik och den matematik som de förväntas lära sig i skolan, vilket kan orsaka förvirring hos eleverna (Bishop, 1988a) och oro för att göra fel (Kvesić et al., 2020). Här riskerar också affektiva aspekter av matematiskt kunnande, såsom tilltro till sin förmåga och att se matematiken som meningsfull och användbar (jfr Kilpatrick et al., 2001) att minska, aspekter som är viktiga för att utveckla intresse för och vilja att arbeta vidare med matematik. De skilda utgångspunkter som framkommit i studiens resultat vad gäller matematikundervisningen i förskoleklassen och årskurs 1 kan, utifrån ovanstående resonemang, få negativa konsekvenser för elevernas matematiklärande om elevernas tidigare erfarenheter av matematik inte fångas upp. I tidigare forskning beskrivs flera exempel på att elever

har svårt att se kopplingen mellan sina tidigare kunskaper i matematik och matematiken som de möter i skolan (se exempelvis Ahlberg, 1992; Schoenfeld, 2016). Det talas om ett ”glapp” (d’Ambrosio, 1985) eller en ”kulturell krock” (Bishop, 2016) mellan tidigare erfarenheter av matematik och skolmatematiken. Det visas även i denna studie, där förskoleklassens matematik verkar vara någonting annat än den matematik som eleverna möter i årskurs 1. Förskoleklass eleverna i studien, som är vana vid att huvudsakligen möta matematik i situationer där de själva har möjlighet att välja vad de fokuserar på, riskerar alltså att uppleva en ”kulturell krock” när de möter matematiken i årskurs 1. Detta eftersom studien visar att matematiken i årskurs 1 är mer tillrättalagd och i större utsträckning utgår ifrån ett specifikt matematiskt innehåll än i förskoleklassen. Det skulle vidare kunna bidra till svårigheter för eleverna att utveckla förståelse för skolmatematiken. För att undvika detta finns det anledning att skapa en tydligare kontinuitet i matematikundervisningen från förskoleklassen till skolan, där elevernas förkunskaper förvaltas väl (jfr Löwing, 2009; Solem & Reikerås, 2004). Detta får stöd i forskning som visar att matematikundervisning som bygger vidare på elevers tidigare kunskaper, intressen och erfarenheter är fördelaktig för deras fortsatta matematiklärande (se exempelvis Anthony & Walshaw, 2009a).

I ovanstående resonemang framgår det att matematikundervisningen i förskoleklassen och årskurs 1 skiljer sig åt på flera punkter i studiens resultat. Det kan orsaka svårigheter vid övergången från förskoleklassen till skolan då elevernas tidigare matematik riskerar att kollidera med skolmatematiken. Detta kan i förlängningen ge upphov till minskad tilltro och ängslan inför matematikämnet hos eleverna, med sämre förutsättningar för en god kunskapsutveckling i matematik som följd (se exempelvis Kvesić et al., 2020). För att förhindra en eventuell kollision kan dessa resultat vara angelägna för lärare att känna till. En ökad medvetenhet kring olikheterna och betydelsen av att matematikundervisningen i årskurs 1 i så stor utsträckning som möjligt bör utgå ifrån elevernas förkunskaper, kan bidra till att eleverna ges bättre förutsättningar för att skapa förståelse för skolmatematiken.

Handlingsfrihet och lärandemöjligheter

I studiens resultat visade det sig att elevernas handlingsfrihet skiljer sig åt i de olika matematikverksamheterna i förskoleklassen och årskurs 1. Det innebär att eleverna har hög handlingsfrihet beträffande val av metoder och innehåll som bearbetas i vissa matematikverksamheter medan de i andra har lägre handlingsfrihet. Handlingsfriheten ökar från de övande matematikverksamheterna, via de lösningsorienterade, till de utforskande. Detta

gäller för både förskoleklassen och årskurs 1, och får konsekvenser för vad eleverna ges möjlighet att lära.

I den begreppsövande matematikverksamheten kan eleverna i studien huvudsakligen ses öva på matematik genom att informera utifrån tilldelade frågor och uppgifter men också genom att iaktta lärarens och klasskamraternas handlingar. Verksamheten är styrd, vilket medför att handlingsfriheten är relativt låg. Den skulle kunna jämföras med två av de undervisningspraktiker som Carlgren och Marton (2002) lyfter fram, i vilka eleverna bland annat tränar genom enskilt arbete i boken, repeterar, visar vad de kan och kommunicerar i tal och skrift (se tabell 1, s. 36). I den lösningsorienterade matematikverksamheten som urskildes i studien ges eleverna större möjligheter att utföra olika matematikhandlingar och nyttja skilda artefakter men begränsas framförallt av den tilldelade uppgiften. Eleverna prövar sig fram till olika lösningar i förskoleklassen medan de i årskurs 1 huvudsakligen ägnar sig åt att öva på att nyttja olika metoder och begrepp. I båda verksamheterna arbetar eleverna ofta tillsammans med varandra och kommunicerar kring matematik. Den lösningsorienterade verksamheten i årskurs 1 kan jämföras med den undervisningspraktik som Carlgren och Marton (2002) beskriver där eleverna exempelvis färdighets-tränar, samarbetar, diskuterar och använder olika uttrycksformer, medan verksamheten i förskoleklassen mer liknar den undervisningspraktik där eleverna undersöker, samarbetar och upptäcker. I den utforskande matematikverksamheten som beskrivs i resultatet är handlingarna än mer varierade. Eleverna utforskar matematik på olika sätt, med olika material och huvudsakligen tillsammans. De ställer frågor till varandra och informerar om sina upptäckter, och tar också del av varandras lösningar och förslag. Verksamheten är friare och handlingsfriheten hög. Den kan jämföras med den undervisningspraktik som Carlgren och Marton (2002) för fram där eleverna bland annat tar ansvar, samarbetar och argumenterar.

Resultatet i studien visar emellertid att handlingsfriheten för eleverna i förskoleklassen är högre än i årskurs 1 för respektive verksamhet, vilket till viss del blev synligt när den lösningsorienterade verksamheten diskuterades ovan. Det innebär att elevers möten med matematik i årskurs 1 i större utsträckning utgår ifrån tilldelade uppgifter, förutbestämt innehåll och specifika metoder. I förskoleklassen utgår de istället i större utsträckning ifrån det som eleverna själva intresserar sig för, där de själva kan välja hur de arbetar. Förskoleklassens förbindelse med förskolans verksamhet skulle kunna ses som en tänkbar förklaring till olikheterna mellan förskoleklassen och årskurs 1 i studien, eftersom eget utforskande och lärande i leken är viktiga inslag i förskolan (van Bommel & Palmér, 2020). Olikheterna kan vidare få konsekvenser för vad som ges möjligt att lära. I studien tenderade elevernas intresse och engagemang för matematiken de arbetade

med vara större när handlingsfriheten var högre, vilket skapar goda förutsättningar för vidare lärande i matematik (jfr OECD, 2013a).

Något som emellertid är viktigt att poängtera, med utgångspunkt i ovanstående resonemang, är att även om undervisningen i förskoleklassen i större utsträckning möjliggör för eleverna att på egen hand utforska matematiska fenomen i sin omvärld, vilket skapar förutsättningar för ett lustfyllt lärande, är det inte självklart att eleverna lär sig matematik (jfr Björklund & Franzén, 2015). Resultaten pekar på att det finns en risk att mål och kommande kunskapskrav i matematik hamnar i skymundan eller att undervisningen får ett för ensidigt fokus. I studien sågs elevernas eget utforskande i matematik utvecklas åt olika håll beroende på responsen de fick. När lärare uppmärksammade elevernas idéer och iakttagelser gavs situationen ett tydligare matematiskt fokus som skulle kunna bidra till att den uppfattades som matematisk också av eleverna. Lärares respons tenderade även att bidra till att elevernas eget utforskande fortlöpte och fördjupades. Annars visade det sig många gånger vara flyktigt och upphöra fort. Detta kan jämföras med forskningsresultat som visar att leken är överordnad det matematiska innehållet i barns utforskande i förskolan (Bäckman, 2015). Det är med andra ord inte säkert att eleverna i studien var medvetna om den matematik som de själva utforskade. I situationer där eleverna har hög handlingsfrihet menar jag därför att det är särskilt viktigt med en närvarande lärare som kan urskilja och synliggöra matematiken som eleverna arbetar med och rikta deras uppmärksamhet dit. Det ger eleverna möjlighet att placera in sina egna upptäckter i ett matematiskt sammanhang och få ökad förståelse för olika matematiska begrepp och fenomen på ett mer generellt plan (jfr exempelvis Clements et al., 2013; Emanuelsson, 2016; Helenius et al., 2015). Studiens resultat visar emellertid att lärarna i förskoleklassen ofta befann sig lite i utkanten av elevernas eget utforskande och prövande. De hade därmed få tillfällen till att synliggöra matematiken för eleverna och utmana dem vidare i riktning mot skolans kunskapskrav. Det innebär att elevernas möjligheter att lära matematik i dessa sammanhang många gånger är begränsade till vad eleverna själva fokuserar på och arbetar med i den sociala kontext där de ingår.

Ett mer enhetligt matematiskt fokus möjliggörs i årskurs 1, där elevernas handlingsfrihet är lägre än i förskoleklassen. Dessutom visar resultaten att matematiken vanligen uttrycktes mer explicit här samtidigt som handlingarna förväntades ha ett tydligt matematiskt fokus. En sådan utgångspunkt, det vill säga undervisning som tydligt riktas mot matematiska mål, skapar goda förutsättningar för lärande i matematik om klassrumsgemenskapen samtidigt är stöttande (Anthony & Walshaw, 2009a). Emellertid finns en risk att förlora elevernas nyfikenhet och intresse för matematik när handlingsfriheten begränsas eftersom de inte ges samma möjligheter

att själva välja vilken matematik de arbetar med eller hur och när de gör det. En viktig aspekt av att utveckla matematisk kompetens är också att se matematiken som meningsfull och användbar (se exempelvis Kilpatrick et al., 2001), vilket kan framstå som svårare för eleverna när de behöver arbeta med den på specifika sätt.

Ovan har jag visat att elevernas intresse och engagemang för matematiken tenderade att vara större vid hög än vid låg handlingsfrihet i matematikundervisningen. Emellertid framgår också att högre handlingsfrihet i matematikundervisningen kan bidra till minskat matematikfokus hos eleverna, med färre möjligheter att lära matematik som följd. Dessa resultat kan vara betydelsefulla för lärare att beakta, för att på ett mer medvetet plan kunna arbeta med att rikta elevernas uppmärksamhet mot den matematik som de behöver utveckla förståelse för, framförallt i aktiviteter med högre handlingsfrihet.

Pedagogiska implikationer

Den här studien kan bidra med ett antal pedagogiska implikationer som kan stötta matematiklärare i deras profession.

- Eleverna möter matematik på en mängd olika sätt i både förskoleklassen och årskurs 1 i olika typer av matematikverksamheter. En medvetenhet kring det kan stötta lärare att på ett mer medvetet sätt urskilja och synliggöra matematiken som eleverna arbetar med och intresserar sig för i *olika* sammanhang, för att på så vis öka elevernas möjligheter att lära matematik.
- Matematikundervisningen visade sig i studien vara mer formell i årskurs 1 än i förskoleklassen. Skillnaderna skulle kunna bidra till att eleverna upplever en "kulturell krock" när de går från förskoleklassens till skolans matematik, något som kan ge upphov till minskad tilltro till sin förmåga och oro inför matematiken. Genom att lärare är medvetna om denna risk finns emellertid möjligheter för dem att mildra den, genom att ta utgångspunkt i elevernas tidigare kunskaper och erfarenheter i matematikundervisningen. På så vis ges eleven goda förutsättningar att förstå kopplingen däremellan och utveckla förståelse för skolmatematiken.
- Hög handlingsfrihet i möten med matematik kan bidra till minskat matematiskt fokus hos eleverna, vilket kan leda till färre möjligheter att lära matematik. Genom att vara medveten om det kan lärare arbeta med att i större utsträckning uppmärksamma och synliggöra matematiken i elevernas eget utforskande och även utmana dem vidare i sitt matematiklärande.

För att elevers möten med matematik ska bli så lärorika och givande som möjligt är det med andra ord angeläget att lärare är medvetna om i vilka sammanhang som mötena skapas. Detta för att aktivt kunna skapa så goda förutsättningar som möjligt för elevernas lärande i varje möte med matematik.

Metoddiskussion

I denna studie har jag genom framförallt deltagande observationer och informella samtal följt en elevgrupp från höstterminen i förskoleklass till höstterminen i årskurs 1. Datainsamlingen pågick alltså under en längre tid, vilket kan ses som en styrka med studien, eftersom det gav mig möjlighet att få en god inblick i elevernas skolvardag och deras möten med matematik. Studiens design med ett mindre urval innebär att resultaten som presenteras i studien har en begränsning vad gäller generaliserbarhet. Med hänvisning till Larsson (2005, 2009) menar jag att studiens resultat likväl kan vara av värde för att skapa förståelse för elevers möten med matematik i andra sammanhang, genom att mönster känns igen som kan generaliseras till andra elevgrupper (i framförallt förskoleklassen och årskurs 1).

Ett annat tillvägagångssätt för studien hade kunnat vara att genomföra intervjuer med elever och lärare på olika skolor kring möten med matematik och på så vis få inblick i matematikundervisningen i flera klassrum. Det hade emellertid kunnat bidra till andra begränsningar. Resultaten hade i så fall skrivits fram med utgångspunkt i lärarnas och elevernas bild av möten med matematik, där exempelvis begreppet matematik i sig kan ges olika innebörd. En annan risk hade kunnat vara att lärarna hade givit svar som de tror att jag är ute efter, för att tala gott om sin verksamhet. Samtidigt finns en liknande risk vid observationer. Fick jag se "verkligheten" eller kan det ha varit "uppvisningslektioner"? Tyvärr kan jag inte uttala mig om det helt säkert. Med stöd i Granström (2004), som uttrycker att "människor, i autentiska situationer och vardagliga sammanhang, har mycket svårt att förstå sitt beteende" (s. 300), kan denna risk emellertid inte sägas ha varit särskilt stor. Jag befann mig på samma fält under en längre tid, och att "göra sig till" under så lång tid skulle i längden ha blivit påfrestande för lärarna, samtidigt som det också skulle ha inneburit att eleverna faktiskt mötte matematik på de sätten. Därutöver upplevde jag inte att elevgruppen reagerade underligt på några av lärarnas arbetssätt, vilket skulle kunna tala för att det jag fick se också var det som eleverna var vana vid och mötte även när jag inte var där.

Något som jag också vill ta upp för diskussion är att de data som analysen utgick ifrån huvudsakligen bestod av renskrivna fältanteckningar i förskoleklassen, medan de i årskurs 1 bestod av både transkriberade

inspelningar och renskrivna fältanteckningar. Det skulle kunna innebära att ord har förlorats eller bytts ut i de dialoger som deltagarna förde i förskoleklassen, vilket riskerar att minska trovärdigheten i de analyser som jag har gjort utifrån dessa. Mitt intryck är dock att jag hela tiden har fått med innebörden i de samtal som fördes i förskoleklassen, och att jag var särskilt noggrann med ord som var betydelsebärande i dialogerna. Det kunde exempelvis handla om matematiska begrepp som var viktiga för att få förståelse för vad eleven gavs möjlighet att lära i situationen. Därför har jag inte upplevt olikheterna i mitt datamaterial som ett problem för resultatets framskrivning. Dialogerna i förskoleklassen var dessutom många gånger kortare än i årskurs 1 och innehöll fler pauser, eftersom många av observationerna i förskoleklassen gjordes i den fria leken, vilket gav mig mer tid för att anteckna. Min känsla är att det skulle ha varit svårare att fånga de längre dialogerna i årskurs 1 på ett trovärdigt sätt utan ljudinspelningar, eftersom många av dem förekom vid genomgångar där sådana pauser inte förekom.

En annan fråga som är värd att ta upp i detta sammanhang är vad jag inte fick se vid mina observationer. I framförallt förskoleklassen arbetade eleverna på flera olika ställen och med olika uppgifter samtidigt. Jag hade av den anledningen inte möjlighet att se allt som eleverna gjorde. Jag försökte emellertid hantera det genom att variera vilka elever jag observerade och vilka platser jag befann mig på för att få möjlighet att ta del av så många olika möten med matematik som möjligt.

Ytterligare en sak som jag vill föra fram för diskussion är att min datainsamling genomfördes innan förskoleklassobligatoriet och innan förskoleklassen hade fått ett eget kapitel i Lgr 11. Det innebär att förskoleklassens verksamhet kan ha förändrats sedan jag var ute i fält. Som framgått av tidigare resonemang (i kapitel 2) kan det emellertid ta tid innan förändringar i policytext realiserar i praktiken. Av den anledningen kan dessa resultat ändå vara värdefulla för förskoleklassens verksamhet.

Fortsatt forskning

Jag ser att det finns flera spår att gå vidare med utifrån studiens resultat. Förslagsvis vore det intressant att få veta mer om hur lärare själva beskriver sin undervisning i förskoleklassen och årskurs 1, och vilken utgångspunkt de tar när de planerar sin undervisning, för att få ytterligare förståelse för de båda praktikerna.

Som framkommit i diskussionen ovan kan olikheterna mellan matematikundervisningen i förskoleklassen och i årskurs 1 bidra till att eleverna upplever att det finns ett ”glapp” däremellan, något som kan få negativa konsekvenser för elevernas vidare lärande i matematik. Här ser jag också

att det finns intressanta forskningsuppslag. Ett spår skulle kunna vara att bedriva forskning tillsammans med verksamma lärare kring matematikundervisning i övergången mellan förskoleklass och årskurs 1, för att tillsammans finna lämpliga former för att försöka överbrygga detta ”glapp”. När det i skrivande stund har utkommit ett betänkande (SOU 2021:33), där det framgår att förskoleklassen kommer att avskaffas för att istället införa en tioårig grundskola, väcks tankar kring var bron mellan förskolans och skolans verksamhet kommer att placeras för att få en så god övergång och kontinuitet i elevernas (matematik)lärande som möjligt. Oavsett vad som händer finns det här uppslag för studier kring hur elevers tidigare kunskaper i matematik tas tillvara i skolan och hur övergången från förskolan till skolan kan genomföras på bästa sätt för att undvika ett ”glapp” däremellan. Allt för att bidra till att skapa givande och lärorika möten med matematik för alla elever.

English summary

Pupils' Encounters with Mathematics

A Study of Pupils' Encounters with Mathematics in Preschool Class and in Year 1

Background and purpose

Children's mathematical development is linked to the extent to which they participate in encounters involving mathematics (Seo & Ginsburg, 2004). We learn mathematics in interaction with other people, objects and phenomena (Björklund, 2007). Having numerous and positive early encounters with mathematics creates the conditions for success with mathematics in school (Ahlberg, 1994; Clemens & Sarama, 2009; Emanuelsson & Helenius, 2016; Seo & Ginsburg, 2004). However, encounters with mathematics take place in different contexts, where different traditions create mathematical knowledge which may be difficult to transfer to other contexts (Bishop, 2016; Niss, 1999). In these situations, teachers need to help children and pupils to build bridges between previous knowledge in mathematics and new ones (Emanuelsson, 2016).

In this thesis, I focus on pupils' encounters with mathematics in the Swedish preschool class and in year 1. These school forms have different origins and traditions (Dahlberg & Lenz Taguchi, 2015), which means that the pupils in preschool class and in year 1 experience mathematics in ways specific to these particular school forms. Research shows that the level of knowledge differs significantly between pupils when they first enter school (Fredriksson, 2009; Ministeriet för Børn, Undervisning og Ligestilling, 2016; Nationella centret för utbildningsvärdering, 2019), but that most pupils have good knowledge of mathematics and good conditions for further development (Aubrey, 1993; Clarke et al., 2006; Gervasoni & Perry, 2015; Löwing, 2009). In spite of this, it turns out that pupils often have difficulty understanding school mathematics (Kvesić, et al., 2016). This suggests that it is important to develop more knowledge about pupils' encounters with mathematics in these school forms.

The purpose of this thesis is to contribute with knowledge about pupils' encounters with mathematics in the Swedish preschool class and in year 1 by examine, analyse and describe them. A further purpose is to account for similarities and differences in pupils' encounters with mathematics in preschool class and in year 1 in order to contribute to an increased

knowledge about factors that may affect pupils' abilities to develop an understanding of school mathematics.

School mathematics - a changing subject

The subject of mathematics is influenced by the world and society in which we live and is therefore changing over time in both content and form (Niss, 1994; Steadman, 1991; Wyndham, 1997). In order to put the results of this study in a context, a brief background is raised about the change in mathematics, both historically and depending on school form.

The subject of mathematics has for a long time had a low prominence in the activities of Swedish preschools and preschool classes (Björklund & Palmér, 2020; Doverborg, 2016). In the case of the preschool class, specific guidelines for teaching (in mathematics) were not developed until 2016. These state that pupils should be given the conditions to develop certain abilities in mathematics, but also an understanding of certain mathematical content (Skolverket, 2019a). Teaching in preschool class should also take advantage of pupils' interest in mathematics and use spontaneous activities as a point of departure, on the basis of which teachers can visualize and challenge pupils' own reasoning and ideas (Skolverket, 2016a). Different forms of representation and practical and exploratory methods should be used in preschool class teaching, and the pupils should be allowed to learn and develop through play, movement and creativity (Skolverket, 2019a).

What school mathematics includes and comprises is determined and delimited by the curriculum at any given time and is therefore influenced of the time prevailing and by the contemporary perspective on knowledge (Wyndham, 1997). Early school mathematics has been developed by combining the mathematics taught in older Swedish school forms (*folkskolan* and *realskolan*, respectively) (Unenge, 1999). Over the years, various policy documents have highlighted in different ways what kinds of knowledge mathematics teaching should aim to develop among the pupils. To a certain extent they have also suggested how such teaching may be carried out. Today's curriculum, *Lgr 11* (Skolverket, 2019a), states that pupils should be given the conditions to develop five different mathematical abilities (problem-solving ability, conceptual ability, methods and calculation ability, reasoning ability and communication ability) in relation to six different mathematical areas, where different mathematical content has been suggested for school year 1–3, 4–6 and 7–9, respectively. Today's curriculum does not clearly state how the teaching is to be conducted, but in general it describes that the pupils should be allowed to meet and try out varied forms of work and working methods (Skolverket, 2019a). However, studies show

that there are some methods that are more successful to use when teaching mathematics, in order to improve pupils' learning (see e.g. Anthony & Walshaw, 2009). In addition, different ways of teaching and working with mathematics contribute to pupils developing different knowledge in mathematics (Carlgren & Marton, 2002), suggesting that a variation of methods is to be preferred (see e.g. Sterner & Trygg, 2019).

Activity theory

Activity theory provides an opportunity for an in-depth analysis of different activities (see e.g. Engeström, 1999; Leontiev, 1986). One essential idea in activity theory is that different activities are built up by the actions of the people who are part of them. Moreover, the actions are considered coloured by the activity, contributing to a mutual influence which continually reproduces and changes it (Engeström, 1987; Leontiev, 1986). This allows both individual, social and cultural aspects to be taken into account in the analysis (Engeström, 1999). An activity-theoretical analysis of pupils' encounters with mathematics in preschool class and in year 1 thus provides an opportunity to create a deeper understanding of them.

Building on Engeström's (1987) model of human activity, I designed an analytical tool where I used activity-theoretical concepts to deepen my empirical analysis of pupils' encounters with mathematics in preschool class and in year 1. The concepts were translated into what they could mean in a mathematical teaching context and were then introduced into the model (see Figure 12).

In the model below, the *subject* is the pupil. It is the actions of the pupil that constitute the basis for the analysis. The *object* to which the pupil's actions are directed is the mathematics that become the focus of the activity¹⁵ he/she participates in at any given time. It represents the learning in mathematics that the pupil could develop through his/her actions in the activity, that is, the *outcome* of the activity. In activity theory, the actions that are performed within an activity may be mediated by different factors found in the activity (Engeström, 1987), which include *artefacts*, *division of labour*, *community* and *rules* in Engeström's model. These are represented above by concepts that can be related to mathematical activities. These create the conditions for pupils' actions in encounters with mathematics, which ultimately influences what learning opportunities the pupils

¹⁵ Activity in this context should not be confused with the activity-theoretical concept – *activity* – but includes situations in the preschool class and in year 1 where pupils perform mathematical actions. These situations may have been planned by the teacher or may arise spontaneously, for example in the pupils' free play.

are offered. The activity-theoretical analysis therefore focuses on these factors in relation to the subject and the object of the activity.

Figure 12

Model of mathematical activities, supplemented by activity-theoretical concepts in bold.

Comment. Activity-theoretical concepts, in bold, from *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research* (p. 78), by Y. Engeström, 1987, University of Helsinki.

Method

To increase the understanding of pupils' encounters with mathematics in preschool and in year 1, I chose to conduct an empirical study in which I followed a group of pupils and its teachers from the autumn term of preschool class to the autumn term of year 1. An ethnographic approach was used for my data collection, mainly participant observations and informal conversations (see e.g. Hamersley & Atkinson, 2019). The data collection was made one to three days a week, where I observed the pupils' encounters with mathematics and also the context in which the encounters took

place. Throughout, I kept notes of what I saw, heard, and experienced. Sound recordings were also made. In ethnography it is essential to physically be part of the field observed in order to obtain the best experience of everyday life there (Delamont & Atkinson, 1995; Fangen, 2005; Geertz, 2017; Gordon et al., 2001; Spindler, 1982), therefore this procedure was considered important. Field notes and sound recordings were continuously transcribed and then became the text material upon which the analysis was based.

The analysis was carried out in two main steps. First, an empirical analysis was carried out, inspired by the analytical process in thematic analysis (Braun & Clarke, 2006). This analysis process was carried out continuously as new data was collected and was then completed when the fieldwork ended. Step 2 of the analysis was based on the results from step 1. In step 2, an activity-theoretical analysis was carried out (Engeström, 1987), with the aim of deepening the understanding of the pupils' encounters with mathematics, highlighting similarities and differences between the pupils' encounters in preschool class and year 1.

Results and discussion

The empirical analysis (step 1) resulted in a description of the pupils' participation in encounters with mathematics in the preschool class and in year 1, and also in a description of different types of encounters with mathematics created in the preschool class and in year 1, in which the pupils perform different types of mathematical actions.

Pupils' participation in encounters with mathematics can be described as *active* and *passive*. Active participation means that the pupil expresses mathematics in a variety of ways, using different linguistic and physical artefacts, while passive participation means that the pupil observes mathematics that others express. Active participation involves a greater variety of mathematical actions than passive participation, and also other learning opportunities. Furthermore, the analysis showed that in some cases the active and passive participation is *imposed* on pupils, which means that it is (mainly) the teacher who encourages pupils to perform certain types of actions, while other actions are limited. In other cases, the active and passive participation are *chosen* by the pupils themselves. This influences what pupils are given the opportunity to learn.

The pupils' mathematical actions in the preschool class and in year 1 can be summarized under six different themes, or encounters with mathematics: informative, instructive, creative, investigative, observing and questioning encounters with mathematics. Pupils' actions in these encounters create either the opportunities to express mathematics or to observe

mathematics that others express. The encounters are to varying degrees different in their nature but are all characterized by pupils being given the opportunity to use, demonstrate, consolidate and develop their mathematical knowledge in different ways.

Based on the results of the empirical analysis, an in-depth analysis was then carried out using theoretical concepts derived from activity theory (step 2 of the analysis). This analysis resulted in that three different mathematical activities were distinctively identified in the preschool class and also in year 1. In the preschool class, a conceptual practising, an experimental solution-oriented and a freely exploratory mathematics activity could be identified. In year 1, a conceptual and methodological practicing, a focused solution-oriented and a parallel-exploratory mathematics activity was identified. These different mathematics activities give pupils the opportunity to develop different abilities in mathematics. Varying conditions in the activities, in the form of artefacts, community, division of labour and rules, influence which mathematical actions that are possible, and thus also what pupils are given the opportunity to learn.

There are similarities as well as differences between the mathematical activities in the preschool class and in year 1. One similarity that may be highlighted is that there is a practicing, a solution-oriented and an exploratory mathematics activity in both school forms. On the other hand, the activities differ in an overarching manner concerning which mathematics are to be practiced, how mathematics are practiced and in which contexts it is practiced. One difference that emerges is that greater emphasis is placed on particular mathematical content and correct mathematical methods in the mathematical activities in year 1 than in the preschool class. If the mathematical activities are instead studied within each school form, another difference is made visible. Namely, that pupils have different degrees of freedom of action in encounters with mathematics. Freedom of action increases from the practising activities, to the solution-oriented and then on to the exploratory activities both in the preschool class and in year 1. Another result that emerges is that the different mathematical activities offer pupils in the preschool class and in year 1 opportunities to develop different kinds of mathematical abilities and appear to mainly focus on certain kinds of abilities.

Encounters with mathematics in preschool class and in year 1

The results show that encounters with mathematics in the preschool class and in year 1 take place in a variety of ways. The encounters are created in different social contexts, with or without classmates and teachers, and

different kinds of artefacts are used. With the support of activity theory, pupils' actions in these encounters could be placed in their social contexts. One starting point in the theory is that it takes into account the individual's psychological processes and the social, cultural and material conditions around him/her and the connection between them (Engeström & Miettinen, 1999; Leontiev, 1986), allowing both individual, social and cultural aspects to be considered in the analysis (Engeström, 1999).

The analysis showed that pupils in the preschool class are mainly given the opportunity to develop conceptual ability (in the conceptual practicing mathematics activity), communication ability (in the experimental solution-oriented and the freely exploratory mathematics activity), reasoning ability (in the experimental solution-oriented and the freely exploratory mathematics activity) and problem-solving ability (in the freely exploratory mathematics activities). Concepts like experimental and exploring fit well with the methods that have been highlighted for teaching in mathematics in the preschool class (see e.g. van Bommel & Palmér, 2020; Palmér & van Bommel, 2019), but also with how mathematics teaching in preschool have been described, which may have influenced the mathematics in the preschool class (see e.g. Björklund, 2007; Bäckman, 2015; Lundström, 2015).

Pupils in year 1 are primarily given the opportunity to develop conceptual ability (in the conceptual and methodological practicing and the focused solution-oriented mathematics activity), methods and calculation ability (in the conceptual and methodological practicing and the focused solution-oriented mathematics activity), communication ability (in the focused solution-oriented and the parallel-exploratory mathematics activity), reasoning ability (in the parallel-exploratory mathematics activity) and problem-solving ability (in the parallel-exploratory mathematics activity). These activities can be placed in relation to how researchers have previously described early school mathematics, which has often meant that the pupil practices on a predetermined mathematical content with specific methods (see e.g. Engvall, 2013; Kvesić et al., 2020). However, the results of the study also present a different picture of school mathematics, where pupils independently explore mathematics in parallel with regular teaching. These contexts are valuable for teachers to know as they can give insights into what motivates pupils to explore mathematics.

Pupils' mathematical knowledge meets school mathematics

The results in this study show that the mathematical teaching in the preschool class and year 1 differs in several different areas. Teaching in the preschool class appears to be more based on pupils' interest and own exploration, while in year 1 it has a clearer focus on specific mathematical content and specific mathematical methods. Overall, the mathematics teaching in preschool class can be said to be pupil-oriented, while in year 1 it is subject-oriented. This is well in line with the picture drawn by Dahlberg and Lenz Taguchi (2015), where the school has a clearer focus on results and subjects.

Differences such as these can lead to conflicts between the pupils' mathematics and the mathematics they are expected to learn in school, which can cause confusion among pupils (Bishop, 1988a) and fear of making mistakes (Kvesić et al., 2020). Previous research describes several examples of pupils having difficulties seeing the connection between their previous knowledge of mathematics and the mathematics they encounter in school (see e.g. Ahlberg, 1992; Schoenfeld, 2016). Researchers speak of a "gap" (d'Ambrosio, 1985), or a "cultural conflict" (Bishop, 2016) between previous experiences of mathematics and school mathematics. As this study has shown, preschool class pupils are used to mainly encounter mathematics in situations where they have the opportunity to choose, for themselves, what to focus on. They risk experiencing a "cultural conflict" when they encounter mathematics in year 1, because the results show that mathematics in year 1 is more strictly structured and more based on a specific mathematical content. This could also contribute to difficulties for pupils to develop an understanding of school mathematics. To avoid this, there is reason to create a clearer continuity in mathematics teaching from the preschool class to year 1, where the pupils' prior knowledge is well managed (cf. Löwing, 2009; Solem & Reikerås, 2004).

Freedom of action and learning opportunities

The results of this thesis show that the pupils' freedom of action regarding the choice of methods and content processed in mathematics differs in the different mathematical activities in the preschool class and in year 1. This is true for both the preschool class and year 1 and has consequences for what pupils are given the opportunity to learn. In addition, the freedom of action in the preschool class turns out to be higher than in year 1 for each activity. This means that pupils' encounters with mathematics in year 1 are more based on assigned tasks, predetermined content and specific

methods, while the encounters in the preschool class are more based on what the pupils themselves are interested in, allowing them to choose how to work with mathematics. The connection between the preschool class and the preschool could be seen as a possible explanation for the differences, where children's own exploration and learning through play are important elements (van Bommel & Palmér, 2020).

These differences can have further consequences in terms of what learning opportunities are provided. In the study, pupils' interest and commitment to the mathematics they worked with seemed to be greater when freedom of action was higher, generating good conditions for continued learning in mathematics (cf. OECD, 2013a). However, it is not necessarily given that the pupils actually learn mathematics (cf. Björklund & Franzén, 2015). There is a risk that goals and future knowledge requirements in mathematics will be overshadowed by the exploration itself, or that the teaching will be given a too one-sided focus. In the study, the pupils' own exploration in mathematics was seen to develop in different directions depending on the response it received. When teachers drew attention to the pupils' ideas and observations, the situation was given a stronger mathematical focus that could contribute to it being perceived as mathematical by the pupils as well. Teachers' responses also tended to contribute to deepen the pupils' own exploration. Otherwise, it often turned out to be fleeting and end quickly. This can be compared with research findings by Bäckman (2015), who shows that play is prioritized over mathematical content in preschool children's exploration. In other words, it is not certain that the pupils in this study were aware of the mathematics that they explored by themselves. I therefore argue that in situations where the pupils have a high degree of freedom of action, it is particularly important that the teacher is present and able to distinguish and visualize the mathematics that the pupils work with, in order to direct the pupils' focus. The pupils are then given the opportunity to place their own discoveries in a mathematical context and gain a greater understanding of different mathematical concepts and phenomena on a more general level (cf. Clements et al., 2013; Emanuelsson, 2016; Helenius et al., 2015). However, the results of the study show that the teachers in the preschool class are often a little on the fringes of the pupils' own exploration and testing, and thus do not have the opportunity to make mathematics visible to them or challenge them further towards the future goals of school mathematics. This means that pupils' opportunities to learn mathematics in these situations often are limited to what they themselves focus on and work with, in the social context in which they are included. For pupils who do not by themselves focus on mathematics in their environment, there is a risk that these opportunities do not become mathematical at all.

A more uniform mathematical focus is made possible in year 1, where the pupils have less freedom of action than in the preschool class. However, there is a risk of losing pupils' curiosity and interest in mathematics when their freedom of action is restricted. An important aspect of developing mathematical competence is to see mathematics as meaningful and useful (see, for example, Kilpatrick et al., 2001), which is probably more difficult for pupils to perceive when they work with it in predetermined ways.

Referenser

- Ackesjö, H. (2010). *Läraridentiteter i förskoleklass: Berättelser från ett gränsland* [Licentiatuppsats, Göteborgs universitet]. DiVA. <http://lnu.diva-portal.org/smash/get/diva2:313666/FULLTEXT01.pdf>
- Ackesjö, H., & Persson, S. (2019). The schoolarization of the preschool class – policy discourses and educational restructuring in Sweden. *Nordic Journal of Studies in Educational Policy*, 5(2), 1–10. <https://doi.org/10.1080/20020317.2019.1642082>
- Ahlberg, A. (1992). *Att möta matematiska problem: En belysning av barns lärande* [Doktorsavhandling, Göteborgs universitet]. Göteborgs universitets publikationer - elektroniskt arkiv. https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/13316/1/gupea_2077_13316_1.pdf
- Ahlberg, A. (1994). *Att möta matematiken i förskolan: Rita, tala och räkna matematik*. (Rapport nr. 12). Göteborgs universitet, Institutionen för pedagogik.
- Alnervik, K. (2013). *"Men så kan man ju också tänka!": Pedagogisk dokumentation som förändringsverktyg i förskolan* [Doktorsavhandling, Högskolan i Jönköping]. DiVA. <http://hj.diva-portal.org/smash/get/diva2:659182/FULLTEXT01.pdf>
- d'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 44–48.
- Anthony, G., & Walshaw, M. (2007). *Effective pedagogy in mathematics/pāngarau: Best evidence synthesis iteration*. Ministry of Education. https://thehub.swa.govt.nz/assets/documents/42433_BES_Maths07_Complete_0.pdf
- Anthony, G., & Walshaw, M. (2008). Characteristics of effective pedagogy for mathematics education. I H. Forgasz, T. Barkatsas, A. Bishop, B. Clarke, P. Sullivan, S. Keast, W. T. Seah, & S. Willis (red.), *Research in mathematics education in Australasia 2004-2007* (s. 195–222). Sense.
- Anthony, G., & Walshaw, M. (2009a). Characteristics of effective teaching of mathematics: A View from the West. *Journal of Mathematics Education*, 2(2), 147–164.
- Anthony, G., & Walshaw, M. (2009b). *Effective pedagogy in mathematics. (Educational Practices Series-19)*. International Academy of Education. http://www.iaoed.org/downloads/EdPractices_19.pdf

- Atkinson, P., Coffey, A., Delamont, S., Lofland, J., & Lofland, L. (red.) (2001). *Handbook of ethnography*. Sage.
- Aubrey, C. (1993). An investigation of the mathematical knowledge and competencies which young children bring into school. *British Educational Research Journal*, 19(1), 27–41.
<http://dx.doi.org/10.1080/0141192930190103>
- Aunio, P., & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years: A working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, 24(5), 684–704. <http://dx.doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424>
- Batchelor, S., Inglis, M., & Gilmore, C. (2015). Spontaneous focusing on numerosity and the arithmetic advantage. *Learning and Instruction*, 40, 79–88. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.09.005>
- Berthén, D. (2007). *Förberedelse för särskildhet: Särskolans pedagogiska arbete i ett verksamhetsteoretiskt perspektiv* [Doktorsavhandling, Karlstads universitet]. DiVA. <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2%3A6641/FULLTEXT01.pdf>
- Bishop, A. J. (1988a). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A. J. (1988b). Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 179–191.
https://doi.org/10.1007/978-94-017-2209-4_4
- Bishop, A. J. (2016). Can values awareness help teachers and parents transition preschool learners into mathematics learning? I T. Meaney, O. Helenius, M. L. Johansson, T. Lange & A. Wernberg (red.) *Mathematics education in the early years: Results from the POEM2 Conference, 2014* (s. 43–56). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-23935-4_3
- Björklund, C. (2007). *Hållpunkter för lärande: Småbarns möten med matematik* [Doktorsavhandling, Åbo Akademi]. Doria. <https://www.doria.fi/bitstream/handle/10024/5323/BjorklundCamilla.pdf?sequence=2>
- Björklund, C., & Barendregt, W. (2016). Teachers' mathematical awareness in Swedish early childhood education. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 60(3), 359–377.
<https://doi.org/10.1080/00313831.2015.1066426>
- Björklund, C., & Franzén, K. (red.) (2015). *De yngsta barnens matematik*. (1. uppl.) Liber.
- Björklund, C., & Palmér, H. (2018). *Matematikundervisning i förskolan: Att se världen i ljuset av matematik*. Natur & Kultur.

- Björklund, C., & Palmér, H. (2020). Att undervisa i matematik i förskolan. I A. Lindgren, N. Pramling & R. Säljö (red.), *Förskolan och barns utveckling: Grundbok för förskollärare*. (2. uppl., s. 173–186). Gleerups.
- Blazar, D. (2015). Effective teaching in elementary mathematics: Identifying classroom practices that support student achievement. *Economics of Education Review*, 48, 16–29.
<https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2015.05.005>
- Bolstad, O. H. (1999). Teaching for mathematical literacy: School leaders' and teachers' rationales. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 7(3), 93–108. <http://dx.doi.org/10.30935/sci-math/9537>
- van Bommel, J., & Palmér, H. (2020). *Matematikundervisning i förskoleklass*. Studentlitteratur.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77–101.
<https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Bäckman, K. (2015). *Matematiskt gestaltande i förskolan* [Doktorsavhandling, Åbo Akademi]. Doria. https://www.doria.fi/bitstream/handle/10024/103338/backman_kerstin.pdf?sequence=2&isAllowed=y
- Børne- og Undervisningsministeriet (2020, 24 april). Børnehaveklassen. <https://www.uvm.dk/folkeskolen/fag-timetel-og-overgange/sko-lestart-og-boernehaveklassen/boernehaveklassen>
- Carlgren, I., & Marton, F. (2002). *Lärare av i morgon*. ([Ny utg.]). Lärarförbundet.
- Charmaz, K. (2014). *Constructing grounded theory* (2. uppl.). Sage Publications.
- Clark, B., Cheeseman, J., & Clark, D. (2006). The mathematical knowledge and understanding young children bring to school. *Mathematics Education Research Journal*, 18(1), 78–102.
<http://dx.doi.org/10.1007/BF03217430>
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.
- Clements, D. H., Baroody, A. J., & Sarama, J. (2013). *Background research on early mathematics*. National Governor's Association. http://www.du.edu/marsicoinstitute/media/documents/dc_background_research_early_math.pdf
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: The case of geometry. *Mathematics Teacher Education*, 14(2), 133–148. <http://dx.doi.org/10.1007/s10857-011-9173-0>

- Cross, C., Woods, T., & Schweingruber, H. (red.). (2009). *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. National Academies Press.
- Dahlberg, G., & Lenz Taguchi, H. (2015). *Förskola och skola: Om två skilda traditioner och om visionen om en mötesplats*. Liber.
- Davydov, V. V. (1999). The content and unsolved problems of activity theory. In Y. Engeström, R. Miettinen, & R-L. Punamäki (red.), *Perspectives on activity theory* (s. 39–52). Cambridge University Press.
- Delamont, S., & Atkinson, P. (1995). *Fighting familiarity: Essays on education and ethnography*. Hampton Press.
- Doverborg, E. (1987). *Matematik i förskolan?* (Rapport 1987:05). Göteborgs universitet, Institutionen för pedagogik.
- Doverborg, E. (2016). Förskolans matematik. I E. Doverborg, O. Helenius, G. Sterner & K. Wallby (red.), *Små barns matematik: Undervisning & lärande* (2. rev. uppl., s. 1–12). Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.
- Doverborg, E., Helenius, O., Sterner, G., Trygg, L., & Wallby, K. (red.) (2013). *Förskolans matematik* (1. uppl.). Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.
- Doverborg, E., Helenius, O., Sterner, G., & Wallby K. (red.) (2016). *Små barns matematik: Undervisning & lärande* (2. rev. uppl.). Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.
- Doverborg, E., & Pramling Samuelsson, I. (1999). *Förskolebarn i matematikens värld*. Liber.
- Doverborg, E., & Pramling Samuelsson, I. (2004). Varför skall barn inte märka att de lär sig matematik? *Nämnamnaren*, (4), 2–5.
http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/0205_04_3.pdf
- Dowker, A., Cheriton, O., Horton, R., & Mark, W. (2019). Relationships between attitudes and performance in young children's mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 100(3), 211–230.
<https://doi.org/10.1007/s10649-019-9880-5>
- Egelström, M. (2019). *Samma lärare – olika praktiker?: En studie av literacy och meningsskapande i grundskolans tidiga ämnesundervisning* [Doktorsavhandling, Umeå universitet]. DiVA. <http://umu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1294719/FULLTEXT01.pdf>
- Emanuelsson, G., & Doverborg, E. (2006). *Matematik i förskolan* (1. uppl.). Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.
- Emanuelsson, G., & Helenius, O. (2016). Matematik – en del av vår kultur. I E. Doverborg, O. Helenius, G. Sterner & K. Wallby (red.), *Små barns matematik: Undervisning & lärande* (2. rev. uppl., s. 13–27).

- Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.
- Emanuelsson, L. (2016). Upptäckter av matematik i en barnbok. I E. Dörmberg, O. Helenius, G. Sterner & K. Wallby (red.), *Små barns matematik: Undervisning & lärande* (2. rev. uppl., s. 137–150). Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.
- Engeström, Y. (1987). *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research* [Doktorsavhandling]. Helsingfors universitet.
- Engeström, Y. (1999). Activity theory and individual and social transformation. I Y. Engeström, R. Miettinen & R-L. Punamäki (red.) *Perspectives on activity theory* (s. 19-38). Cambridge University Press.
- Engeström, Y. (2001). Expansive learning at work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*, 14(1), 133–156. <https://doi.org/10.1080/13639080020028747>
- Engeström, Y. (2015). *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research* (2. uppl.). Cambridge University Press.
- Engeström, Y., & Miettinen, R. (1999). Introduction. I Y. Engeström, R. Miettinen & R-L. Punamäki (red.) *Perspectives on activity theory* (s. 1–16). Cambridge University Press.
- English, L. (2004). Mathematical and analogical reasoning in early childhood. I L. English (red.), *Mathematical and analogical reasoning of young learners* (s. 1–22). Lawrence Erlbaum.
- Engvall, M. (2013). *Handlingar i matematikklassrummet: En studie av undervisningsverksamheter på lågstadiet då räknemetoder för addition och subtraktion är i fokus* [Doktorsavhandling, Linköpings universitet]. DiVA. <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:660675/FULLTEXT01.pdf>
- Fangen, K. (2005). *Deltagande observation*. Liber ekonomi.
- Fisher, P. H., Dobbs-Oates, J., Doctoroff, G. L., & Arnold, D. H. (2012). Early math interest and the development of math skills. *Journal of Educational Psychology*, 104(3), 673–681. <https://doi.org/10.1037/a0027756>
- Flewitt, R. (2005). Conducting research with young children: Some ethical considerations. *Early Child Development and Care*, 175(6), 553–565. <https://doi.org/10.1080/03004430500131338>
- Flognman, C., Helenius, O., Nyström, P., & Wikström, R-M. (red.) (2019). *Förskolans matematik* ([rev. och utökad nyutgåva]). Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.

- Folkskolöverstyrelsen (1919). *Undervisningsplan för rikets folkskolor den 31 oktober 1919*. https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/51541/1/gupea_2077_51541_1.pdf
- Fredriksson, M. (2009). Matematiken i förskoleklassen. *Nämnamnaren*, (4), 8–11. http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/0811_09_4.pdf
- Frontera, M. (1994). On the initial learning of mathematics: Does schooling really help? I J. E. H. van Luit (red.), *Research on learning and instruction of mathematics in kindergarten and primary school* (s. 42–59). Graviant.
- Fröbel, F. (1995). *Människans fostran*. Studentlitteratur.
- Geertz, C. (2017). *The interpretation of cultures: Selected essays*. (3. uppl.). Basic Books.
- Gervasoni, A., & Perry, B. (2015). Children's mathematical knowledge prior to starting school and implications for transition. I B. Perry, A. MacDonald & A. Gervasoni (red.), *Mathematics and transition to school: International perspectives* (s. 47–64). Springer.
- Ginsburg, H. P. (1977). *Children's arithmetic: The learning process*. D. Van Nostrand.
- Ginsburg, H. P. (2006). Mathematical play and playful mathematics: A guide for early education. I D. G. Singer, R. M. Golinkoff, & K. Hirsh-Pasek (red.), *Play = learning: How play motivates and enhances children's cognitive and social-emotional growth* (s. 145–165). Oxford University Press.
- Ginsburg, H. P., Lee, J. S., & Boyd, J. S. (2008). Mathematics education for young children: What is it and how to promote it. *Social Policy Report*, 12(1), 3–23. <http://dx.doi.org/10.1002/j.2379-3988.2008.tb00054.x>
- Gordon, T., Holland, J., & Lahelma, E. (2001). Ethnographic research in educational settings. I P. Atkinson, A. Coffey, S. Delamont, J. Lofland & L. Lofland (red.), *Handbook of ethnography* (s. 188–203). Sage.
- Granström, K. (2004). Om tillförlitlighet i observationer inom forskning och psykologisk praktik. *Nordisk Psykologi*, 56(4), 289–303. <https://doi-org.e.bibl.liu.se/10.1080/00291463.2004.10637450>
- Griffin, S., & Case, R. (1997). Rethinking the primary school math curriculum: An approach based on cognitive science. *Issues in Education*, 3(1), 1–49.
- Grönlund, A. (2019). *Återkoppling i analoga och digitala klassrum: Spänningsfyllda verksamheter i samhällskunskapsundervisning* [Doktorsavhandling, Linköpings universitet]. DiVA. <http://liu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1313111/FULLTEXT01.pdf>

- Hammar Chiriac, E., & Einarsson, C. (2018). *Gruppobservationer: Teori och praktik* (2. uppl.). Studentlitteratur.
- Hammersley, M., & Atkinson, P. (2019). *Ethnography: Principles in practice* (4. uppl.). Routledge
- Hannula, M., & Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction*, 15(3), 237–256. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2005.04.005>
- Hannula, M., Mattinen, A., & Lehtinen, E. (2005). Does social interaction influence 3-year-old children's tendency to focus on numerosity? A quasi-experimental study in day care. I L. Verschaffel, E. De Corte, G. Kanselaar, & Valcke, M. (red.), *Powerful environments for promoting deep conceptual and strategic learning* (63–80). Leuven University Press.
- Haug, P. (1992). *Educational reform by experiment: The Norwegian experimental educational programme for 6-year-olds (1986-1990) and the subsequent reform* [Doktorsavhandling, Stockholms universitet]. DiVA. <http://su.diva-portal.org/smash/get/diva2:706812/FULLTEXT01.pdf>
- Hedegaard, M. (2002). *Learning and child development: A cultural-historical study*. Aarhus University Press.
- Hedegaard, M., Chaiklin, S., & Jensen, U. J. (1999). Activity theory and social practice: An introduction. I S. Chaiklin, M. Hedegaard & U. J. Jensen (red.), *Activity theory and social practise: Cultural-historical approaches* (s. 12–30). Aarhus University Press.
- Helenius, O., Johansson, M. L., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E., & Wernberg, A. (2015). Preschool Teachers' Awareness of Mathematics. I O. Helenius, A. Engström, T. Meaney, P. Nilsson, E. Norén, J. Sayers & M. Österholm (red.), *Development of mathematics teaching: Design, Scale, Effects: Proceedings from Madif9* (s. 67–86). Svensk Förening för Matematikdidaktisk Forskning. [http://ncm.gu.se/media/smdf/Published/No10_Madif9/Helenius et al proceedings of madif9_web.pdf](http://ncm.gu.se/media/smdf/Published/No10_Madif9/Helenius_et_al_proceedings_of_madif9_web.pdf)
- Helenius, O., Johansson, M. L., Lange, T., Meaney, T. & Wernberg, A. (2020). *Matematikdidaktik i förskolan: Att utveckla lekfulla, matematiska barn* (2. uppl.). Gleerups Utbildning AB.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. I F. K. Lester (red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics: Vol. 1* (s. 371–404). Information Age Pub.

- Howitt, D. (2013). *Introduction to qualitative methods in psychology* (2. uppl.). Pearson.
- Husén, T., & Dahllöf, U. (1960). *Matematik och modersmålet i skola och yrkesliv: Studier av kunskapskrav, kunskapsbehållning och undervisningens uppläggning*. Studieförbundet Näringsliv och Samhälle.
- Häggbloom, L. (2013). *Med matematiska förmågor som kompass* (1. uppl.). Studentlitteratur.
- Høines, M. J. (2000). *Matematik som språk: Verksamhetsteoretiska perspektiv* (2. uppl.). Liber ekonomi.
- InfoFinland (2020, 2 mars). *Förskoleundervisning*. infofinland.fi <https://www.infofinland.fi/sv/livet-i-finland/utbildning/utbildning-for-barn/forskoleundervisning>
- Ingvarson, L., Beavis, A., Bishop, A., Peck, R., & Elsworth, G. (2004). *Investigation of effective mathematics teaching and learning in Australian secondary schools*. Council for Educational Research.
- Johansson, J-E. (1995). En introduktion till Fröbel. I F. Fröbel, *Människans fostran* (s. 7–29). Studentlitteratur.
- Johansson, J-E. (2020). Förskolans pedagogiska tradition och barns utveckling med exempel från förskolans barndom. I A. Lindgren, N. Pramling & R. Säljö (red.), *Förskolan och barns utveckling: Grundbok för förskollärare* (2. uppl., s. 47–57). Gleerups.
- Johansson, M. (2015). *Perceptions of mathematics in preschool: "Now we have a way of talking about the mathematics that we can work with"* [Doktorsavhandling, Luleå tekniska universitet]. DiVA. <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:990408/FULLTEXT01.pdf>
- Johansson, M. L., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E., & Wernberg, A. (2012, July 8–15). *What maths do children engage with in Swedish preschools?* [Paper presentation]. ICME-12: The 12th International Congress on Mathematical Education, Seoul, Korea. http://muep.mau.se/bitstream/handle/2043/14575/TSG1_Lange_ICME12_Preschool%20paper.pdf?sequence=2&isAllowed=y
- Jooganah, K., & Williams, J. S. (2016). Contradictions between and within school and university activity systems helping to explain students' difficulty with advanced mathematics. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 35(3), 159–171. <https://doi.org/10.1093/teamat/hrw014>
- Kaptein, V., & Miettinen, R. (2005). Perspectives on the object of activity. *Mind, Culture, and Activity*, 12(1), 1–3. https://doi.org/10.1207/s15327884mca1201_1

- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Kommittédirektiv 2003:8. *Matematikdelegation*. https://riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/kommittedirektiv/matematikdelegation_GRB18
- Kullberg, B. (2014). *Etnografi i klassrummet* (3. [rev.] uppl.). Studentlitteratur.
- Kvesić, L., Brkić, S., & Imre, A. (2020). Mathematical abilities of pre-school children. *World Journal of Educational Research*, 7(1), 167–186. <https://doi.org/10.22158/wjer.v7n1p167>
- Lago, L., Ackesjö, J., & Persson, S. (2018). Erkännandets dynamik: Förskoleklasslärares tolkningar av ny läroplanstext. *Educare*, (1), 7–25. <https://doi.org/10.24834/educare.2018.1.1>
- Larsson, S. (2005). Om kvalitet i kvalitativa studier. *Nordisk Pedagogik*, 25(1), 16–35. <http://liu.diva-portal.org/smash/get/diva2:245080/FULLTEXT01.pdf>
- Larsson, S. (2009). A pluralist view of generalisation in qualitative research. *International Journal of Research & Method in Education*, 32(1), 25–38. <https://doi.org/10.1080/17437270902759931>
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice*. Cambridge University.
- Lee, J. S., & Ginsburg, H. P. (2007). Preschool teachers' beliefs about appropriate early literacy and mathematics education for low- and middle-socioeconomic status children. *Early Education and Development* 18(1), 111–143. <https://doi.org/10.1080/10409280701274758>
- Lee, J. S., & Ginsburg, H. P. (2009). Early childhood teachers' misconceptions about mathematics education for young children in the United States. *Australasian Journal of Early Childhood*, 34(4), 37–45. <https://doi.org/10.1177%2F183693910903400406>
- Leontiev, A. N. (1986). *Verksamhet, medvetande, personlighet*. Progress.
- Lepola, J., & Hannula-Sormunen, M. (2019). Spontaneous focusing on numerosity and motivational orientations as predictors of arithmetical skills from kindergarten to grade 2. *Educational Studies in Mathematics*. 100(3), 251–269. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9851-2>
- Lindgren, A. (2020). Förskolebarndomens historia: Föreställningar och förutsättningar för barns utveckling i småbarnsinstitutioner. I A. Lindgren, N. Pramling & R. Säljö (red.), *Förskolan och barns utveckling: Grundbok för förskollärare* (2. uppl., s. 59–73). Gleerups.
- Lundgren, U. P. (1979). *Att organisera omvärlden: En introduktion till läroplansteori*. Liberförlag.
- Lundgren, U. P. (2014). En utbildning för alla: Skolan expanderar. I U. P. Lundgren, R. Säljö & C. Liberg (red.), *Lärande, skola, bildning*:

- Grundbok för lärare* (3., [rev. och uppdaterade] uppl., s. 79–100). Natur & kultur.
- Lundström, M. (2015). *Förskolebarns strävanden att kommunicera matematik* [Doktorsavhandling, Göteborgs universitet]. Göteborgs universitets publikationer - elektroniskt arkiv. https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/38860/1/gupea_2077_38860_1.pdf
- Löwing, M. (2009). Elevers kunskaper i aritmetik: En kartläggning med utgångspunkt i Diamant-diagnoserna. *Nämnnaren*, (4), 12–18. https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/path/larportalen/material/inriktningar/1-matematik/Grundskola/419_matematikdidaktik_specialpedagogik%20åk1-3/del_07/Material/Flik/Del_07_MomentF/Artiklar/MA1_1-3_07F_01_lowing.pdf
- Löwing, M., & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik: För skola, hem och samhälle*. Studentlitteratur.
- Martin, T. S., & Herrera, T. (red.) (2007). *Mathematics teaching today: Improving practice, improving student learning* (2. uppl.). National Council of Teachers of Mathematics.
- Ministeriet for Børn, Undervisning og Ligestilling (2016). *Børns tidlige udvikling og læring: Målgrupperapport*. <https://dk.ramboll.com/media/rdk/~media/DCB01463CD8343808D7E327008062344.ashx>
- Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33–49. <https://doi.org/10.1007/BF03217544>
- Mulligan, J. T., Mitchelmore, M.C., English, L. D., & Crevensten, N. (2013). Reconceptualizing early mathematics learning: The fundamental role of pattern and structure. I L. English & J. Mulligan (red.), *Reconceptualizing early mathematics learning* (s. 47–66). Springer.
- National Mathematics Advisory Panel. (2008). *The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. U. S. Department of Education. <https://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final-report.pdf>
- Nationella centret för utbildningsutvärdering (2019). *Inledande mätning - kunskap om matematik och modersmål och litteratur i början av första klass*. (Rapport 17:2019). https://karvi.fi/app/uploads/2019/07/KARVI_1719.pdf
- Nationellt centrum för matematikutbildning (2001). *Hög tid för matematik*. (Rapport 2001:1). Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet. http://ncm.gu.se/media/ncm/kup/Hog_tid_for_matematik.pdf

- Niss, M. (1994) Mathematics in society. I R. Biehler (red.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (s. 367–378). Kluwer Academic Publishers. <https://link.springer.com/content/pdf/bfm%3A978-0-306-47204-6%2F1.pdf>
- Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 40(1), 1–24. <https://doi.org/10.1023/A:1003715913784>
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. I. A. Gagatsis, & S. Papastavridis (red.), *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education* (s. 116–124). Hellenic Mathematical Society. <http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve375/1213/docs/KOMkompetenser.pdf>
- Niss, M., & Højgaard-Jensen, T. (red.). (2002). *Kompetencer och matematiklärning*. Undervisningsministeriet. <https://static.uvm.dk/Publikationer/2002/kom/hel.pdf>
- Nordiskt samarbete (u.å.). *Grundskola på Island*. Hämtad 15 april, 2020, från <https://www.norden.org/sv/info-norden/grundskola-pa-island>
- OECD (2013a). *PISA 2012 Assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA%202012%20framework%20e-book_final.pdf
- OECD (2013b). Mathematics self-beliefs and participation in mathematics-related activities. I OECD, *PISA 2012 results: Ready to learn: Student engagement, drive and self-believes: Volume III* (s. 79–104). <https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012-Vol3-Chap4.pdf>
- OECD (2017). *PISA 2021 mathematics: A broadened perspective*. https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA2021_Mathematics_StrategicDirectionPaper.pdf
- Palmer, A. (2011). *Hur blir man matematisk?: Att skapa nya relationer till matematik och genus i arbetet med yngre barn* (1. uppl.). Liber.
- Palmer, A. (2020). *Hur blir man matematisk?: Att skapa nya relationer till matematik och genus i arbetet med yngre barn* (2. uppl.). Liber.
- Palmér, H., & van Bommel, J. (2019). *Problemlösning som utgångspunkt: Matematikundervisning i förskoleklass* (2. uppl.). Liber.
- Powel, M. A., & Smith, A. B. (2009). Children's participation rights in research. *Childhood*, 16(1), 124–142. <https://doi.org/10.1177/0907568208101694>
- Prop.1997/98:6. *Förskoleklass och andra skollagsfrågor*. https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/proposition/forskoleklass-och-andra-skollagsfragor_GL036/html

- Purpura, D. J., Baroody, A. J., & Lonigan, C. J. (2013). *The transition from informal to formal mathematical knowledge: Mediation by numeral knowledge*, 105(2), 453–464. <https://doi.org/10.1037/a0031753>
- Rantavuori, J., Engeström, Y., & Lippone, L. (2016). Learning actions, objects and types of interaction: A methodological analysis of expansive learning among pre-service teachers. *Frontline Learning Research*, 4(3), 1–27. <https://doi.org/10.14786/flr.v4i3.174>
- Rathé, S., Torbeyns, J., Hannula-Sormunen, M., De Smedt, B., & Verschaffel, L. (2016). Spontaneous focusing on numerosity: A review of recent research. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 1–25.
- Reis, M. (2011). *Att ordna, från ordning till ordning: Yngre förskolebarns matematiserande* [Doktorsavhandling, Göteborgs universitet]. Göteborgs universitets publikationer - elektroniskt arkiv. https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/27889/1/gupea_2077_27889_1.pdf
- Roth, W-M. (2004). Introduction: Activity theory and education: An introduction. *Mind, Culture and Activity*, 11(1), 1–8. https://doi.org/10.1207/s15327884mcal101_1
- Roth, W-M., & Lee, Y-J. (2007). “Vygotsky’s neglected legacy”: Cultural-historical Activity Theory. *Review of Educational Research*, 77(2), 186–232. <https://doi.org/10.3102%2F0034654306298273>
- Roth, W-M., & Radford, L. (2011). *A cultural-historical perspective on mathematics teaching and learning*. Sense.
- Samuelsson, J. (2003). *Nytt, på nytt sätt?: En studie över datorn som förändringsagent av matematikundervisningens villkor, metoder och resultat i skolor 7-9* [Doktorsavhandling]. Uppsala universitet.
- Samuelsson, J. (2007). Matematik i grundskolan. I A. Engström, M. Engvall & J. Samuelsson (red.), *Att leda den tidiga matematikundervisningen* (s. 17–44). Skapande vetande, Linköpings universitet.
- Sandberg, G. (2012). *På väg in i skolan: Om villkor för olika barns delaktighet och skriftspråkslärande* [Doktorsavhandling, Uppsala universitet]. DiVA. <http://uu.diva-portal.org/smash/get/diva2:561240/FULLTEXT01>
- Sannino, A., Daniels H., & Gutiérrez K. D. (2009). Activity Theory between historical engagement and future-making practice. I A. Sannino, H. Daniels & K. D. Gutiérrez (red.), *Learning and expanding with Activity Theory* (s. 1–15). Cambridge University Press.
- Sannino, A., & Engeström, Y. (2018). Cultural-historical Activity Theory: Founding insights and new challenges. *Cultural-Historical Psychology*, 14(3), 43–56. <https://doi.org/10.17759/chp.2018140304>

- Sarama, J., & Clements, H.D. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Rothledge.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1–38.
<https://doi.org/10.1177%2F002205741619600202>
- Seo, K., & Ginsburg, H. (2004). What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education?: Lessons from new research. I D. H. Clements & J. Sarama (red.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early mathematics education* (s. 91–104). Erlbaum.
- SFS 2018:1197. *Lag om Förenta nationernas konvention om barnets rättigheter*. https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/lag-20181197-om-forenta-nationernas-konvention_sfs-2018-1197
- Sheridan, S., Williams, P., Sandberg, A., & Vuorinen, T. (2011). Pre-school teaching in Sweden: A profession in change. *Educational Research*, 53(4), 415–437.
<http://dx.doi.org/10.1080/00131881.2011.625153>
- Skelton, T. (2008). Research with children and young people: Exploring the tensions between ethics, competence and participation. *Children's Geographies*, 6(1), 21–36.
<https://doi.org/10.1080/14733280701791876>
- Skolinspektionen (2014). *Kunskapsöversikt. Kvalitetsgranskning av undervisning i förskoleklass*. (Dnr 400-2014:1372).
<https://docplayer.se/18568295-Kunskapsoversikt-kvalitetsgranskning-av-undervisning-i-forskoleklass.html>
- Skolinspektionen (2015). *Undervisning i förskoleklass*. (Rapport 2015:3).
<https://www.skolinspektionen.se/globalassets/02-beslut-rapporter-stat/granskningsrapporter/tkg/2015/forskoleklass/rapport---undervisning-i-forskoleklass-2015.pdf>
- Skolverket (2010). *Läroplan för förskolan Lpfö 98: Reviderad 2010* (2. uppl.). https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/30905/1/gupea_2077_30905_1.pdf
- Skolverket (2014). *Förskoleklassen – uppdrag, innehåll och kvalitet*.
<https://www.skolverket.se/publikationsserier/stodmaterial/2014/for-skoleklassen---uppdrag-innehall-och-kvalitet?id=3329>
- Skolverket (2016a). *Förskoleklassen: Ett kommentarmaterial till läroplanens tredje del*. <https://www.skolverket.se/getFile?file=3719>
- Skolverket (2016b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: Reviderad 2016* (3., kompletterade uppl.).

- <https://www.skolverket.se/publikationsserier/styrdokument/2016/laroplan-for-grundskolan-forskoleklassen-och-fritidshemmet-2011-reviderad-2016?id=2575>
- Skolverket (2017a). *Beskrivande data 2017: Förskola, skola och vuxenutbildning*. <https://www.skolverket.se/download/18.6bfaca41169863e6a65d367/1553967967489/pdf3953.pdf>
- Skolverket (2017b). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik: Reviderad 2017*. <https://www.skolverket.se/download/18.6bfaca41169863e6a65cb18/1553967410999/pdf3794.pdf>
- Skolverket (2018). *Läroplan för förskolan: Lpfö 18*. <https://www.skolverket.se/download/18.6bfaca41169863e6a65d5aa/1553968116077/pdf4001.pdf>
- Skolverket (2019a). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: Reviderad 2019* (6. uppl.). <https://www.skolverket.se/download/18.35e3960816b708a596c3965/1567674229968/pdf4206.pdf>
- Skolverket (2019b). *Matematik – Förskola: Modul: Förskolans matematik: Del 1: Matematiska aktiviteter*. https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/path/larportalen/material/inriktningar/1-matematik/Förskola/450_forskolansmatematik/9_12_dokumenteraochutveckla/material/flikmeny/tabA/Artikel/F_12A_02_aktiviteter.docx
- Skolverket (2019c). *Nationellt bedömningsstöd i taluppfattning: Matematik i årskurs 1–3*. <https://bp.skolverket.se/delegate/download/test/informationmaterial?test-Guid=54B16A6448264321BB92BF07493A2917>
- Skolverket (2019d). *Slutbetyg i grundskolan våren 2019*. (Dnr: 5.1.1 - 2019:1342). https://siris.skolverket.se/siris/sitevision_doc.get-File?p_id=549326
- Skolverket (2020, 30 mars). *Guide och webinarium om förändringarna i Lpfö 18*. Skolverket. <https://www.skolverket.se/undervisning/forskolan/laroplan-for-forskolan/guide-och-webbinarium-om-forandringarna>
- Skolöverstyrelsen (1935). *Metodiska anvisningar till undervisningsplanen för rikets allmänna läroverk*. https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/51805/1/gupea_2077_51805_1.pdf
- Skolöverstyrelsen (1955). *Kursplaner och metodiska anvisningar för realskolan*. https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/56369/1/gupea_2077_56369_1.pdf

- Skolöverstyrelsen (1961). *Terminologi, beteckningssätt och uppställningstyper i den elementära matematikundervisningen: Utredning*. Sv. bokförl. (Norstedt).
- Skolöverstyrelsen (1962). *Läroplan för grundskolan*.
https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/50232/1/gupea_2077_50232_1.pdf
- Skolöverstyrelsen (1969). *Läroplan för grundskolan: Lgr 69*. 1 Allmän del. https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/30902/1/gupea_2077_30902_1.pdf
- Skolöverstyrelsen (1980). *Läroplan för grundskolan: Lgr 80*.
https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/30910/1/gupea_2077_30910_1.pdf
- Smith, K., & Geller, C. (2004). Essential principles of effective mathematics instruction: Methods to reach all students. *Preventing School Failure*. 48(4), 22–29. <https://doi.org.e.bibl.liu.se/10.3200/PSFL.48.4.22-29>
- Socialstyrelsen (1981). *Förskola – lågstadium: Samverkan för kontinuitet: Arbetsplan för förskolan*. https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/31038/1/gupea_2077_31038_1.pdf
- Socialstyrelsen (1987:3). *Pedagogiskt program för förskolan*.
https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/30947/1/gupea_2077_30947_1.pdf
- Socialstyrelsen (1990). *Lära i förskolan: Innehåll och arbetssätt för de äldre förskolebarnen*. Socialstyrelsens Allmänna förlag.
- Solem, I. H. & Reikerås, E. K. L. (2004). *Det matematiska barnet*. Natur och kultur.
- SOU 1948:27. *1946 års skolkommissions betänkande med förslag till riktlinjer för det svenska skolväsendets utveckling*. <https://lagen.nu/sou/1948:27?attachment=index.pdf&repo=soukb&dir=downloaded>
- SOU 1960:15. *Kursplaneundersökningar i matematik och modersmålet: Empiriska studier över kursinnehållet i den grundläggande skolan*.
<https://lagen.nu/sou/1960:15?attachment=index.pdf&repo=soukb&dir=downloaded>
- SOU 1961:31. *Läroplaner för grundskola och fackskolor: Förslag: Förslag angivet av 1957 års skolberedning VII*. <https://lagen.nu/sou/1961:31?attachment=index.pdf&repo=soukb&dir=downloaded>
- SOU 1972:26. *Förskolan Del 1: Betänkande angivet av 1968 års barnstugeutredning*. <https://lagen.nu/sou/1972:26?attachment=index.pdf&repo=soukb&dir=downloaded>

- SOU 1972:27 *Förskolan Del 2: Betänkande angivet av 1968 års barnstugeutredning*. <https://lagen.nu/sou/1972:27?attachment=index.pdf&repo=soukb&dir=downloaded>
- SOU 2004:97. *Att lyfta matematiken: Intresse, lärande, kompetens*. <https://www.regeringen.se/49b71d/contentassets/1e03188c1e54400ab455a6245cbc17de/att-lyfta-matematiken---intresse-larande-kompetens-sou-200497>
- SOU 2021:33. *En tioårig grundskola: Införandet av en ny årskurs 1 i grundskolan, grundsärskolan, specialskolan och sameskolan*. <https://www.regeringen.se/499ae9/contentassets/f0785293473f4488ad7132aa06fbb1a1/en-tioarig-grundskola-sou-202133>
- Spindler, G. D. (red.) (1982). *Doing the ethnography of schooling: Educational anthropology in action*. Holt, Rinehart and Winston.
- Steadman, P. H. (1991). There is no more safety in numbers: A new conception of mathematics teaching. I E. von Glaserfeld (red.). *Radical constructivism in mathematics education* (s. 1-12). Kluwer Academic Publishers.
- Sterner, G., Helenius, O., & Wallby, K. (2014). *Tänka, resonera och räkna i förskoleklass*. Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.
- Sterner, G., & Trygg, L. (2019). *Undervisningsmetoder och arbetssätt: Modul: Matematikdidaktik och specialpedagogik: Del 5: Undervisningsmetoder*. Skolverket. https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/path/larportalen/material/inriktningar/1-matematik/Grundskola/429_matematikdidaktik_specialpedagogik_åk4-6/del_05/Material/Flik/Del_05_MomentA/Artiklar/MA1_4-6_05A_01_undervisningsmetoder.docx
- Säljö, R. (2014). *Lärande i praktiken: Ett sociokulturellt perspektiv* (3. uppl.). Studentlitteratur.
- Thiel, O. (2010). Teachers' attitudes towards mathematics in early childhood education. *European Early Childhood Education Research Journal*, 18(1), 105–115. <https://doi.org/10.1080/13502930903520090>
- Thornberg, R., & Forslund Frykedal, K. (2019). Grundad teori. I A. Fejes & R. Thornberg (red.), *Handbok i kvalitativ analys* (3. uppl., s. 44–71). Liber.
- UbU7 2017/18. *Utbildningsutskottets betänkande: Skolstart vid sex års ålder*. https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/arende/betankande/skolstart-vid-sex-ars-alder_H501UbU7/html
- Unenge, J. (1999). *Skolmatematiken i går, i dag och i morgon: Med mina ögon sett* (1. uppl.). Natur och kultur.

- Unenge, J., Sandahl, A., & Wyndhamn, J. (1994). *Lära matematik: Om grundskolans matematikundervisning*. Studentlitteratur.
- UNICEF Sverige (2009). *Barnkonventionen: FN:s konvention om barnets rättigheter*. <https://unicef.se/barnkonventionen/las-texten#hela-texten>
- Utbildningsdepartementet (1994). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet: Lpo 94*. https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/31298/1/gupea_2077_31298_1.pdf
- Utbildningsdepartementet (1998). *Läroplan för förskolan: Lpfö 98*. https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/53003/1/gupea_2077_53003_1.pdf
- Utbildningsdepartementet (2010). *Förskola i utveckling: Bakgrund till ändringar i förskolans läroplan*. <https://www.regeringen.se/49b71e/contentassets/a57a67cdd48e461abdd46c587b0e0575/forskola-i-utveckling---bakgrund-till-andringar-i-forskolans-laroplan>
- Utbildningsdepartementet (2015). *Regeringsbeslut: Uppdrag till Statens skolverk om förtydligande av förskoleklassens och fritidshemmets uppdrag m.m.* (U2015/191/S). <https://www.skolverket.se/download/18.6b138470170af6ce9145c1/1584348806678/Uppdrag%20U2015191S.pdf>
- Vennberg, H. (2020). *Att räkna med alla elever: Följa och främja matematiklärande i förskoleklass* [Doktorsavhandling, Umeå universitet]. DiVA. <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1413144/FULLTEXT01.pdf>
- Vetenskapsrådet (2017). *God forskningssed*. https://www.vr.se/download/18.2412c5311624176023d25b05/1555332112063/God-forskningssed_VR_2017.pdf
- Vygotskij, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Wallström, B. (1992). *Möte med Fröbel*. Studentlitteratur.
- Willermark, S. (2018). *Digital didaktisk design: Att utveckla undervisning i och för en digitaliserad skola* [Doktorsavhandling, Högskolan Väst]. DiVA. <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1174749/FULLTEXT01.pdf>
- Wyndhamn, J. (1997). *Från räkning till matematik: Om matematik och matematikämnet i de senaste läroplanerna*. Linköpings universitet.
- Øverlien, C. (2013). «Nå følte jeg meg som jens stoltenberg, jeg!»: Etiske refleksjoner kring två forskningsprojekt om barn och ungdomar i svåra livssituationer. I: H. Fossheim, J. Hølen & H. Ingierd (red.), *Barn i forskning: Etiske dimensjoner* (s. 9–44). De Nasjonale forskningsetiske komiteene.

Bilagor

Bilaga A

Informationsmail till ansvarig förskollärare i förskoleklass

Ämne: Observation i förskoleklass?

Hej Gunilla!

Jag heter Sofie Arnell och är doktorand i pedagogik vid Linköpings universitet, med inriktning mot matematikdidaktik. Mitt avhandlingsarbete kommer att fokusera på små barn och deras möte med matematik, där jag är intresserad av att följa en grupp barn under deras förskoleklasstid och även en bit in på höstterminen i årskurs ett.

Tanken är att jag huvudsakligen genom gruppobservationer, men även genom kompletterande intervjuer, ska följa en grupp förskoleklassbarn under deras år i förskoleklassen och observera hur de möter matematik och om/hur de spontant ägnar sig åt matematiska aktiviteter. Därefter är tanken att jag ska följa med dem vid övergången till årskurs ett för att se hur mötet med den mer formella matematiken går till och upplevs av barnen.

Min fråga till dig är nu om jag skulle kunna genomföra denna studie i din/er blivande förskoleklass från hösten och framåt? Det handlar alltså om observationer som sträcker sig från ht-14 till ht-15, när barnen går i årskurs ett. Jag har varit i kontakt med er rektor xx som har godkänt ert deltagande om ni är intresserade.

Om du med en gång känner att detta inte är något för dig och din barngrupp är jag mycket tacksam över att snabbt få veta detta, så att jag kan vända mig till en annan skola. Jag hoppas dock att jag får komma till just er skola då jag hört från kommunens matematiksamordnare, xx, att ni har ett extra gott samarbete mellan förskoleklassen och årskurs ett.

Vänliga hälsningar och trevlig sommar!

Sofie Arnell

[Skickat via e-post den 12 juni 2014 kl. 16.33]

Bilaga B

Samtyckesblankett till vårdnadshavare för elever i förskoleklassen

Ort augusti 2014

Till vårdnadshavare för barn i förskoleklassen Ängen, Ängsvallsskolan

Forskning om barn och matematik

Jag heter Sofie Arnell och är doktorand i pedagogik vid Linköpings universitet. I min forskning är jag intresserad av att lära mig mer om när och hur små barn möter matematik och ägnar sig åt matematiska aktiviteter i förskoleklassen och hur det senare kan påverka mötet med matematiken när de börjar årskurs ett.

För att ta reda på mer om detta kommer jag att göra ett antal observationer i Ert barns förskoleklass. Det innebär att jag kommer att följa gruppen under höstterminen 2014 fram till höstterminen 2015, när barnen har börjat i årskurs ett. Jag kommer att närvara i gruppen vid olika veckodagar, en till flera dagar i veckan. Jag kommer även att prata med barnen om vad de gör och vad som sker samt leka sifferlekar med dem. Vid observationerna kommer jag att föra anteckningar samt göra ljudinspelningar för att bättre minnas det som händer. Informationen som samlas in under observationerna kommer enbart att användas i forskningssyfte och uppgifter om de barn och lärare som deltar i studien kommer att behandlas konfidentiellt. Det innebär att lärarnas, barnens och skolans namn eller ort inte kommer att lämnas ut.

Min fråga till Er som vårdnadshavare är nu om Ert barn får delta i denna studie *om han/hon vill det*? Jag har varit i kontakt med rektor och lärare på skolan som har godkänt att jag kommer och observerar samt samtalar med barnen.

Jag är tacksam om Ni fyller i blanketten på nästa sida och lämnar in den till Gunilla **senast onsdagen den 3 september**. Deltagandet i studien är helt frivilligt och Ni kan när som helst välja att avbryta det.

Om Ni har några frågor är Ni välkomna att kontakta mig per telefon eller e-post. Ni kan även kontakta någon av mina handledare.

Vänliga hälsningar

Sofie Arnell

[kontaktuppgifter är borttagna ur bilagan]

Handledare:

Joakim Samuelsson

[kontaktuppgifter är borttagna ur bilagan]

Karin Forslund Frykedal

[kontaktuppgifter är borttagna ur bilagan]

Samtycke till deltagande i observationsstudien om barn och matematik

☐ **JA**, vårt/mitt barn får delta i studien

☐ **NEJ**, vårt/mitt barn får *inte* delta i studien

Barnets namn: _____

Målsmans/-mäns underskrift: _____

Datum och ort: _____

Lämna in denna blankett till Gunilla senast den 3 september 2014

Bilaga C

Informationsmail till ansvarig lärare i årskurs 1

Ämne: Observation i åk 1 till hösten?

Hej Camilla!

Jag heter Sofie Arnell och är doktorand i pedagogik vid Linköpings universitet, med inriktning mot matematikdidaktik. Mitt avhandlingsarbete kommer att fokusera på barns möten med matematik, och intresset ligger i att följa en barngrupp under deras förskoleklasstid och även en bit in på höstterminen i årskurs ett.

Under detta läsår (14/15) har jag varit i förskoleklassen Ängen på Ängsvallsskolan och tagit del av deras skolvardag genom att göra gruppobservationer och föra informella samtal med barnen och deras lärare. En tanke har varit att komplettera med intervjuer, men jag har ännu inte känt ett behov av det. Eventuellt kan det bli aktuellt framöver. Mitt fokus har varit hur och när barnen möter matematik och om/hur de spontant ägnar sig åt matematiska aktiviteter. Min kontaktperson under detta år har varit/är Gunilla.

Min förhoppning är nu att jag ska få möjlighet att fortsätta följa dessa barn en bit in i årskurs ett för att se hur mötet med matematik går till där. Därför vänder jag mig nu till dig, då jag fick höra av Gunilla idag att du kommer bli deras nya klasslärare. Min fråga till dig är om jag skulle kunna få vara hos er under hösten (aug till okt) och fortsätta med mina observationer? Jag har varit i kontakt med er rektor xx redan förra året, i samband med att jag kontaktade Gunilla, och hon har godkänt ert deltagande om ni är intresserade.

Om du undrar över något eller vill veta mer om mig eller min studie är det bara att du mailar mig.

Vänliga hälsningar!

Sofie Arnell

[Skickat via e-post den 21 maj 2015 kl. 14.37]

Bilaga D

Samtyckesblankett till vårdnadshavare för nytillkomna elever i åk 1

Ort augusti 2015

Till vårdnadshavare för barn i årskurs 1A, Ängsvallsskolan

Forskning om barn och matematik

Jag heter Sofie Arnell och är doktorand i pedagogik vid Linköpings universitet. I min forskning är jag intresserad av att lära mig mer om när och hur yngre barn möter matematik och ägnar sig åt matematiska aktiviteter och hur det senare kan påverka deras möte med skolmatematiken.

Under året som gått har jag följt den förskoleklass som idag är 1A för att se hur deras möten med matematik har sett ut. Studien kommer att fortsätta en bit in i ettan och därför vill jag informera Er som inte tidigare har fått information om mig och min studie.

Jag kommer alltså under höstterminen att fortsätta genomföra observationer i klassen, framförallt vid matematiklektioner, en till flera dagar i veckan. Jag kommer även att prata med barnen om vad de gör och hur de tänker kring matematiken i skolan. Vid observationerna kommer jag att föra anteckningar samt göra ljudinspelningar för att bättre minnas det som händer. Informationen som samlas in under observationerna kommer enbart att användas i forskningssyfte och uppgifter om barn och lärare som deltar i studien kommer att behandlas konfidentiellt. Det innebär att lärarnas, barnens och skolans namn eller ort inte kommer att lämnas ut.

Min fråga till Er som vårdnadshavare är nu om Ert barn får delta i denna studie *om han/hon vill det*? Jag har varit i kontakt med rektor och lärare på skolan som har godkänt att jag kommer och observerar samt samtalar med barnen.

Jag är tacksam om Ni fyller i blanketten på nästa sida och lämnar in den till Camilla så snart som möjligt. Deltagandet i studien är helt frivilligt och Ni kan när som helst välja att avbryta det.

Om Ni har några frågor är Ni välkomna att kontakta mig per telefon eller e-post. Ni kan även kontakta någon av mina handledare.

Vänliga hälsningar

Sofie Arnell

[kontaktuppgifter är borttagna ur bilagan]

Handledare:

Joakim Samuelsson

[kontaktuppgifter är borttagna
ur bilagan]

Karin Forshund Frykedal

[kontaktuppgifter är borttagna
ur bilagan]

Samtycke till deltagande i observationsstudien om barn och matematik

☐ **JA**, vårt/mitt barn får delta i studien

☐ **NEJ**, vårt/mitt barn får *inte* delta i studien

Barnets namn: _____

Målsmans/-mäns underskrift: _____

Datum och ort: _____

Lämna in denna blankett till Camilla så snart som möjligt

Bilaga E

Sammanställning av använda excerpt i avhandlingen

Förskoleklassen

Elevernas deltagande i möten med matematik:

1. FöP1: Samma siffror – olika tal	Inspelad dialog
2. FöP2: Morgonsamling	
3. FöP3: Bordsplacering	Inspelad dialog
4. FöP4: Räkna plastfrukter	
5. FöP5: Och så skriver jag tvärtom	Inspelad dialog
6. FöP6: Brainstorming kring siffror	
7. FöA1: Varannan kille/tjej	
8. FöA2: Årstider	
9. FöA3: Fortsätt mönstret	Inspelad dialog
10. FöA4: Trycka fast pluppar	
11. FöA5: Vilka frukter har ni med er?	
12. FöA6: Pussla med geometriska figurer	
13. FöA7: Jättebrädspele	
14. FöA8: Det ska vara något lugnt	

Elevernas matematikhandlingar i möten med matematik:

1. FöInf1: Hundratrettiofem fotbollsbilder	
2. FöInf2: Tio gånger tio	
3. FöInf3: En rektangel	
4. FöInf4: Tunga planeter	
5. FöInf5: Vi har varit här länge	
6. FöInf6: En triangel	
7. FöInf7: En röd, rund cirkel	Inspelad dialog
8. FöInf8: Vilket datum?	
9. FöInf9: Antal dominobrickor	
10. FöIns1: Bygga hus av kvadrater	
11. FöIns2: Schackspel	
12. FöS1: Duplohusbygge	
13. FöS2: Planetbygge	
14. FöS3: Lavaplaneten	
15. FöS4: Vika pappersflygplan	
16. FöU1: Räkna bokstäver	
17. FöU2: Vilka tal?	
18. FöU3: Hur många ljud?	
19. FöIa1: Hur många fattas?	

20. FöIa2: Månadsinformation	
21. FöIa3: Positionssystemet	Inspelad dialog
22. FöIa4: Antal elever	
23. FöIa5: Domino	
24. FöF1: Addition	
25. FöF2: Antal äpplen	
26. FöF3: Siffran fem	
27. FöF4: Minst i klassen	
28. FöF5: Ännu <i>mindre</i> ?	
29. FöF6: Vika papper	

Årskurs 1

Elevernas deltagande i möten med matematik:

1. Åk1P1: Räkna fordon	Inspelad dialog
2. Åk1P2: Tänka själv	Inspelad dialog
3. Åk1P3: Många, fler och flest	Inspelad dialog
4. Åk1P4: Jag har en femma	
5. Åk1P5: Gemensam uppräknings	
6. Åk1A1: Tyst uppräknings	Inspelad dialog
7. Åk1A2 Större än, mindre än eller lika med	Inspelad dialog
8. Åk1A3: Behöver du hjälp?	
9. Åk1A4: Skriv vad du tror	Inspelad dialog
10. Åk1A5: Affärslek	Inspelad dialog
11. Åk1A6: Matte med plastnallar	Inspelad dialog
12. Åk1A7: Låsa upp matematikuppgift	Inspelad dialog
13. Åk1A8: Ordna tal efter storlek	

Elevernas matematikhandlingar i möten med matematik:

1. Åk1Inf1: "Gångertecknet"	Inspelad dialog
2. Åk1Inf2: Rita åttor	Inspelad dialog
3. Åk1Inf3: Du betalade femton	
4. Åk1Inf4: Tärningsspel	
5. Åk1Inf5: Vem får flest?	Inspelad dialog
6. Åk1Inf6: Vad tränar vi på?	Inspelad dialog
7. Åk1Inf7: Vad tränade vi mer?	Inspelad dialog
8. Åk1Inf8: Tio, tio, tio, tio, tio, tio, tio	Inspelad dialog
9. Åk1Inf9: Tio tänkte jag	Inspelad dialog
10. Åk1Inf10: Addera tärningsprickar	
11. Åk1Inf11: "Mattespråket"	Inspelad dialog
12. Åk1Inf12: Lika många blåa nallar	Inspelad dialog
13. Åk1Inf13: Hur många fler	Inspelad dialog
14. Åk1Inf14: Och du ska inte svara	Inspelad dialog

15. Åk1Ins1: Subtraktion på fingrarna	
16. Åk1S1: Jag gjorde ett mönster	Inspelad dialog
17. Åk1S2: Ni kanske ställer upp alla först?	Inspelad dialog
18. Åk1S3: Nallemönster	
19. Åk1S4: "Nippriga siffror"	Inspelad, men
sammanfattas
20. Åk1U1: Vem har flest kort?	Inspelad, men
sammanfattas
21. Åk1U2: Om vi är på arton...	Inspelad dialog
22. Åk1Ia1: Färg på nästa nalle?	Inspelad dialog
23. Åk1Ia2: Man börjar på sidan nittioåtta	Inspelad dialog
24. Åk1Ia3: Stå på rad	Inspelad dialog
25. Åk1Ia4: Tiototal och ental	Inspelad dialog
26. Åk1F1: Pengaräkning	Inspelad dialog
27. Åk1F2: Två här med?	
28. Åk1F3: Kopiera bilder	
29. Åk1F4: Vad är <i>färre</i> ?	Inspelad dialog
30. Åk1F5: Får man inte pengar tillbaka?	Inspelad dialog

LINKÖPING STUDIES IN BEHAVIOURAL SCIENCE

206. TOPOOCO, NAIRA. Blended Cognitive Behavior Therapy. 2018. ISBN: 978-91-7685-297-2
207. SOLÍS MARCOS, IGNACIO. Challenges in Partially Automated Driving. A Human Factors Perspective. 2018. ISBN: 978-91-7685-296-5
208. THORSTEN, ANJA. Berättelseskrivande i skolan. Att studera, beskriva och utveckla ett kunnande. 2018. ISBN: 978-91-7685-258-3
209. BREDLÖV, ELEONOR. Shaped for beauty. Vocational and gendered Subjectivities in private education for the beauty industry. 2018. ISBN: 978-91-7685-248-4
210. VESTERGREN, SARA. Psychological change as an outcome of participation in collective action. 2018. ISBN: 978-91-7685-242-2
211. MÖLLER, CLARA. Mentalizing Competence and process. 2018. ISBN: 978-91-7685-189-0
212. GIDHAGEN SÖDERBERG, YLVA. Psychological treatment of Outpatients with substance use disorders in routine care – attachment style, alliance and treatment outcome. 2018. ISBN: 978-91-7685-197-5
213. HAGMAN, WILLIAM. When are nudges acceptable? Influences of beneficiaries, techniques, alternatives and choice architects. 2018. ISBN: 978-91-7685-160-9
214. RAHM, LINA. Educational imaginaries – a genealogy of the digital citizen. 2018. ISBN: 978-91-7685-158-6
215. HALVARSSON LUNDQVIST, AGNETA. Learning Dynamics of Workplace Development Programmes. Studies in Swedish national programmes. 2019. ISBN: 978-91-7685-124-1
216. HOLMQVIST LARSSON, MATTIAS. Rupture and Repair in the Working Alliance: Relation to Psychotherapy Outcome and Within-Session Interaction. 2019. ISBN: 978-91-7685-111-1
217. LINDQVIST, HENRIK. Student teachers' and beginning teachers' coping with emotionally challenging situations. 2019. ISBN: 978-91-7685-078-7
218. GRÖNLUND, AGNETA. Återkoppling i analoga och digitala klassrum. Spänningsfyllda verksamheter i samhällskunskapsundervisning. 2019. ISBN: 978-91-7685-074-9

219. ÅKERBLOM, ERIKA. Utbildning och hälsa i nationens intresse. Styrningsteknologier och formering av en förädlad befolkning. 2019. ISBN: 978-91-7685-053-4
220. ÖSTERBORG WIKLUND, SOFIA. Folkbildning i global (o)rättvisa. Makt och motstånd i folkhögskolans internationalisering och transnationella kurser. 2019. ISBN: 978-91-7519-002-0
221. DAHLIN, MATS. Development and evaluation of an internet-based treatment for generalized anxiety disorder. An acceptance-based approach. 2020. ISBN: 978-91-7929-793-0
222. ERIKSSON, ELISABETH. Återkoppling i lågstadiet klassrum. 2020. ISBN: 978-91-7929-769-5
223. KÖPSÉN, JOHANNA. Knowledge in VET curricula and power in society and labour market: Policy and practice: demands-based and employer-driven Swedish higher vocational education. 2020. ISBN: 978-91-7929-768-8
224. SJÖGREN, BJÖRN. Bystander behaviors in peer victimization: Associations with moral disengagement, efficacy beliefs, and student-teacher relationship quality 2021. ISBN: 978-91-7929-728-2
225. PERSSON ASPLUND, ROBERT. Learning how to recover from stress-related disorders via internet-based interventions. 2021. ISBN: 978-91-7929-722-0
226. UCKELSTAM, CARL-JOHAN. Looking into the Future: How to Use Advanced Statistical Methods for Predicting Psychotherapy Outcomes in Routine Care. 2021. ISBN: 978-7929-709-1
227. BERG, MATILDA. Just Know it. The role of explicit knowledge in internet-based cognitive behaviour therapy for adolescents. 2021. ISBN: 978-91-7929-687-2
228. FERM, LISA. Vocational students' Agency in Identity Formation as Industrial Workers. 2021. ISBN: 978-91-7929-653-7
229. ANDERSSON, ULRIKA. Framåtsyftande bedömning i tidig läsundervisning. Teori och praktik. 2021. ISBN: 978-91-7929-646-9
230. SVEIDER, CECILIA. Representationer av tal i bråkform. En studie om matematikundervisning på mellanstadiet. 2021. ISBN: 978-91-7929-607-0

UTBILDNINGSVETENSKAP

Linköping Studies in Behavioural Science No. 231, 2021
Institutionen för beteendevetenskap och lärande

Linköpings universitet
581 83 Linköping

www.liu.se