

Muntlig kommunikation inom algebra – hur bedömer vi det?

Aktionsforskning om bedömning i matematik
i Norrköping HT 2013

Medverkande forskare: Lisa Björklund Boistrup

Medverkande lärare: Åsa Broomé, Ingalill Jonsson,
Liselotte Lagerlund och Susanne Olovsson



Innehåll

Inledning	4
Kommunsatsning på forskare i matematikdidaktik	4
Forskning i Norrköping och Linköping om bedömning och kommunikation i matematik	4
Fyra kulturer för bedömning i matematikklassrummet	4
Sex forskningsprojekt utifrån diskursernas perspektiv	6
Projektets inriktning	9
Om denna rapport	9
Forskning om muntlig kommunikation i matematik och om bedömning	10
Muntlig kommunikation i matematik	10
Algebra	11
Bedömning i denna rapport	11
Vad Lgr 11 säger om muntlig kommunikation	12
Analytiska utgångspunkter	12
Bedömning som interaktion	13
En modell för att analysera klassrumspraktiker	13
Lärande	14
Sammanfattning	14
Metod	16
Genomförande	16
Det praktiska arbetet	16
Forskningsinsamlingsmetoder	16
Etiska överväganden	17
Sammanfattning	17
Vad vi kom fram till – våra resultat	17
När kan vi bedöma muntlig kommunikation inom algebra?	17
Muntlig kommunikation i styrda situationer	18
Muntlig kommunikation i farten	21
Bedömning i slutet av ett arbetsområde	23
Hur kan vi bedöma muntlig kommunikation inom algebra?	24
Frågeställningar	24
Tydlighet	25
Inspelningar	25
Stödjande resurser för lärarens bedömning	26
Olika uttrycksformer	26
Vad kan vi bedöma av elevers muntliga kommunikation inom algebra	27
Aspekter av algebra som vi arbetat med	27
Vikten av att verkligen stötta och bedöma den muntliga kommunikationen	27
Bedömning av muntlig kommunikation specifikt	29
Bedömning av muntlig kommunikation av resonemang	29
Bedömning av muntlig kommunikation av övriga förmågor	30
Sammanfattning och diskussion av våra resultat	32
Referenser	34

Inledning

Denna rapport handlar om ett forskningsprojekt om elevers muntliga kommunikation inom algebra. Vi känner oss säkra på att ni matematiklärare som vill läsa och reflektera om just detta kan ha stor nytta av rapporten som täcker såväl det vardagliga arbetet i matematik som mer skarpa bedömningsituationer.

Kommunsatsning på forskare i matematikdidaktik

För att stötta matematiklärare i deras strävan att göra ett bra arbete med sina elever beslutade Linköpings och Norrköpings kommun tillsammans med Linköpings universitet att arbeta för att bygga upp ett Östsvenskt matematikdidaktiskt centrum. Detta centrum ska utgöra en mötesplats för lärare, forskare, kommunansvariga, matematikutvecklare och andra som arbetar tillsammans för att förbättra matematikundervisningen i kommunerna. En del i detta beslut är att kommunerna finansierar två forskartjänster i matematikdidaktik. En av forskarna, Lisa Björklund Boistrup, riktar sig mot grundskolan. Den andra forskaren, Jonas Bergman Ärlebäck, riktar sig mot gymnasiet och högstadiet. I de olika forskningsprojekten arbetar forskarna tillsammans med lärare som därmed ges en chans att forska i den egna praktiken kring frågor som är relevanta för matematikundervisning. Ett sådant arbetssätt menar en väletablerad matematikdidaktisk forskare, Mogens Niss, är ett väl fungerande sätt för att utveckla praktiken (Skolverket, 2012). Ett kommunbaserat forskningsprojekt där lärare och forskare arbetar tillsammans bör således kunna bidra till förbättringar av matematikundervisningen samtidigt som den praktikgrundade erfarenheten bidrar till utveckling av den vetenskapliga disciplinen, matematikdidaktik.

Forskning i Norrköping och Linköping om bedömning och kommunikation i matematik

De sex olika forskningsprojekt som Lisa Björklund Boistrup varit inblandad i hittills i kommunprojektet har alla ett gemensamt övergripande tema. Detta tema handlar om att undersöka olika aspekter av interaktioner som sker mellan lärare och elever i matematikklassrummet. I dessa undersökningar är huvudintresset bedömning i vid mening. Här ingår alla de bedömningar som direkt eller indirekt är närvarande i alla interaktion i ett klassrum. Det kan till exempel handla om vad läraren uppmärksammar i det eleverna säger under helklasspass, om vilken återkoppling läraren ger när hon/han går runt och hjälper eleverna vid självständigt arbete eller om hur diagnoser sätts samman för att ge eleverna möjlighet att visa kunnande i matematik.

Fyra kulturer för bedömning i matematikklassrummet

En utgångspunkt i de olika projekten var huvudresultaten från Lisas avhandlingsprojekt. Dessa handlade om fyra olika diskurser, "kulturer", för bedömning i matematikklassrum (se Björklund Boistrup, 2010; 2013). Kortfattat kan diskurser beskrivas som ett slags minikulturer som har sina regler för vad man får säga och göra och också vad som inte får sägas och göras. Med hjälp av dem kan vi beskriva vad som kännetecknar en bedömningspraktik i ett matematikklassrum, och därmed i vilken utsträckning eleverna i samband med återkopplingar blir erbjudna att lära sig matematik och att aktivt engagera sig i matematikundervisningen. En bedömningsdiskurs så som de uttolkades i forskningen består av olika beståndsdelar: (a) vilken sorts bedömning i form av återkoppling som förekommer mellan lärare och elev och i vilken utsträckning eleven också ges möjlighet att påverka sin matematikaktivitet, (b) vad som fokuseras i bedömningarna, om det är matematik eller matematiklösa procedurer till exempel samt (c) hur uttrycksformer spelar roll i interaktionen mellan matematikläraren och hans/hennes elever.

I den första av de fyra diskurserna som Lisa uttolkade, Diskurs 1: "Gör det fort och gör det rätt", är inte öppenheten stor och det finns ingen matematisk komplexitet alls att tala om. Återkopplingarna här handlar oftast inte alls om matematik utan om procedurer med litet matematikinnehåll, till exempel om hur många uppgifter som eleven har löst eller om lotsning. Denna diskurs har ganska stora likheter med annan forskning om matematikundervisning där man beskriver hur vanligt det är att det som betonas i matematikundervisningen är hur långt eleverna har kommit i boken eller hur många rätt man får på provet. Här är det främst läraren som ger eleverna återkoppling och inte tvärtom.

Diskurs 2, "Vad som helst duger", är på sätt och vis en motsats till diskurs 1, eftersom den oftast är mycket öppen. Men återkopplingarna handlar fortfarande inte om matematik. Här kan elever visa kunskaper som inte kan räknas som matematiskt korrekt men de utmanas ändå inte i detta. Även här är det främst läraren som ger återkoppling till eleverna och då handlar det främst om ett allmänt beröm. Alla uttrycksformer accepteras även om det för elevens lärande ibland skulle kunna vara bättre med att bara vissa uttrycksformer används.

Om vi i stället stannar mitt emellan dessa diskurser vad gäller öppenhet, och stärker det matematiska innehållet, så hamnar vi i diskurs 3, "Öppenhet med matematik". Här är öppenheten större än för diskurs 1 och återkopplingarna handlar om matematik, främst det som vi i skolan brukar kalla grundläggande kunskaper. Denna diskurs har likheter med den matematikundervisning som betonas i matematikdidaktisk litteratur där det som betonas är att eleverna är aktiva och att fokus är på matematik. I denna diskurs är det inte bara läraren som ger eleverna återkoppling utan eleverna inbjuds också att ge läraren återkoppling. Det kan till exempel handla om att läraren uppmärksammar det eleverna signalerar om undervisningen och har det som en utgångspunkt i kommande planeringar. I den här diskursen uppmärksammas också vilka uttrycksformer och material som mest gynnar elevernas lärande i matematik.

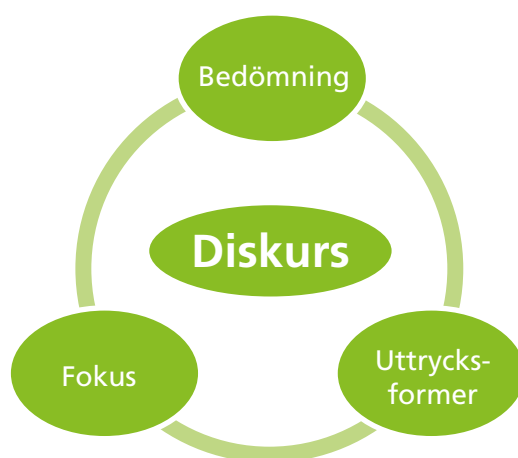
Om öppenheten blir ännu större, och den matematiska komplexiteten samtidigt ökar, så hamnar vi i diskurs 4. Här handlar återkopplingarna om matematik inklusive processer som resonera, lösa problem med mera. Med den fjärde diskursen sker en ämnesmässig fördjupning med ett lugnare tempo, med tystnader i interaktionen mellan lärare och elev. Här görs också då och då avstämningar mot uppsatta mål tillsammans med eleven.

I ett och samma klassrum är det oftast möjligt att uttolka två eller fler diskurser. Som framgår av beskrivningen ovan så är det inte alla diskurser som möjliggör för elever att lära och engagera sig i matematik. En slutsats som Lisa drog av sin tidigare forskning är att en bedömningspraktik i matematikklassrum med goda möjligheter för elever att bli inbjudna i matematikens värld är att det framför allt är diskurs 3, "Öppenhet med matematik", och diskurs 4, "Resonemang tar tid" som går att uttolka i klassrummet. Diskurserna "finns" dock inte på samma sätt som till exempel en penna finns. De är resultat av forskningsanalyser och kan ses som tillfälliga begrepp som här och nu kan fungera som redskap när vi i skolans värld diskuterar bedömningspraktiker i matematikklassrum. Det är just som sådana redskap diskurserna har fungerat i kommunforskningen om bedömning i matematikklassrum som hittills genomförts i Norrköping och Linköping.

Sex forskningsprojekt utifrån diskursernas perspektiv

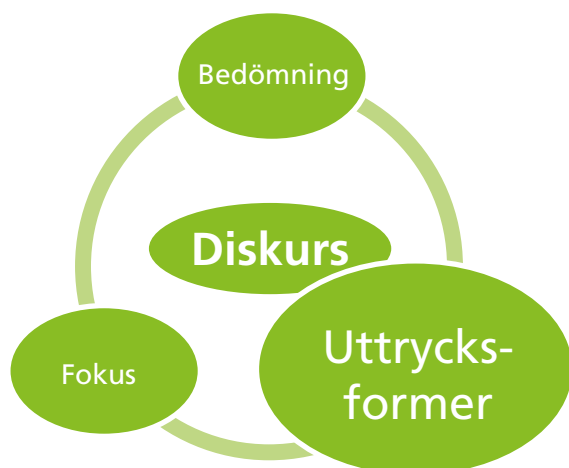
Här sammanfattas de sex forskningsprojekt som genomförts under perioden augusti 2012-december 2013. Under var och en av dessa tre terminer genomfördes ett forskningsprojekt i såväl Linköping som i Norrköping med fyra lärare från lika många skolor. Det tredje projektet i Norrköping är det som denna rapport handlar om och det presenteras också sist i denna sammanfattning över de sex forskningsprojekten. Alla projekt beskrivs i kommunrapporter som också finns nedladdningsbara om man söker på Lisa Björklund Boistrup på denna sida: liu.diva-portal.org.

I ett forskningsprojekt är det nödvändigt att hålla ett smalt fokus, inte minst när det ska genomföras på så kort tid som en termin. Vi har valt att begränsa oss till olika delar av diskurs 3 och 4 i arbetet. Figur 1 visar de tre huvudaspekter som diskurserna handlar om.



Figur 1. Diskursernas tre huvudaspekter.

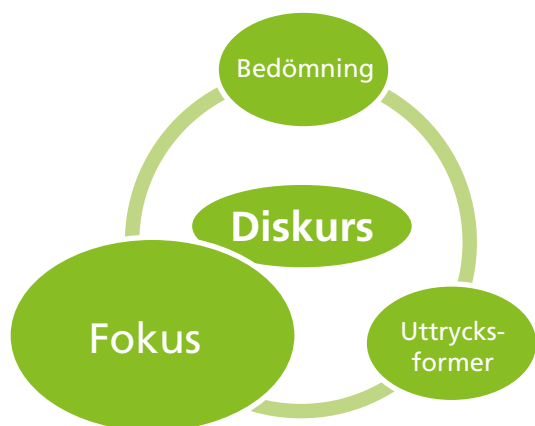
Under höstterminen 2012 i Linköping intresserade vi oss främst för den delen som handlar om uttrycksformer och det vi fokuserade var vilken betydelse tystnader har i interaktionen mellan lärare och elev (se Figur 2 och 3)



Figur 2 och 3. Bild av att uttrycksformer fokuserades särskilt under HT12 i Linköping samt framsidan av projektets rapport.

Något vi kunde se i projektet var att när läraren oftare var tyst när hon gick runt och hjälpte sina elever med matematik blev det lättare att öka kvaliteten på samtalet med eleverna vad gällde vilka frågor läraren ställde eller vilken återkoppling som gavs. Även eleverna tog chansen att vara tysta och gav sig då tid att verkligen reflektera över matematiken.

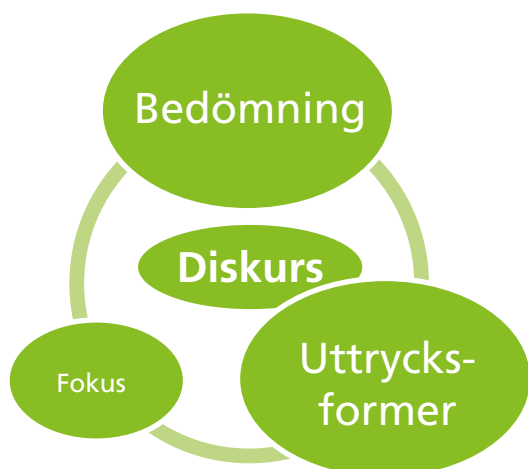
Under samma termin, det vill säga HT12, i Norrköping använde vi diskurserna som redskap för att undersöka hur elevernas fokus i sitt eget arbete påverkades av det fokus som läraren hade i sina återkopplingar och frågor (se Figur 4 och 5).



Figur 4 och 5. Bild som visar att återkopplingarnas fokus studerades samt kommunrapportens framsida.

Vi kunde se att eleverna direkt "följde" läraren när hon ställde frågor och gav återkoppling om det matematiska innehållet. Vi kunde också se att lärarens fokus på matematik dröjde sig kvar i elevernas arbete efter att läraren lämnat dem och de arbetade vidare själva.

Under nästa termin, vårterminen 2013, fokuserade vi i båda kommunerna en specifik aspekt av uttrycksformer, nämligen elevers skrivande i matematik. I Linköping undersökte vi det som brukar kallas elevers självreglering i samband med ett arbete att låta elever bedöma och skriva om sitt lärande i matematik på olika sätt (Figur 6 och 7).



Figur 6 och 7. Bild som visar att projektet handlade om bedömning och om uttrycksformers betydelse samt rapportens framsida.

Vi kunde se ett ökat engagemang hos eleverna i matematik under arbetet och lärarna beskrev hur de fick stöd av att arbeta med elevers skrivande och olika aspekter av självreglering som vikten att eleven var med och tog ansvar för att hålla fokus på matematik, att övervaka hur sitt lärande i matematik gick samt att ingripa om så behövdes för att lärandet skulle gynnas.

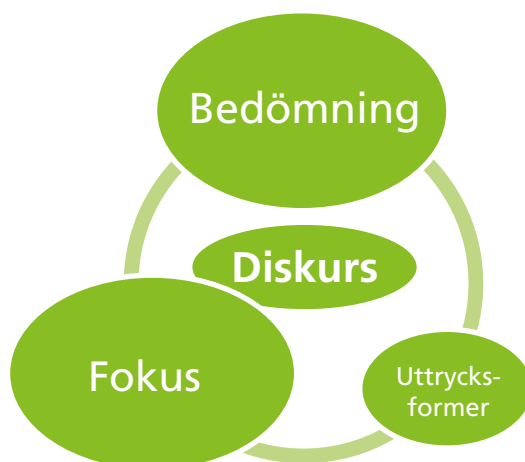
I Norrköping samma termin, VT13, handlade projektet om att undersöka hur lärarna genom ett arbete med elevloggböcker också kunde bjuda in eleverna att aktivt vara med och påverka såväl undervisning som sitt lärande i matematik baserat på självbedömningar (Figur 8 och 9).



Figur 8 och 9. Bild som visar att uttrycksformers roller undersöktes och också bedömning samt bild på rapportens framsida.

I projektet dokumenterade vi de strategier som lärarna utvecklade för elevloggböckerna, inte minst på vilka sätt eleverna blev engagerade i arbetet. Vi kunde urskilja tydliga tecken på att eleverna visade aktivt agentskap, och att detta ökade under projektets gång.

I denna genomgång har vi nu kommit till arbetet höstterminen 2013. I skrivandets stund finns inte någon färdig rapport att visa på bild. Inriktningen i båda kommunerna var denna termin att arbeta med bedömning i vid mening inom en specifik del av matematiken. Detta illustreras av Figur 10.



Figur 10. Bild som visar inriktningen på arbetet i både Norrköping och Linköping under höstterminen 2013 där det både var en specifik del av matematiken som inriktades på och också hur denna kunde bedömas.

I forskningsprojektet i Linköping var det fyra speciallärare och Lisa som arbetade tillsammans med att undersöka på vilka sätt det var möjligt att erbjuda elever lärande inom matematikens fem förmågor när undervisningsinnehållet var huvudräkning. Vi kunde hitta rika möjligheter att betona alla fem förmågor i arbetet och vi kunde beskriva och urskilja några specifika aspekter för just huvudräkning.

Det sjätte och sista projektet i denna beskrivning är Norrköping-projektet från höstterminen 2013. Även här var det en del av matematiken som var i blickfånget och vi valde att undersöka hur lärare kan stötta och bedöma elevers muntliga kommunikation när undervisningsinnehållet är algebra. Hela denna rapport, inklusive våra resultat, handlar om just detta projekt.

Projektets inriktning

Syftet med forskningsprojektet under höstterminen 2013 var att beskriva och analysera hur lärare i matematikundervisningen kan bedöma elevers muntliga kommunikation när undervisningsinnehållet är algebra. För att avgränsa och fokusera arbetet utgick vi ifrån tre frågeställningar:

1. När kan vi bedöma muntlig kommunikation inom algebra?
2. Hur kan vi bedöma muntlig kommunikation inom algebra?
3. Vad kan vi bedöma av elevers muntliga kommunikation inom algebra, vilka kvalitéer kan vi se?

Om denna rapport

Med denna beskrivande rapport så riktar vi oss framför allt till kommunens alla lärare i matematik. Vi är samtidigt säkra på att andra kan ha glädje av att läsa om forskningsprojektet: lärare i andra ämnen, lärare i andra kommuner i Sverige, skolledare, tjänstemän inom kommunen, politiker etc. Denna rapport är främst inriktad på forskningen som vi genomförde under höstterminen 2013 om hur vi som lärare kan bedöma elevers muntliga kommunikation i matematik när undervisningsinnehållet är algebra. Vi berättar kortfattat om aktionsforskningsprocessen och för den som vill läsa mer hänvisas till tidigare rapporter i kommunprojektet.

När vi skriver "vi" i texten så menar vi alla oss i den forskande gruppen, såväl lärare som forskare. Lisa Björklund Boistrup, Åsa Broomé, Ingalill Jonsson, Liselotte Lagerlund, Susanne Olovsson och Joakim Samuelsson. De resultat som presenteras är frukten av våra gemensamma analyser forskare och lärare tillsammans. För just denna rapport är det en av forskarna, Lisa, som har varit huvudförfattare, samtidigt har de forskande lärarna bidragit med klassrumsexempel som är med i rapporten och dessutom läst och haft synpunkter. Joakim, som liksom Lisa är forskare, var med i början av projektet och har därefter fungerat som Lisas bollplank. Vi tackar också matematikutvecklarna Marie Ringborg Lindgren och Britt-Marie Lindgren för att ni läste en tidigare version av denna rapport och gav synpunkter.

Forskning om muntlig kommunikation i matematik och om bedömning

Vi gör här några nedslag i forskning som var relevant för vår studie. För den som vill läsa mer om just algebra hänvisar vi till Matematiklyftets lärportal där det finns moduler för olika stadier vad gäller algebra. I dessa moduler ingår kommunikation av olika slag, inklusive muntlig kommunikation.

Muntlig kommunikation i matematik

I flera ramverk räknas muntlig kommunikation som en kompetens i matematik. Det finns olika modeller av just matematikkompetens i litteraturen. Heuvel-Panhuizen (1996) lyfter fram vikten av att utgå från elevers verklighet i en bedömning som gynnar en bred kompetens i matematik. Den modell som hon beskriver kallas för "Bedömning och realistisk matematikundervisning". Ett annat närliggande exempel är det som de Lange (1999) benämner som matematisk literacy, vilket kan beskrivas ungefär som den delen av matematikkompetensen som en person behöver som medborgare i ett samhälle idag. De gör en icke-hierarkisk lista på matematiska kompetensaspekter: matematiskt tänkande, matematisk argumentation, modellerande, problemställning och lösning, representation, symboler och formellt språk, kommunikation samt redskap.

En liknande lista beskrivs av Niss (2003) när han beskriver ett danskt kompetensprojekt. Ett senare exempel från Sverige är Lithner m.fl. (2010) som presenterar ett ramverk för forskning där de definierar matematikkompetens uppdelat på ett antal förmågor. Dessa förmågor är:

- Problemlösningsförmåga
- Resonemangsförmåga
- Förmåga att tillämpa metoder
- Representationsförmåga
- Förmåga att göra kopplingar (till exempel mellan matematiska begrepp)
- Kommunikationsförmåga

I detta arbete är det den sista av dessa förmågor som vi fokuserade på men vi berör också de andra i våra resultat.

Muntlig kommunikation i algebra har möjligheten att bjuda in alla elever i vad algebra kan handla om. Olteanu (2014; se också Olteanu m.fl., 2011) menar att kommunicera algebra innebär "att utbyta information, tankar och idéer om matematik genom att exempelvis prata, lyssna, skriva, läsa, rita, diskutera och argumentera" (sid. 1). Författaren lyfter vidare fram att i undervisningen av algebra är just den muntliga kommunikationen effektiv för att skapa ett konstruktivt klimat i klassrummet och för att eleverna ska ha möjlighet att bli närma sig terminologin som används i algebra. Det är då angeläget är att det finns ett öppet och tillåtande klimat i klassrummet där eleverna vågar pröva idéer, där det kan bli "fel" och också att man kan tycka olika.



Algebra

Det finns olika sätt att uppfatta vad algebra handlar om. Ett tidigt exempel är Usisking (1988) som lyfte fram följande förståelser av algebra i litteraturen:

Algebra som:

- Generaliserad aritmetik
- Redskap för att lösa vissa problem
- Studien av samband och relationer
- Struktur.

Kerekes (manus) visar på två olika sidor när hon dels refererar till Kiselman och Mouwitz (2008) som definierar algebra som en "gren av matematiken där man studerar grupper, ringar, kroppar och liknande strukturer" (sid. 11), och dels som ett matematiskt språk (Bergsten m.fl.,1997). Kerekes beskriver vidare att algebra har ett brett tillämpningsområde och "kan användas för att utveckla modeller och för att kontrollera fenomen. Den hjälper oss att hantera siffror och funktioner samt möjliggör att se strukturer i komplexa sammanhang och att generalisera" (sid. 5).

Ofta är det bokstavsräkning som många avser när algebra kommer på tal (Bergsten m.fl.,1997). Detta är dock alldeles för smalt, inte minst ur ett historiskt perspektiv. Kerekes (manus) lyfter, med hänvisning till Sfard & Linchevsky (1994), fram att människorna har arbetat med algebra långt innan de uppfann räkning med bokstäver:

Själva begreppet algebra (al-jabr) härstammar från den första arabiska algebrabokens titel "al-kiab almukhtasar fi hisab al-jabr w'al-muqabala" ("Den sammanfattande boken om aritmetisk komplettering och reducering") som är skriven av matematikern al-Khwarizmi på 800-talet. al-Khwarizmi visade i sin bok hur man löser linjära och andragradsekvationer genom att beskriva det med ord och genom att ge en geometrisk motivering men utan att använda algebraiska symboler. I litteraturen brukar den benämnas som geometrisk eller retorisk algebra. Att använda bokstäver för att beteckna variabler och bekanta är en nyare version av algebra och brukar kallas den symboliska algebran. Den började utvecklas på 1600-talet först av den franske matematikern Viéte och sedan av Descartes. Slutligen, under 1800- och 1900-talet, utvecklades den abstrakta algebran som behandlar de metaregler som styr alla algebraiska system (Kerekes, manus; med referens till Sfard & Linchevsky, 1994).

Vi är inspirerade av denna breda syn på algebra när vi i denna rapport studerar hur vi som lärare kan bedöma elevers muntliga kommunikation inom algebra.

Bedömning i denna rapport

När vi i denna rapport skriver om bedömning så är det i samma breda mening som vi skrev i den inledande delen. Därmed är bedömning en aspekt som är närvarande i all interaktion och den kan handla om såväl återkopplingar i det dagliga arbetet som bedömning med riktning mot betygssättning. Vårt arbete går att beskriva som att vi har strävat efter en bedömningspraktik i linje med diskurs 3, "Öppenhet med matematik" och diskurs 4, "Resonemang tar tid" med särskild tonvikt på muntlig kommunikation inom algebra.

Vad Lgr 11 säger om muntlig kommunikation

Vi har å ena sidan haft stöd av tidigare forskning i vårt projekt. Å andra sidan har vi genom hela projektet läst och förhållit oss till det som står i styrdokumentet. Härigenom har vi också som ett led i forskningsprojektet kritiskt analyserat det som står i matematikens kursplan i Lgr 11. Här berättar vi vad som står i kursplanen och i rapportens resultat beskriver vi några skillnader mellan hur vi ser på muntlig kommunikation i jämförelse med kursplanens beskrivning.

I den del i matematikkursplanen som handlar om syftet med matematikundervisningen finns kommunikation i matematik med i ett av de fem styckena:

Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar förmågan att argumentera logiskt och föra matematiska resonemang. Eleverna ska genom undervisningen också ges möjlighet att utveckla en förtrogenhet med matematikens uttrycksformer och hur dessa kan användas för att kommunicera om matematik i vardagliga och matematiska sammanhang.

Som framgår av citatet så beskrivs kommunikation i samband med matematiska resonemang och det antyds inte huruvida dessa räknas som samma eller olika kompetenser. Viktigt att notera här är att i denna del beskrivs betydligt mer än det vi kan känna igen som kursplanens fem kompetenser i matematik. Under rubriken syfte står till exempel också att undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar intresse för matematik och tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang.

I nästa del beskrivs fem förmågor som eleverna ges förutsättningar att utveckla. Här är inte kommunikation klart utskrivet, men det går att uttolka från den femte av dessa punkter:

[A]nvända matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

Även i kunskapskraven förekommer kommunikation i samma stycke som handlar om resonemang. Ett exempel är detta stycke som är ur kunskapskravet för Betyg E i årskurs 9:

Eleven kan redogöra för och samtala om tillvägagångssätt på ett i huvudsak fungerande sätt och använder då symboler, algebraiska uttryck, formler, grafer, funktioner och andra matematiska uttrycksformer med viss anpassning till syfte och sammanhang. I redovisningar och diskussioner för och följer eleven matematiska resonemang genom att framföra och bemöta matematiska argument på ett sätt som till viss del för resonemangen framåt.

Dessa styrdokument är en grund för undervisningen och dess bedömningar medan de för forskningen mer är en bakgrund som vi alltså kommer att återkomma till i våra resultat.

Analytiska utgångspunkter

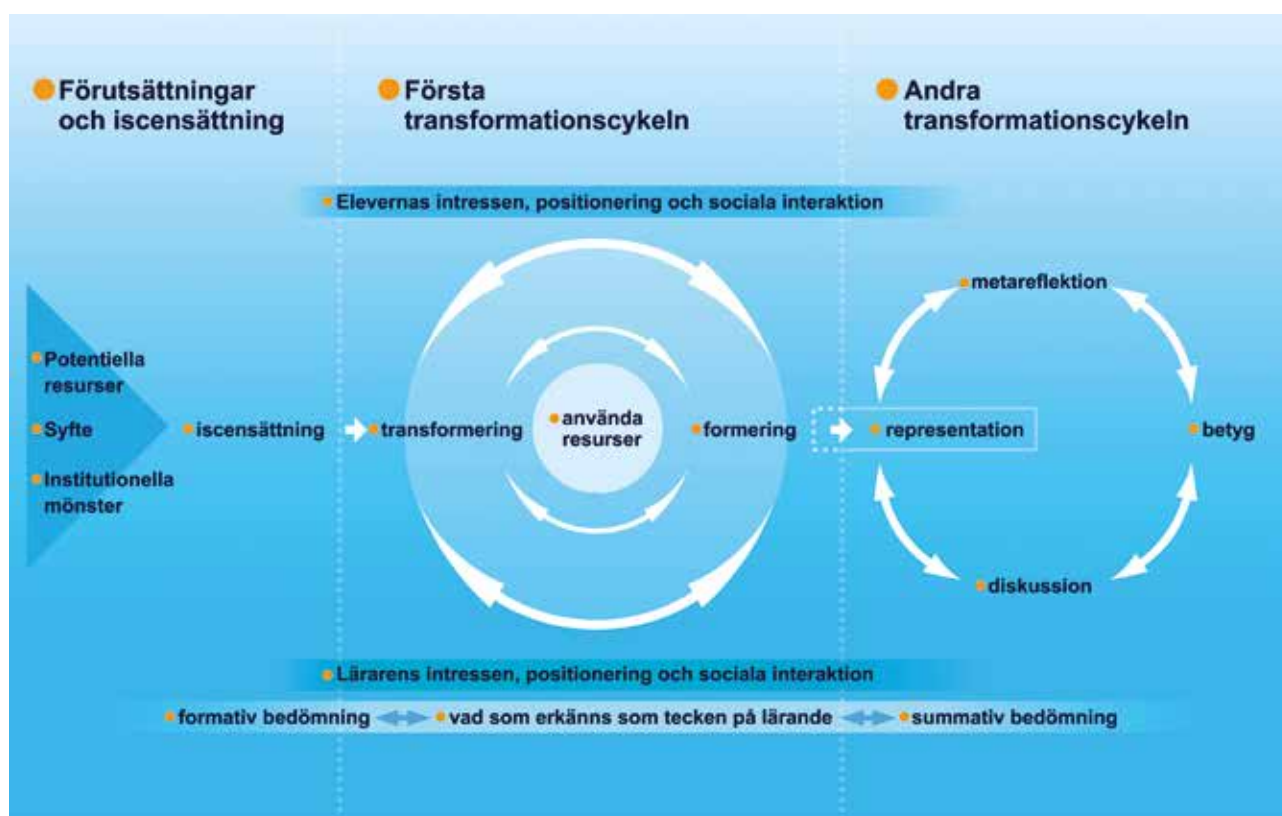
Det finns olika teorier för hur man kan forska om det som sker i ett klassrum. I den slutliga analysen som vi presenterar här i rapporten utgår vi från en struktur som just fokuserar interaktioner mellan elever samt mellan elever och lärare.

Bedömning som interaktion

I det projekt vi skriver om här väljer vi att se på bedömning som interaktion mellan människor om ett kunskapsinnehåll. I första hand är det mellan lärare och elev som interaktionen sker och bedömningen handlar då dels om en person (ofta eleven) som visar kunnande i matematik och en person (ofta läraren) som ska fånga det kunnande i matematik som eleven visar. Dessutom handlar det om hur läraren i det här fallet möjliggör för eleven att visa kunnande i matematik. Det kunnande som vi har intresserat oss för är kommunikation i matematik inom algebra.

En modell för att analysera klassrumspraktiker

Eftersom vi i arbetet haft en vilja att undersöka hur vi i matematikundervisningen kan bedöma elevers muntliga kommunikation använder vi oss i denna rapport av en modell som tar ett helhetsperspektiv på undervisning. Denna modell har konstruerats av Selander och Kress (2010) och den kan användas till att analysera de processer som äger rum i ett klassrum. Modellen ingår i ett designteoretiskt perspektiv på undervisning och lärande. Perspektivet har ett fokus på lärande som kommunikation och teckenskapande aktiviteter, kombinerat med ett intresse för hur klassrummet påverkas av dess inramning av skolan som institution. I den modell som Selander och Kress (2010) presenterar ligger intresset på undervisning och lärande som en helhet, inte på bedömning i synnerhet. Författarna kallar modellen för Lärandedesekvens och den syns i Figur 11.



Figur 11. En lärandedesekvens med ett designteoretiskt perspektiv (Selander & Kress, 2010, s. 114). Denna modell återfinns i en interaktiv variant på <http://www.ur.se/didaktikensverktyg/didaktisk-design/modell/>

Selander & Kress (2010) beskriver hur en sekvens, enligt modellen i Figur 11, startar när läraren introducerar en ny aktivitet eller ett nytt arbetsområde och då fastställer villkoren för just det arbetet. I modellen kallas detta för iscensättning. I matematikundervisningen är det inte helt ovanligt att en matematiklektion startar med en genomgång och det är just ett exempel på det som i modellen kallas iscensättning. Under den första transformationscykeln arbetar sedan eleverna med uppgiften och de använder olika resurser (uttrycksformer) för att forma och omforma den matematik de uttrycker. I det arbetet ingriper ibland läraren och det sker olika bedömningar. Här erkänns elevernas kommunikation (eller inte) som tecken på lärande i matematik. Den andra transformationscykeln kan bland annat innehålla möjligheter för elever att representera och kommunicera sitt arbete för läraren och för andra elever. Här finns också utrymme för reflektioner och diskussioner. Denna andra process, transformationscykel, kan i matematikundervisningen ske på olika sätt. Ibland kan det vara så att klassen har arbetat med samma uppgifter och lektionen avslutas med en gemensam stund där elever får visa, representera, sina lösningar inför hela klassen. Modellen kan också avspegla en längre process som ett arbetsområde inom matematik. Den sista transformationscykeln kan då handla om att man tillsammans summerar vad arbetsområdet handlat om. Här kan det också ske summerande prov. Selander och Kress (2010) skriver att om målen, liksom förväntningar av process och produkt, är tydligt definierade och förklarade i början av arbetsperioden så kommer både elever och lärare att ha ett kraftfullt verktyg för reflektion och utvärdering.

Modellen illustrerar undervisning som ett tidsmässigt skeende och detta passar väl med vår första frågeställning som handlade om *när* man som lärare kan bedöma muntlig kommunikation inom algebra. Vår andra fråga som handlade om *hur* muntlig kommunikation kan bedömas, anknyter till de transformationsprocesser som modellen innehåller. En självklar resurs (uttrycksform) för oss i projektet var elevernas prat men övergångar (transformationer) mellan olika uttrycksformer kom också att spela en stor roll. Vår tredje fråga handlade om *vad* vi lärare i projektet kunde bedöma av elevers muntliga kommunikation. Vad-frågan finns med i modellen men mer indirekt. Den är en del av det som kallas iscensättning, det vill säga i början av exempelvis en lektion. Den finns också med i det som erkänns som tecken på lärande (i matematik).

Lärande

I skolans värld riktar sig intresset mot elevers lärande i ett skolämne, i vårt fall skolämnet matematik. I det här projektet var vi intresserade av elevers *synliga lärande* (Hattie, 2012). Med detta menar vi att det lärande som vi som lärare kan fånga är det som elever visar. En sätt att se på lärande då är att det handlar om att mer och mer kommunicera inom skolämnet matematik med de uttrycksformer som används inom matematiken och på ett sätt som anses acceptabelt inom ämnet (Björklund Boistrup, 2013; Selander & Kress, 2010). Med ett sådant synsätt talar man inte om vad en elev "kan" eller "inte kan" som om detta gick att fånga helt säkert. I stället handlar det om vilket matematiskt kunnande en elev har visat vid ett eller flera tillfällen och också om hur eleven har visat det. Här ingår hur elevens visade kunnande på olika sätt kan uppmärksammas och erkännas. Elever kan visa kunnande med olika uttrycksformer och både muntligt och skriftligt. I denna rapport är det framför allt elevens muntliga kommunikation som vi intresserar oss för.

Sammanfattning

Vi har här berättat om våra analytiska utgångspunkter. Dessa handlar om att vi ser på bedömning som interaktion och vi presenterade också en modell som vi använder som struktur för vår resultatredovisning längre fram. Det lärande vi intresserar oss för är det synliga lärandet som elever kan visa.



Metod

Här berättar vi hur vi la upp arbetet med att undersöka hur vi som lärare kan arbeta med att bedöma elevers muntliga kommunikation när undervisningsinnehållet är algebra.

Genomförande

Vårt genomförande handlar dels om hur vi samarbetade som lärare och forskare. Dels handlar det om hur vi genomförde själva forskningen.

Det praktiska arbetet

Aktionsforskningsprojektet, (se Atweh, 2004; Skovsmose & Borba, 2004) som vi under höstterminen 2013 har genomfört har inneburit att fyra lärare arbetat tillsammans med forskare under en termin. De årskurser som var särskilt berörda av forskningsprojektet är årskurs 4, 5 och 9. Lärarna och forskarna har träffats sju gånger under terminen för att diskutera och analysera material som samlats in under processen. Lisa har varit ute och besökt varje lärare på respektive skola under terminen. Utöver detta har den forskande gruppen, det vill säga lärare och forskare, haft många kontakter via e-post.

Mellan mötena skrev lärarna upp egna reflektioner kring hur arbetet gick med att arbeta med muntlig kommunikation inom algebra samt vilka strategier lärarna använde sig av för att stötta eleverna. Dessa reflektioner togs sedan upp och diskuterades på nästkommande seminarium.

Diskussionerna rörde dels vad lärarna hade skrivit, dels hur man som lärare ville förbättra sig för det som undersökningen handlade om. Detta upprepades sedan vid varje seminarium, det vill säga att lärarna och forskarna analyserade undervisningen och diskuterade den fortsatta undervisningen.

Forskningsinsamlingsmetoder

De metoder vi valde hade syftet att hjälpa oss att svara på våra frågor. Vi använde oss av ljud- och videoinspelningar samt skriftligt material via lärarnas reflektionsböcker, elevarbeten och minnesanteckningar. På så sätt kunde vi fånga lärarnas analyser av sin undervisning. Sammanfattningsvis bestod vårt forskningsmaterial av följande:

- Lärares loggar. De medverkande lärarna skrev under hela terminen loggar över sin matematikundervisning.
- Ljudinspelningar av lektioner
- Elevarbeten och uppgifter
- Filmer från Lisas besök i de deltagande klassrummen
- Minnesanteckningar från våra seminarier. Vi turades om att skriva minnesanteckningar från våra forskningsseminarier. I dessa försökte vi särskilt få med reflektioner och preliminära analyser.

Genom detta datamaterial fick vi olika sorters inblickar i klassrummets processer vilket var gynnsamt för våra analyser. Allt insamlat material togs om hand i sin helhet av Lisa. De som har tillgång till materialet från ett klassrum, även efter forskningsperioden, är respektive lärare och Lisa.

Etiska överväganden

Medverkande lärare och forskare skrev under en gemensam överenskommelse när vi träffades första gången. Ett exempel här är att vi lovade att inte berätta för andra om individuella lärares framgångar och eventuella tillkortakommanden i sitt klassrum. Det var viktigt för oss att vi kunde känna oss trygga i gruppen.

Vi har samlat in materialet på ett sätt som gör att elever hålls anonyma. Vi har också sett till att inga elevers identiteter ska kunna avslöjas i artiklar och rapporter. Om någon elev var emot att filmas så gjordes inte detta för just den eleven. Sammanfattningsvis kan man säga att vi fullföljde Vetenskapsrådets etiska principer (Vetenskapsrådet, 2008) och vi strävade också efter att det inte på något sätt skulle vara obehagligt att vara med i forskningsprojektet (se Björklund Boistrup, 2010).

Sammanfattning

I det ovanstående har vi beskrivit hur vi har arbetat med vårt forskningsprojekt, vilka val vi gjort och varför dessa val är gjorda. I nästa avsnitt beskrivs vad vi kommit fram till vad gäller bedömning av elevers muntliga kommunikation när undervisningsinnehållet är algebra.

Vad vi kom fram till – våra resultat

Som vi tidigare berättat så var syftet med forskningsprojektet att beskriva och analysera hur lärare i matematikundervisningen kan bedöma elevers muntliga kommunikation när undervisningsinnehållet är algebra. Vår resultatbeskrivning har samma struktur som våra frågeställningar som vi därför upprepar här:

1. När kan vi bedöma muntlig kommunikation inom algebra?
2. Hur kan vi bedöma muntlig kommunikation inom algebra?
3. Vad kan vi bedöma av elevers muntliga kommunikation inom algebra, vilka kvalitéer kan vi se?

När kan vi bedöma muntlig kommunikation inom algebra?

Vår första frågeställning handlar om när vi som lärare kunde bedöma elevernas muntliga kommunikation inom algebra.

I stora drag kunde vi se tre olika typer av situationer som svar på frågan om när vi som lärare kunde bedöma elevers muntliga kommunikation inom algebra: i styrda situationer, i farten och i slutet av ett arbetsområde. Den första av dessa tre handlar om situationer där läraren styr elevernas aktiviteter så att de får möjlighet att lära sig mer om kommunikation inom algebra. Detta handlar också om hur läraren planerar upp arbetet under en lektion eller en period. Den andra handlar om situationer där vi som lärare kan fånga och stötta elevers kommunikation i "farten", det vill säga i samband med att eleverna arbetar självständigt. Den tredje situationen handlar om situationer där eleverna får tillfälle att visa sin kommunikation inom algebra under uppsamlade helklasspass. Här ingår bedömningar som också riktar sig mot en slutbedömning som betyg eller sammanfattande omdöme i slutet av en termin. Dessa tre situationer utgör strukturen när vi i det följande berättar mer detaljerat om våra resultat. Vi kopplar också våra resultat till modellen i Figur 11 och dess begrepp.

Muntlig kommunikation i styrda situationer

I modellen i Figur 11 så handlar muntlig kommunikation i styrda situationer främst om den vänstra delen av figuren. I Figur 12 visas just den delen.



Figur 12. Förutsättningar och iscensättning som en del av en lärandesekvens

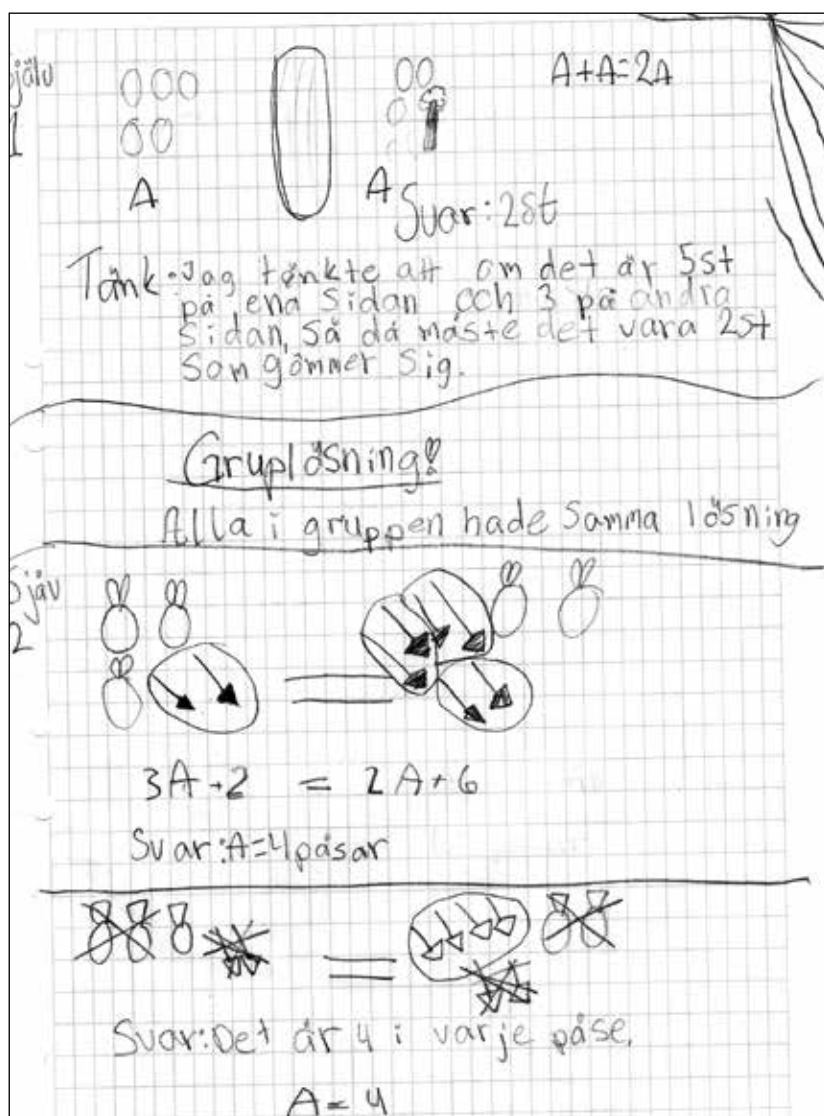
I Figur 12 talas det om förutsättningar och iscensättning. Här spelar *institutionella mönster* en viktig roll. Ett *institutionellt mönster* som vi har i matematikundervisningen är att matematik handlar om att sitta tyst och räkna och att det som gäller är hur långt eleven kommit i boken och hur många rätt eleven har på prov. Detta stämmer väl överens med diskursen "Gör det fort och gör det rätt" som beskrevs i den inledande delen av rapporten. I projektet som denna rapport handlar om har vi strävat efter att inte följa dominerande traditioner av detta slag. Vi har följt andra *institutionella mönster* som vad styrdokumentet säger att eleverna ska få möjlighet att lära och också forskningslitteratur. Våra *iscensättningar*, vårt *syfte* och valda *resurser* blev då viktiga redskap. I vårt projekt motsvarades *iscensättningar* av de planeringar och styrda situationer som vi lärare i projektet skapade utifrån det gemensamma övergripande *syftet* för vår forskning vilket handlade om muntlig kommunikation inom algebra. Våra resultat i förhållande till vår fråga om när fokuserar här strukturer för lärarstyrda helklasspass och material som stödjer flera tillfällen för elever att kommunicera muntligt i matematik.

I planeringen av matematiklektionen, det vill säga *iscensättandet*, gavs eleverna *förutsättningar* av olika slag. En viktig förutsättning var att skapa situationer så att alla elever verkligen fick möjligheten att kommunicera muntligt med varandra om algebra. En struktur som passar bra för detta är vanligt förekommande i matematikdidaktiska texter:

1. Eleverna får tänka själva en stund kring uppgiften
2. De får sedan kommunicera om uppgiften i par
3. Paret slås sedan samman i grupper där olika lösningar redovisas och diskuteras
4. Läraren samlar sedan upp det hela i helklass och olika grupper får berätta.

Denna struktur passade väl för att ge eleverna goda förutsättningar att öva på att kommunicera muntligt. De första tre punkterna stämmer bäst med den mittersta delen av lärandesekvensen i Figur 11 och punkt 4 stämmer väl med den högra delen, det vill säga de delar som är gråfärgade i modellen ovan. Trots punkterna 1-4 hör till andra delar av modellen än den vänstra skriver vi en del om dessa här eftersom *förutsättningar* (som ges i början av arbetet, vilket motsvaras av modellens vänstra del) visar sig i det som sker även efter lärarens instruktioner.

I Figur 13 kan vi se en elevs anteckningar när hen först har tänkt själv och sedan diskuterat med kamraterna i gruppen.



Figur 13. Elev som dels antecknat när hen arbetat själv, och dels antecknat gruppens lösning.

I Figur 13 kan vi se att eleven hade fått *förutsättningar* att både arbeta självständigt och också kommunicera muntligt med andra elever inom algebra. Elevens lösning på uppgift 1 överensstämde med de andra eleverna i gruppen. På uppgift 2 har eleven visat en annorlunda lösning efter gruppdiskussionen. Det finns alltså möjligheter att fånga elevernas muntliga kommunikation såväl när de under lärarens styrning pratar två och två och i grupp, som under helklasspassen. Samtidigt vill vi betona vikten av att eleverna först får tänka själva kring uppgiften eftersom detta är en *förutsättning* för att eleven sedan ska kunna vara med i samtalet.

Möjligheten för läraren att få fler tillfällen att lyssna på elevernas kommunikation kan öka om samtalen spelas in. När kan då också inträffa efter lektionen. Under helklasspassen kan eleverna redovisa sitt arbete och då kan läraren fånga det eleverna kommunicerar när de berättar om gruppens arbete. Även här kan inspelningar ge fler tidsmässiga möjligheter för läraren att fånga elevernas muntliga kommunikation.

En annan aspekt som finns i Figur 12 är de *potentiella resurser* som finns att tillgå. Det kan handla om material som eleverna får använda som stöd för sin muntliga kommunikation i matematik. Dessa *resurser* påverkar *när* det är möjligt att bedöma och stödja elevers muntliga kommunikation inom algebra.

En slags *resurser* är tydliga *instruktioner*, både skriftliga och muntliga. Dessa påverkar när eleverna ska kommunicera i grupperna. När kan här handla om att eleverna får ta olika roller under olika grupp-diskussioner. En elev kan vara den som hanterar det laborativa materialet medan två andra elever har som uppgift att diskutera för att lösa uppgiften medan en fjärde har i uppgift att skriva vad gruppen gör och vad gruppen kommer fram till (se Figur 14).

A. Görare: Cilla
 Berättare: Anna, David
 Sekreterare: Boris

$\square \text{ / } = | \square \square \square$
 $| = \square$
 $\square = 1$

B. Görare: Anna
 Berättare: Boris, Cilla
 Sekreterare: David

$\square \square \square = ||| |||$
 $\square = |||$
 $\square = |||$
 $\square = |||$
 $\square = 3$

Figur 14. Arbetsblad där eleverna har haft olika roller i arbetet (fingerade namn)

I Figur 14 kan vi se hur Anna, Boris, Cilla och David (fingerade namn) har arbetat tillsammans. Arbetet handlade om att de fick ett samband som visades i bild och med tändstickor i askar (lika många i varje ask). Eleverna skulle lösa uppgiften både genom att göra lika på båda sidor om likhetstecknet och också skriva upp hur de gjorde. En elev hade i uppgift att vara *görare* och var då den som hanterade askarna och tändstickorna. En annan elev var *sekreterare* och skrev då upp hur de gjorde genom bilder och symboler. De två övriga elever var *berättare* och var de som mest skulle sköta den muntliga kommunikationen. På detta sätt gav *resursen* som här var tydliga instruktioner alla elever *förutsättningar* att vara de som pratade eller var tyst och lyssnade.

Ett annat sätt att ge *instruktioner* var att det finns ett tydligt tidsskeende i hur eleverna ska arbeta. De visste hur länge de skulle tänka själva. De visste också att de sedan skulle berätta en och en om sin lösning och de först därefter skulle börja diskutera de olika lösningarna. Denna instruktion ledde till att det blir tydligt för eleverna *när* under arbetet som de ska kommunicera muntligt och med vem.

Under helklassdiskussionerna kan *små whiteboards* vara en hjälp för läraren att veta *när* det är dags för en elev att berätta för hela klassen om sin lösning. Läraren ser allas whiteboards och kan därmed styra diskussionen så att alla kommer till tals vid tillfällen där just den elevens lösning passar in. Vi kommer att återkomma till dessa samlande helklasspass längre fram, men för eleven är det viktigt att förutsättningen ges från början, det vill säga att eleven vet hur whiteboarden ska användas i ett senare skede av lektionen.

Muntlig kommunikation i farten

I Figur 15 visas en annan del av modellen som vi använder som utgångspunkt för våra analyser i rapporten.



Figur 15. Första transformationscykeln – lärande och undervisning

Vi använder Figur 15 för att guida oss i analysen av det arbete som sker mellan att läraren har startat ett område och slutet av perioden där arbetet summeras på olika sätt. Här handlar det om att fånga, stötta och bedöma elevernas muntliga kommunikation i farten och göra det bästa som går av alla myllrande situationer som ett klassrumsarbete innebär. När eleverna arbetar självständigt så sker *transformeringar* mellan olika uttrycksformer. Med det menas att ett uttryck för något, t.ex. ett begrepp, övergår från en uttrycksform till en annan. Eleverna kan läsa en uppgift i skriftlig form där det finns symboler och text. Eleverna tar in detta och transformerar det till prat, dvs. muntlig kommunikation. För att lösa uppgiften

kan det bli så att eleverna transformerar sitt prat till andra skriftliga uttrycksformer, t.ex. bilder. Denna transformation kännetecknar den interaktion som läraren kan fånga under elevernas självständiga arbete.

Ett svar på frågan om *när* är alltså att dessa bedömningar sker pågående hela tiden i klassrumsarbetet. Läraren fångar det eleverna gör och ger återkopplingar som kan stötta elevernas muntliga kommunikation inom algebra. Lärarens uppmärksamhet är här central. Med detta menar vi att *när* läraren är uppmärksam på elevernas muntliga kommunikation inom algebra så är mycket vunnet eftersom då kan läraren också stödja elevernas fortsatta lärande. Ett exempel på detta var under en lektion inom området funktioner där eleverna skulle rita grafer (linjer) till ekvationer av första graden, till exempel $y = x + 4$ (se Figur 16) och jämföra de olika ekvationernas egenskaper.



Figur 16. Bild av ett elevpars arbete i slutet av lektionen. Funktionerna här är: $y = x + 4$; $y = 2x + 4$; $y = 3x + 4$; $y = 0,5x + 4$.

Läraren gick under elevernas pararbete runt och hjälpte eleverna och här fanns alltså möjlighet att under elevernas interaktion stötta och bedöma elevernas muntliga kommunikation inom algebra.

Lärarens visade *intresse* och *positionering* påverkar möjligheterna för eleverna att visa hur de mer och mer lär sig att kommunicera muntligt i matematik. Positionering kan här handla om att läraren verkligen bjuder in eleven att kommunicera muntligt om sina lösningar. När lärare med intresse ber eleverna berätta under ett grupparbete kan det vara en poäng att verkligen fråga alla elever i gruppen. På så sätt ökar möjligheten för läraren att fånga hur eleverna kommunicerar muntligt i matematik.

När-frågan handlar inte bara om det som läraren gör under det att eleverna arbetar självständigt, utan också om det eleverna gör. Ofta kan det vara eleverna som tar initiativ till en kommunikation om matematik. *När* eleven till exempel frågar om en uppgift har läraren en möjlighet att fånga elevens muntliga kommunikation. En del handlar här om att lyssna på elevens frågeställningar och att också fundera på vilka motfrågor som skulle stödja elevens muntliga kommunikation. Detta skriver vi mer om under en kommande rubrik när vi diskuterar *hur* vi som lärare kan bedöma elevernas muntliga kommunikation inom algebra.

Även när det handlar om det dagliga arbetet i matematik, kanske när eleverna arbetar i läroboken, kan det vara en poäng att ibland spela in våra samtal med våra elever. Då uppstår en tidsmässig möjlighet till att fånga elevernas muntliga kommunikation eftersom vi kan välja själva *när* vi vill lyssna.

Bedömning i slutet av ett arbetsområde

Vi har nu kommit till den tredje delen av modellen som vi använder som stöd för våra analyser. I Figur 17 kan vi se den tredje, högra, delen av modellen.



Figur 17. Andra transformationscykeln – slutbedömning och betyg

Den del av den stora modellen som syns i Figur 17 handlar om slutet av ett arbetsområde, vilket i vårt fall handlar om algebra där vi särskilt uppmärksammade och betonade muntlig kommunikation. Eleverna visar kunnande i matematik när de berättar om sitt arbete inom algebra och när de löser uppgifter på till exempel ett slutprov. *Meta-reflektion* handlar om att eleverna får bedöma sitt visade kunnande, alltså att de får prata om sitt lärande i matematik.

En aktivitet här är de helklass*diskussioner* som vi som lärare ledde i slutet av ett arbetsområde. Det kan handla om att eleverna får redovisa ett grupparbete i helklass. *När* eleverna också får berätta om kamratens strategi så ges nya tillfällen att visa sin kunskap om att kommunicera i matematik där även lyssnandet är en del.

När vi som lärare verkligen ville fånga, dokumentera och bedöma hur eleverna kommunicerar muntligt i grupp var en metod att fokusera några få grupper i taget. Då kan de elever som inte ska bedömas arbeta med något annat, något som de klarar förhållandevis självständigt. Läraren ges då möjlighet att koncentrera sin bedömning på ett par grupper i taget. I dessa situationer kan strukturen för elevernas samtal vara viktig vilket vi berörde under en tidigare rubrik.

En annan möjlighet för att skapa situationer där läraren säkert kan bedöma alla elevers muntliga kommunikation är att inte alla elever gör samma sak samtidigt. Ett system med arbete i stationer där eleverna byter stationer samtidigt möjliggöra för eleven att särskilt fokusera en station och då fånga alla elevers muntliga kommunikation när de passerar den stationen.

För eleverna är det viktigt att veta när en situation främst handlar om att de får öva en matematisk förmåga som att kommunicera muntligt i matematik och när situationen handlar om bedömningar som kan komma att påverka slutbedömningar som betyg. De arbetssätt som vi har berättat om här kan användas både för lärandesituationer och för att skapa bedömningssituationer som riktar sig mot en slutbedömning,

Hur kan vi bedöma muntlig kommunikation inom algebra?

Vår andra fråga som handlar om hur muntlig kommunikation kan bedömas, anknyter till de transformationsprocesser som modellen i modellen (Figur 11) innehåller. En självklar resurs (uttrycksform) för oss i projektet var elevernas prat men övergångar (transformationer) mellan olika uttrycksformer kom också att spela en stor roll.

Frågeställningar

En *hur*-fråga handlar om de frågeställningar som eleverna får svara på. En aspekt här är vilka frågor som uppmuntrar och stödjer elevers muntliga kommunikation inom algebra. En metod kan vara att ha planerade följdfrågor skrivna på ett papper att ha med sig. För att gynna den muntliga kommunikationen kan det vara en fördel med riktigt öppna frågor.

Vissa frågor handlar om själva processen som eleverna är engagerade i med uppgiften och vägen fram till ett svar. Man kan säga att de fokuserar elevernas muntliga resonemang om sitt problemlösande.

- Varför då?
- Hur tänkte du nu?
- Hur kom ni fram till...?

Andra frågor som också fokuserade elevernas muntliga resonemang riktade sig mer framåt i lösandet av en uppgift:

- Kan du resonera på ett annat sätt?
- Vad händer om...?
- Vad leder det till?
- Vad kan vi lära oss av det resultatet?

Andra frågor har ett fokus på elevernas kommunikation om begrepp och metoder:

- Vilka likheter och skillnader ser du?
- Hur kan man se det?
- Hur tror du att den som svarat så här har tänkt?
- Hur kan man fortsätta?
- Vad menar du?

Vissa frågor erbjöd eleverna att meta-reflektera över sig och matematik:

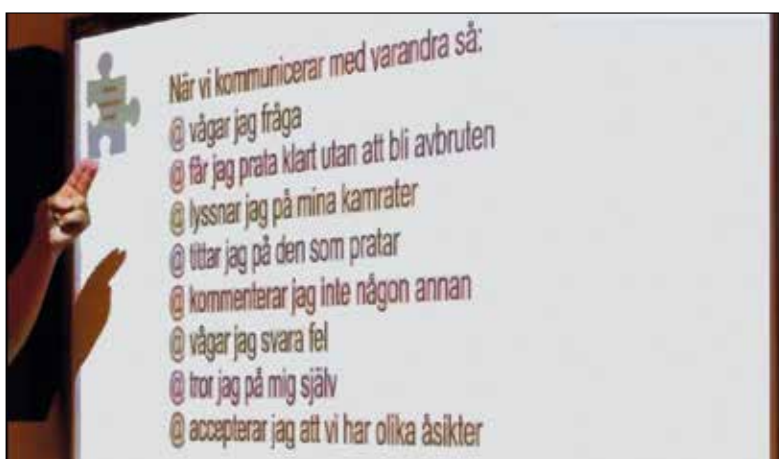
- Hur kändes det?
- Vad tror du det beror på?
- Hur upplever du det nu?

Vi kunde också identifiera frågor som specifikt fokuserade kommunikation:

- Hur hade du tänkt att det skulle bli?
- Berätta hur din kamrat tänkte.
- Vad säger ni andra om det?
- Förklara för din kamrat hur du menar.

Tydlighet

Ett svar på frågan om *hur* handlar om hur vi lärare på olika sätt kunde erbjuda en tydlighet om vad muntlig kommunikation i matematik kan handla om. Här kunde vi se att eleverna fick större chans att lära sig om vi meta-kommunicerade med eleverna om muntlig kommunikation. Med meta-kommunicera menar vi att vi som lärare initierade diskussioner där vi pratade med eleverna om vad som var viktigt med förmågan muntlig kommunikation. Vi tog då upp vikten av att använda matematisk vokabulär och matematiskt språk. I några klasser i projektet valde läraren att tillsammans med eleverna ta fram regler för den muntliga kommunikationen, t.ex. tillåtande klimat, ögonkontakt, alla ska få komma till tals, våga fråga (se Figur 18).



Figur 18. Lista på aspekter som klassen kommit överens om är viktigt när de kommunicerar med varandra.

I arbetet med tydlighet ingick också att sträva efter att som lärare själv vara en aktiv och förberedd lyssnare när man går runt och fångar upp elevernas kommunikation. Detta underlättas genom att läraren förberett sig innan, till exempel genom att lösa problemet själv före lektionen för att se vilka möjliga lösningar som kan uppkomma. Här ingår också att förbereda frågor som kan vara möjliga att ställa till eleverna och också möjlig återkoppling som kan bli relevant.

Inspelningar

Även under denna rubrik tar vi upp ljudinspelningar av elevernas samtal i grupp som en metod att fånga och bedöma elevernas muntliga kommunikation men här fokuserar vi mer på *hur*-frågan. Själva inspelningen kan öka elevernas fokusering på den matematik, i vårt fall inom algebra, som de förväntas kommunicera om och de blir också påmind om att de förväntas kommunicera muntligt. På så sätt blir inspelningen i sig ett redskap som hjälper eleverna att inte tappa tråden. Läraren kan i lugn och ro hinna lyssna och kan smidigt spara/dokumentera. En annan *hur*-aspekt är att inspelningarna blir ett verktyg för lärarens planering av nästa pass samt att de hjälper läraren att reflektera över vilka frågor som eleverna får svara på.

Om vi som lärare vill göra inspelningar av detta slag är våra erfarenheter att det är viktigt att tänka på att spela in bara ibland och att tillfällena inte blir för långa. Detta handlar om respekt för eleverna så att situationen inte blir sådan att de alltid avlyssnas. I stället bör eleverna få veta att det är vissa speciella tillfällen där läraren *för sitt eget lärande* spelar in elevernas kommunikation. En annan aspekt är det av etiska skäl är viktigt att använda allt inspelat material vilket i sig gör att inspelningstillfällena bör väljas noggrant.

Stödjande resurser för lärarens bedömning

En resurs som är ett stöd för att bedöma elevernas muntliga kommunikation är en färdig dokumentationsmall vilken också stödjer lärarens fokusering även för att kunna ge relevant feedback till eleverna.

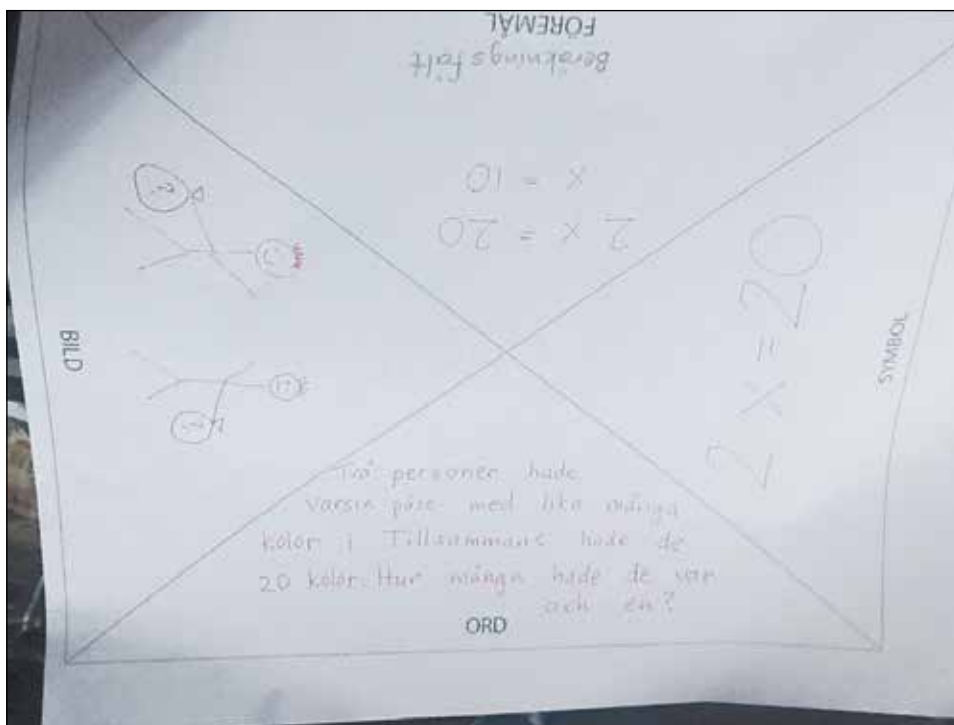
Matriser kan användas på olika sätt i arbetet och i bilagor finns två olika varianter av matriser som lärare i projektet arbetade fram och använde.

Olika uttrycksformer

Vi har arbetat med olika uttrycksformer i projektet och detta kan i sig ses som ett svar på vår hur-fråga. Den muntliga kommunikationen handlade specifikt om att gå mellan dessa olika uttrycksformer:

- formler
- bilder
- ord/skriftligt och muntligt
- praktiskt material

I Figur 19 visar vi ett exempel på hur en elev har arbetat med uttrycket $2x = 20$. I just detta exempel valde läraren att byta ut arbetet med praktiskt material mot att eleven där skulle lösa själva ekvationen.



Figur 19. Bild av elevarbete där eleven visat olika förståelser av ekvationen $2x = 20$.

Det vi kan se av Figur 19 är att eleven har löst ekvationen $2x = 20$ i det översta fältet. Vi kan också se hur eleven i det vänstra respektive nedersta fältet har tolkat ekvationen i en vardaglig kontext om två personer som har varsin påse med kulor. Detta i sig är inget exempel på en muntlig kommunikation men i arbetet var detta ett underlag för elevens muntliga kommunikation om uppgiften.

Vad kan vi bedöma av elevers muntliga kommunikation inom algebra

Vår tredje fråga handlar om *vad* vi lärare i projektet kunde bedöma av elevers muntliga kommunikation. Vad-frågan finns med i modellen men mer indirekt. Som vi skrev tidigare är den en del av det som kallas iscensättning, dvs i början av exempelvis en lektion. Den finns också med i det som erkänns som tecken på lärande (i matematik).

Aspekter av algebra som vi arbetat med

Inom projektet hade vi med årskurser från 4 till 9. Vi valde därför att varje lärare fick välja vad inom algebra som arbetet fokuserade, samtidigt som vi alla arbetade specifikt med den muntliga kommunikationen. I slutet summerade vi följande aspekter inom algebra:

- **Mönster:** Här arbetade vi med att upptäcka mönster, dvs att eleverna skulle kunna urskilja mönster av olika slag. Vi arbetade med olika sorters mönster, såsom geometriska mönster, talmönster, (additiva och multiplikativa). Eleverna fick beskriva muntligt och skriftligt mönstrens utveckling och de fick också försöka komma fram till hur den hundra figuren ser ut när de får se de 3-5 första figurerna i ett geometriskt mönster.
- **Formler:** Vi arbetade också med användandet av formler av olika slag. Det kunde handla om till exempel Pythagoras sats, formeln för en figurs area respektive omkrets. Det muntliga här handlade om att eleverna fick diskutera i grupp kring formlernas användning.
- **Funktioner:** Vi arbetade med funktioner i termer av att kunna skriva enkla ekvationer. Eleverna i årskurs 9 fick också arbeta med att rita räta linjer i koordinatsystem utifrån deras ekvationer. De fick diskutera varför olika grafer (i detta fall linjer) fick olika lutning beroende på ekvationens sammansättning.
- **Likheter och olikheter:** Här ingick uppgifter där eleverna skulle diskutera hur man kan ta reda på obekanta tal men också uppgifter där eleverna skulle lösa ekvationer. Vi arbetade med likhetstecknet men också med olikheter och deras tecken: $>$, $<$
- **Problemlösningssverktyg:** Vi arbetade med algebra som ett verktyg för att lösa problem.

Vikten av att verkligen stötta och bedöma den muntliga kommunikationen

Något vi konstaterade under första delen av projektet var att vi som lärare lätt hamnade i att vi enbart fokuserade algebran i vår återkoppling till eleverna. Under projektets gång formulerade vi mer och mer tydligt att vi också behövde fokusera elevernas muntliga kommunikation i sig för att ge *alla* elever möjlighet att utveckla denna förmåga. Vi återvänder här till den lektion som vi beskrev tidigare när eleverna skulle rita grafer (linjer) till ekvationer av första graden, till exempel $y = x + 4$ (se den tidigare figuren 16) och jämföra de olika ekvationernas egenskaper.

Läraren gick under elevernas pararbete runt och hjälpte eleverna. Efteråt kunde vi konstatera att lärarens fokus i återkopplingarna växlade. Ibland handlade det om individuell återkoppling till en av eleverna om algebra och ibland var den riktad till båda eleverna och handlade även om elevernas muntliga kommunikation. Så här skrev läraren i en reflektion efteråt:

Mitt fokus som lärare var till mycket stor del på matematikinnehåll (metoder och begrepp) och att hjälpa elever som kört fast att komma vidare i stället för på kvalitéer i den muntliga kommunikationen. Här önskar jag att jag oftare hade uppmanat båda eleverna i elevparet eller tillsammans med övriga i gruppen att gemensamt försöka komma fram till hur man kan gå vidare och hitta en lösning istället för att förklara och rikta mig till den i paret som ställde frågan. Det ger mig mycket som lärare när jag kan låta bli att gå in och försöka styra upp och förklara hur man ska göra och i stället tar mig tid att lyssna tyst och låta eleverna försöka förklara för varandra hur de tänker när de kommit fram till olika svar och att komma överens om en gemensam lösning. Det är också lätt att man bara registrerar om eleverna pratar med varandra samt om det då antingen är matematikinnehåll och då är nöjd med det eller om det är ett samtal som inte är relevant för lektionen och då försöka få dem att fokusera på uppgiften igen. Detta räcker inte för att kunna göra en bedömning av elevens kommunikationsförmåga.

Under lektionen som läraren ovan har reflekterat över förekom det också att läraren stöttade elevernas muntliga kommunikation. Ett exempel var när hon diskuterade med Anja och Bosse (fingerade namn) som fick kämpa en hel del med att rita grafer från funktionernas algebraiska uttryck. Tidigt under lektionen kommer läraren förbi eleverna och visar dem lite hur de ska göra. Som vi kan se av Figur 20 så sätter hon sig ner och vänder sig till båda eleverna.



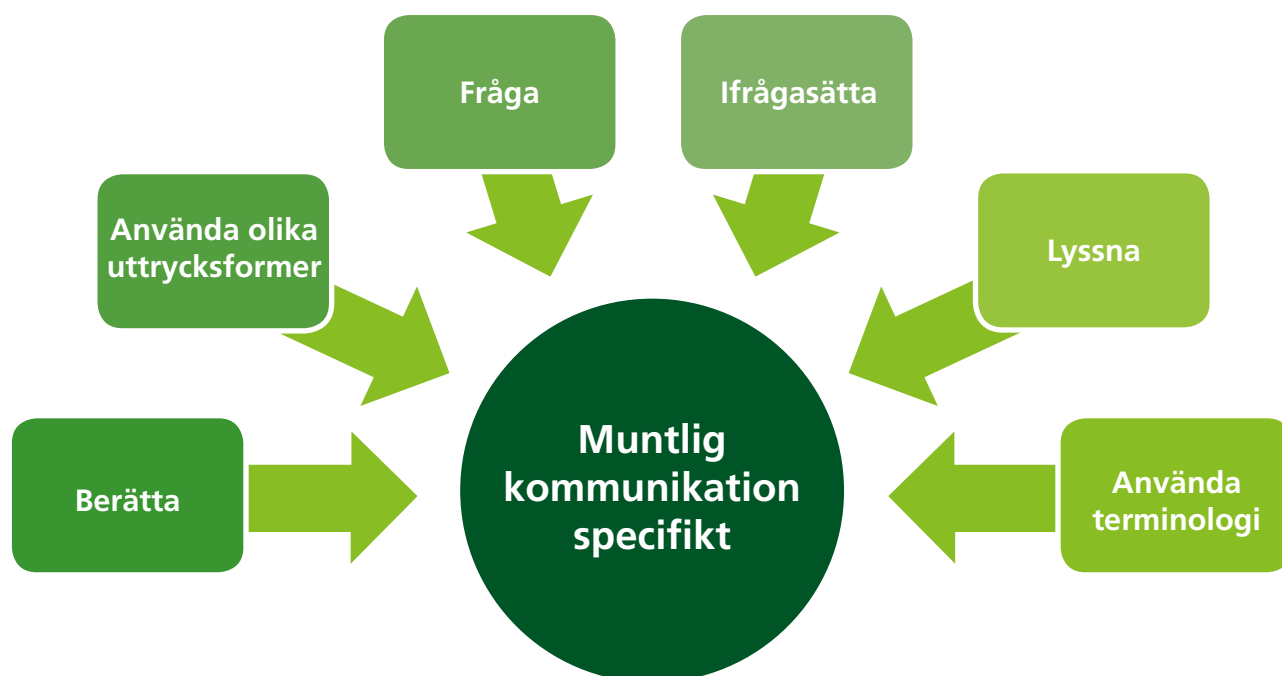
Figur 20. Läraren förklarar för Anja och Bosse.

Senare under lektionen kommer läraren tillbaka till Anja och Bosse och de vill då stämna av att de har ritat linjerna korrekt. Båda eleverna förklarar, genom prat och gester hur de har gått tillväga. Läraren tittar på deras fyra första grafer och håller med eleverna om att de är korrekt ritade. Genom frågor riktar hon sedan elevernas fokus mot en graf som de ritat i nästa koordinatsystem. Anja börjar förklara hur de har ritat den men Bosse kommenterar att det är något fel med den grafen. Eleverna börjar då sinsemellan diskutera linjens dragning. Läraren väljer här att lyssna samtidigt som hon tittar på båda eleverna och följer aktivt deras kommunikation. Då och då ställer hon frågor och dessa frågor verkar hjälpa eleverna att artikulera sina strategier för varandra. Efter en stund står det klart för eleverna vad som ska göras med grafen och hur de ska fortsätta, varvid läraren lämnar dem. Detta är ett exempel på hur läraren kunde fokusera både elevernas muntliga kommunikation och det algebraiska innehållet i sin återkoppling.

En angelägen *vad*-fråga är alltså att läraren verkligen måste fokusera också den muntliga kommunikationen i sin återkoppling och annan bedömning. Det räcker med andra ord inte att säga åt eleverna att prata med en kamrat eftersom alla elever då inte får möjlighet att lära sig att kommunicera matematik med högre kvalitet än tidigare.

Bedömning av muntlig kommunikation specifikt

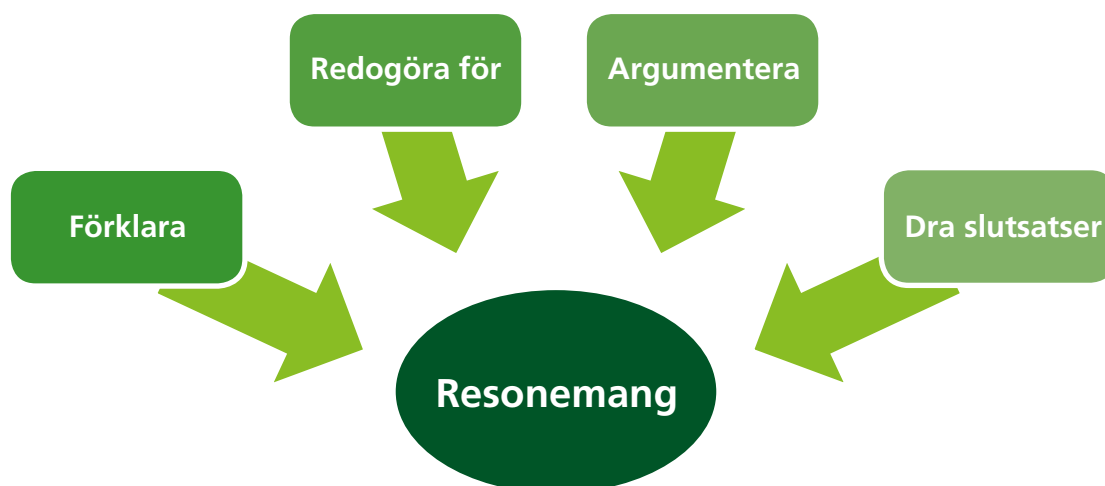
Något som var ett resultat i vårt projekt är att när vi skulle stödja eleverna att kommunicera muntligt räckte det inte med att säga att de skulle diskutera sina lösningar i grupp utan vi fick specificera vad just kommunikation handlar om. De aspekter som syns i Figur 21 använde vi för att specifikt stötta och bedöma elevernas lärande vad gäller muntlig kommunikation inom algebra. Dessa aspekter är tydliga kommunikativa aktiviteter som att *berätta*, *fråga*, *ifrågasätta* och att *lyssna*. Att kunna gå mellan *olika uttrycksformer* och muntlig kommunikation var något som vi också valde att se som en bedömningsaspekt samt också hur eleven använde en matematisk *terminologi*.



Figur 21. Aktiviteter inom muntlig kommunikation i matematik.

Bedömning av muntlig kommunikation av resonemang

Något vi kom fram till i projektet är att det som den muntliga kommunikationen *handlar om* är de andra förmågorna i matematik. Detta är då en annan dimension än den ovan som specifikt handlade om *vad* muntlig kommunikation kan vara. *Resonemang* (se Figur 22) handlade i vårt projekt om att kunna muntligt kunna *redogöra* för sina lösningar, det vill säga hur eleven gått tillväga för att lösa en algebraiskt inriktad uppgift eller ett problem. Resonemang handlade i projektet också om att kunna *förklara* och *argumentera* för sina lösningar, till exempel varför ett mönster har en viss utveckling. Ytterligare en aspekt är att kunna dra slutsatser.

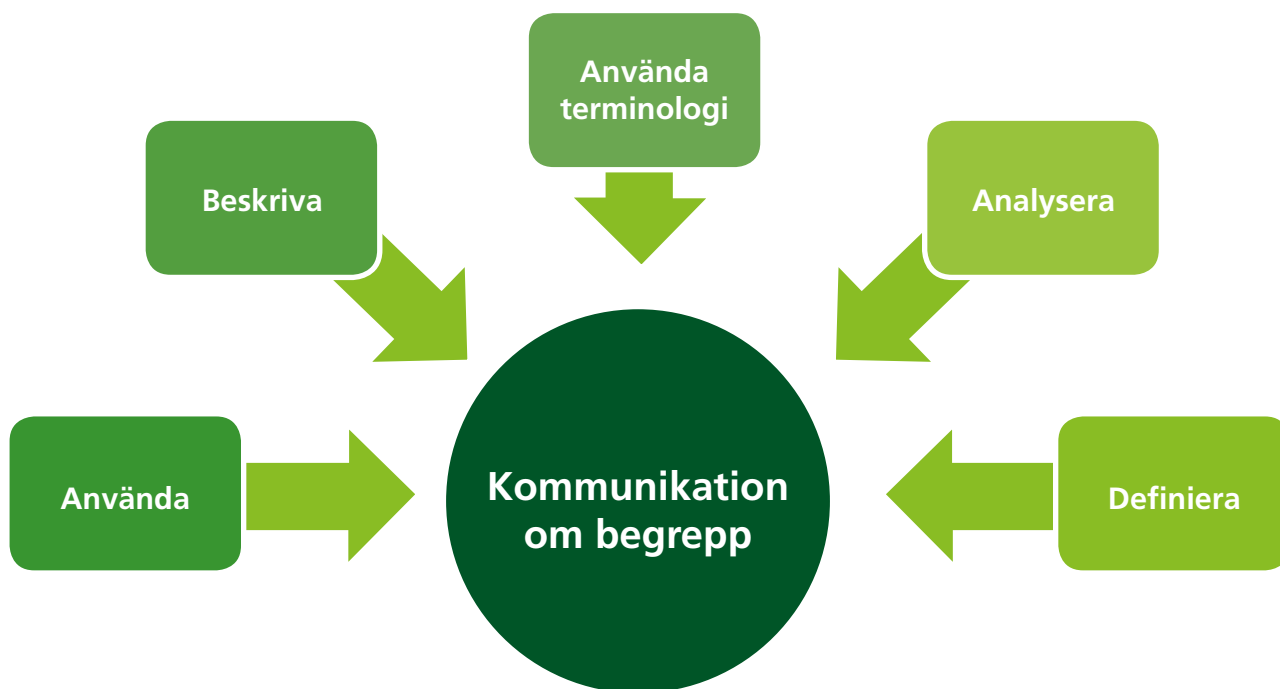


Figur 22. Resonemang och muntlig kommunikation i matematik.

Vi valde alltså i projektet att göra en tydlig skillnad mellan kommunikation och resonemang. På så sätt blev det tydligare för eleverna vad som förväntades av dem i arbetet. Detta är en skillnad mot hur dessa förmågor beskrivs i Lgr 11 eftersom de är sammanförda till en helhet och argumentation lyfts där fram som en del av kommunikationen medan vi ser detta som typiskt för resonemang.

Bedömning av muntlig kommunikation av övriga förmågor

Vi visar här vilka processer vi förknippar med muntlig kommunikation inom kursplanens övriga matematikförmågor när undervisningsinnehållet är algebra. En av dessa förmågor är *använda och analysera matematiska begrepp* (se Figur 23). Två aktiviteter som vi räknade hit i projektet är just verben som finns med i den första beskrivningen av förmågan i Lgr 11, nämligen *använda* och *analysera*. Vi tyckte att *beskriva* begrepp hörde hit liksom det mer avancerade *definiera*. Något vi också räknade hit var att *använda matematisk terminologi*.



Figur 23. Muntlig kommunikation om begrepp.

Detta med att använda terminologi räknas ofta till matematisk kommunikation, men vi valde att föra detta också till begrepp eftersom vi menade att ett riktigt användande av terminologi var en kommunikativ aspekt av begreppsanvändning. Om vi hade haft något annat än muntlig kommunikation som fokus i vårt projekt hade bilden kunnat bli annorlunda.

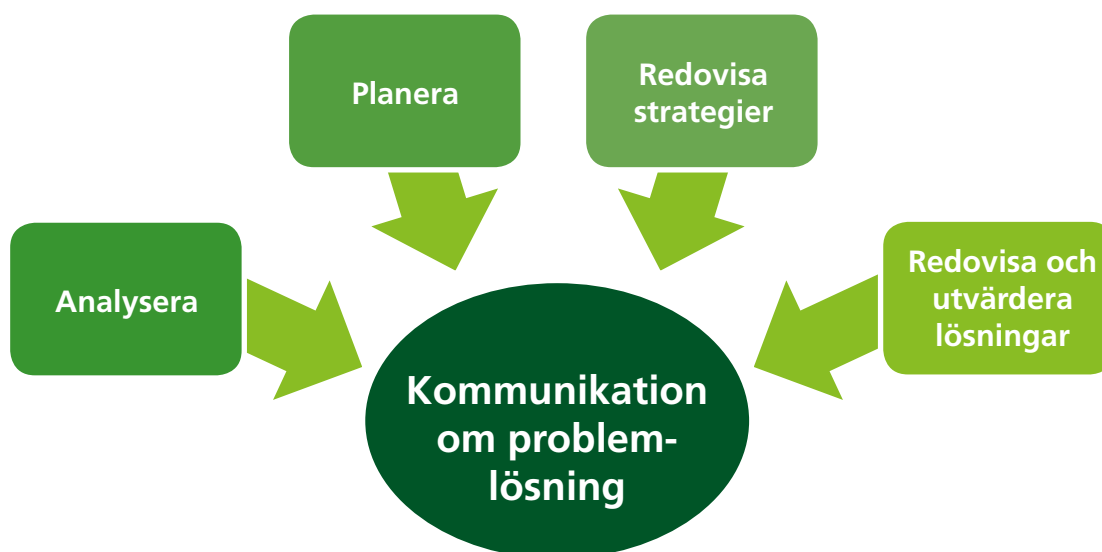
Nästa förmåga vi berättar om är att *välja och använda lämpliga matematiska metoder*. Själva väljandet och användandet av metoderna finns inte med i vår redovisning eftersom just dessa ofta inte handlar om muntlig kommunikation. Det vi kunde se från arbetet i våra klassrum var att muntliga aspekter av metod-förmågan framförallt handlade om att *beskriva metoder* och att *visa och berätta om metoder* (se Figur 24).



Figur 24. Muntlig kommunikation om metodanvändning.

Även här vill vi betona att metod-förmågan handlar om betydligt mer än att beskriva, visa och berätta men i vårt projekt har vi framför allt valt att fokusera vad det är som muntligt kan kommuniceras när det gäller förmågan i relation till algebra.

Den sista förmågan i matematikkursplanen i Lgr 11 är *problemlösning*. I vårt fall är det främst problemlösning i grupp vi avser. Den muntliga kommunikationen handlade i vårt projekt om att eleverna *analyserade* problemet tillsammans muntligt. De planerade tillsammans hur de skulle lägga upp arbetet och de *bestämde Lösningstrategier*. Slutligen handlade den muntliga kommunikationen att eleverna *redovisade* och *utvärderade lösningarna* (Figur 25).



Figur 25. Muntlig kommunikation om problemlösning.

Problemlösning i grupp är en något som kräver en hel del muntlig kommunikation och det som vi lyfter fram här är det som är typiskt för problemlösning överlag men som här blir det som muntligt kommuniceras bland gruppmedlemmarna och som har relevans för algebra.

Sammanfattning och diskussion av våra resultat

Vi har i detta projekt arbetat med att från matematikklassrummets perspektiv undersöka hur matematiklärare kan bedöma elevers muntliga kommunikation inom algebra. Vår första fråga handlade om *när* muntlig kommunikation kan bedömas. Inramningen från de resultaten kom från en modell av Selander och Kress (2010) där en undervisnings skeende framträder. En del av *när*-frågan handlar om inledningen av en lektion eller ett område där eleverna får veta vad de ska göra. Eleverna ges också förutsättningar för sitt arbete. En annan del av *när*-frågan är det som sker när eleverna arbetar själva och sedan i grupp. Här finns rika möjligheter för läraren att stötta och bedöma elevernas muntliga kommunikation vilken i vårt projekt handlade om algebra. Den tredje delen av *när*-frågan handlar om slutet av ett arbete där elever kan få muntligt presentera vad gruppen kommit fram till. Här kan också prov och slutbedömningar äga rum. I vårt projekt handlade prov om strukturerade situationer där eleverna fick kommunicera muntligt med varandra och där läraren skapade möjligheter för att kunna lyssna på alla elever, till exempel genom ett stationssystem.

Den andra frågan handlade om *hur* matematiklärare kan stötta och bedöma elevers muntliga kommunikation inom algebra. I dessa resultat redogör vi för olika redskap som kan vara till hjälp i bedömningsarbetet, till exempel strukturer på papper för hur eleverna ska arbeta. Andra redskap kan handla om att spela in eleverna för att lyssna senare i bedömnings syfte.

Den tredje frågan handlade om *vad* matematiklärare kan bedöma när det gäller muntlig kommunikation inom algebra. Vi har haft en vid syn på algebra och ägnat oss åt såväl geometriska mönster som ekvationslösning. En aspekt här är att verkligen ge eleverna återkoppling inte bara om det matematiska innehåller när de arbetar i grupp utan att också ge specifik återkoppling om den muntliga kommunikationen. Vi har också i projektet tagit fram vilka aktiviteter som är specifika för muntlig kommunikation samt vad muntlig kommunikation inom de andra förmågorna kan handla om inom algebra.

Många av våra resultat är inte specifika just för algebra utan handlar egentligen om matematik i stort. Dock är alla våra exempel i algebra och vi tror också att ett arbete inom till exempel geometri hade kunna få delvis andra resultat.

Den forskning som denna rapport handlar om är av det slaget att våra resultat i stora drag bidrar med strukturer och språk för det som många engagerade matematiklärare redan gör idag. För vissa kan detta te sig som självklarheter men vi har inte kunnat hitta annan forskning som fått fram just det som våra resultat visar. I mångt och mycket har vi stöttat oss på tidigare forskning och vi har också tagit nya kliv, inte minst i förhållande till dagens kursplan som inte hade funnits så länge när vi genomförde forskningen. Något som vi särskilt vill framhålla som nyhetsvärden är det starka lärarperspektivet i relation till ett arbete om muntlig kommunikation i matematik. Annat vi vill framhålla är vilken roll olika resurser kan spela i klassrummet samt hur vi problematiserar kursplanens sammanblandning av resonemang och kommunikation.



Referenser

- Atweh, B. (2005). Understanding for changing and changing for understanding: Praxis between practice and theory through action research in mathematics education. I P. Valero & R. Zevenbergen (Red.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology* (sid. 187-206). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Bergsten, C., Häggström, J., & Lindberg, L. (1997). Mönster och generaliseringar. I G. Emanuelsson, B. Rosén, R. Ryding & K. Wallby (red.). *Nämnamn TEMA: Algebra för alla* (pp. 79-104). Göteborg: Nationellt centrum för Matematikutbildning.
- Björklund Boistrup, L. (2010). *Assessment discourses in mathematics education: A multimodal social semiotic study*. Doktorsavhandling. Stockholm Universitet: Stockholm.
- Björklund Boistrup, L. (2013). *Bedömning i matematik pågår!* För elevers engagemang och lärande. Stockholm: Liber.
- de Lange, J. (1999). *Framework for classroom assessment in mathematics*. Utrecht, Nederländerna: Freudenthal Institute & National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Hattie, J. (2012). *Synligt lärande: För lärare*. Stockholm: Natur & Kultur.
- van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education*. Doktorsavhandling. Utrecht, Nederländerna: Freudenthalinstitutet.
- Kerekes, K. (manus). [*Utan namn*]. Manus till licenciatuppsats till seminarium vid IBL Linköpings universitet, 22 maj 2014.
- Kiselman, C., & Mouwitz, L. (2008). *Matematiktermer för skolan*. Göteborg: NCM, Göteborgs universitet.
- Lithner, J., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Boesen, J. & Palmberg, B. (2010). Mathematical competencies: A research framework. I: C. Bergsten, E. Jablonka & T. Wedege (red.), *Mathematics and mathematics education: Cultural and social dimensions. Proceeding of MADIF 7. The seventh mathematics education research seminar, Stockholm, January 26–27, 2010* (s. 157–167). Linköping: SMDF.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. I: A. Gagatsis & S. Papastavridis (red.), *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education, 3–5 January 2003, Athens, Greece* (s. 115–124). Aten, Grekland: The Hellenic Mathematical Society.
- Olteanu, C & Olteanu, L. (2011). Improvement of effective communication– the case of subtraction. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9, 1-24.
- Olteanu, L. (2014). Kommunikation i algebraklassrummet. I Lärportalen för matematik, Skolverket. Nedladdad 14-06-05 från <https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:LI64RH5PRO008028?rendition=web>
- Selander, S. & Kress, G. (2010). *Design för lärande. Ett multimodalt perspektiv*. Stockholm: Norstedts.
- Sfard, A., & Linchevsky, L. (1994). The gains of and the pitfalls of reification: the case of algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 191-228.

Skolverket. (2012). Samarbete på lika villkor ett sätt att få vetenskaplig grund. Nedladdad från <http://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning/ledarskap-organisation/strukturella-faktorer/vetenskaplig-grund-1.179695> 2013-09-23.

Skovsmose, O., & Borba, M. (2004). Research methodology and critical mathematics education. I P. Valero & R. Zevenbergen (Red.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology* (pp. 207-226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Usiskin, Z. (1988) *Conceptions of school algebra and uses of variables*. Nedladdad från http://qrc.depaul.edu/algebrainitiative/Articles/Usiskin_Conceptions_of_School_Algebra.pdf, 4 juni 2014.

Vetenskapsrådet. (2008). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm, Sweden: Vetenskapsrådet.

Exempel på bedömningsmatrix för muntlig kommunikation för årskurs 4-6. Det som står inom hakparenteser på sid 1 avser årskurs 7-9

NAMN		Centralt innehåll (byts mellan: algebra, aritmetik, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring)			
MUNTIG KOMMUNIKATION...		BEGREPP – ämnesspecifika ord <i>Har kunskaper om matematiska begrepp, använder dem och kan beskriva dem.</i>	MATEMATISKA METODER / BERÄKNING – talföljder, mönster, ekvationslösning <i>Väljer och använder matematiska metoder</i>	PROBLEMLÖSNING – algebraiska uttryck <i>Kan lösa enkla problem, för resonemang om rimlighet i förhållande till problemsituationen</i>	RESONEMANG – <i>För och kan följa matematiska resonemang, ställer frågor, [sätter-frågor], framför och bemöter matematiska argument, för resonemangen framåt.</i>
KVALITET på SAMTALET: Hur väl budskapet framförs Eleven kan redogöra för och samtala om tillvägagångssätt på ett i huvudsak fungerande/ändamålsenligt/ändamålsenligt och effektivt sätt		Använder och beskriver begrepp i samtalet.	Berättar om hur rutinuppgifter är lösta.	Beskriver tillvägagångssätt, Bidrar till förslag på alternativt tillvägagångssätt <i>Rimlighet</i>	Berättar om sina resonemang <i>Rimlighet</i>
STÖD för samtalet: och använder då bilder, bilder , symboler, tabeller, tabeller , grafer, algebraiska uttryck, formler, funktioner och andra matematiska uttrycksformer med viss anpassning/förhållandevis god anpassning/god anpassning till [syfte och] sammanhanget.		Växla uttrycksformer	Växla uttrycksformer??	Växla uttrycksformer	

ALGEBRA		Elev							
MUNTLLIG KOMMUNIKATION		BEG-REPP	BERÄK-NING	PROB.LÖSN.	RESO NEM.	BEG-REPP	BERÄK-NING	PROB.LÖSN.	RESO NEM.
<u>KVALITET</u> Eleven kan redogöra för och <u>samtala om</u> tillvägagångssätt på ett ... sätt									
<i>i huvudsak fungerande</i>	Ändamålsenligt								
	Ändamålsenligt och effektivt								
<u>STÖD för samtalen</u> : ... och använder då bilder, symboler, tabeller, grafer och andra matematiska uttrycksformer med... till sammanhanget.									
<i>viss anpassning</i>	förhållandevis god anpassning								
ALGEBRA									
MUNTLLIG KOMMUNIKATION		BEG-REPP	BERÄK-NING	PROB.LÖSN.	RESO NEM.	BEG-REPP	BERÄK-NING	PROB.LÖSN.	RESO NEM.
<u>KVALITET</u> Eleven kan redogöra för och <u>samtala om</u> tillvägagångssätt på ett ... sätt									
<i>i huvudsak fungerande</i>	Ändamålsenligt								
	Ändamålsenligt och effektivt								
<u>STÖD för samtalen</u> : ... och använder då bilder, symboler, tabeller, grafer och andra matematiska uttrycksformer med... till sammanhanget.									
<i>viss anpassning</i>	förhållandevis god anpassning								

Att kunna kommunicera matematik är att utbyta information med andra om matematiska idéer och tankegångar, muntligt och skriftligt och med hjälp av olika uttrycksformer. De ska också kunna lyssna till och ta del av andras beskrivningar och kunna förklara och argumentera

Kommunikation (muntlig och skriftlig)		Din förmåga att skriftligt och muntligt redovisa dina lösningar.	
Eleven kan redogöra för och samtala om tillvägagångssätt på ett huvudsak fungerande sätt och använder då bilder, symboler, tabeller, grafer och andra matematiska uttrycksformer med viss anpassning till sammanhanget. I redovisningar och samtal kan eleven föra och följa matematiska resonemang genom att ställa frågor och framföra och bemöta matematiska argument på ett sätt som till viss del för resonemangen framåt .	Eleven kan redogöra för och samtala om tillvägagångssätt på ett huvudsak fungerande sätt och använder då bilder, symboler, tabeller, grafer och andra matematiska uttrycksformer med viss anpassning till sammanhanget. I redovisningar och samtal kan eleven föra och följa matematiska resonemang genom att ställa frågor och framföra och bemöta matematiska argument på ett sätt som till viss del för resonemangen framåt .	Eleven kan redogöra för och samtala om tillvägagångssätt på ett ändamålsenligt och effektivt sätt och använder då bilder, symboler, tabeller, grafer och andra matematiska uttrycksformer med god anpassning till sammanhanget. I redovisningar och samtal kan eleven föra och följa matematiska resonemang genom att ställa frågor och framföra och bemöta matematiska argument på ett sätt som för resonemangen framåt och fördjupar eller breddar dem .	Eleven kan redogöra för och samtala om tillvägagångssätt på ett ändamålsenligt och effektivt sätt och använder då bilder, symboler, tabeller, grafer och andra matematiska uttrycksformer med god anpassning till sammanhanget. I redovisningar och samtal kan eleven föra och följa matematiska resonemang genom att ställa frågor och framföra och bemöta matematiska argument på ett sätt som för resonemangen framåt och fördjupar eller breddar dem .
Din förmåga att formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder			
Titta i din problemlösningssmapp, tanketavla, kamratbedömning och lyssna på inspelningen			
Ditt försök till lösning är bristfällig och ännu inte möjligt att följa	Din lösning går att följa men kan innehålla brister.	Din lösning går att följa.	Du löser hela problemet och redovisar lösningen..
DU	LOTTA	DU	LOTTA
DU	LOTTA	DU	LOTTA
Din förmåga att använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp			
Titta i din problemlösningssmapp, tanketavla och lyssna på inspelning			
Du har kännedom om grundläggande matematiska begrepp. Du visar osäkerhet i användandet av det matematiska språket.	Du har grundläggande kunskaper om matematiska begrepp. Du behärskar i viss mån användandet av det matematiska språket	Du har goda kunskaper om matematiska begrepp. Du behärskar användandet av det matematiska språket.	Du har mycket goda kunskaper om matematiska begrepp. Du använder matematiskt språk på ett korrekt sätt.
DU	LOTTA	DU	LOTTA
DU	LOTTA	DU	LOTTA
Din förmåga att välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter			
Titta i din problemlösningssmapp			
Du har kännedom om grundläggande matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter	Du har grundläggande kunskaper i matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter	Du har goda kunskaper i matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter	Du har mycket goda kunskaper i användandet av matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter.
DU	LOTTA	DU	LOTTA
DU	LOTTA	DU	LOTTA
Din förmåga att föra och följa matematiska resonemang, och använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.			
Lyssna på inspelningen, tanketavlan och tänk på ditt arbete			
Du visar osäkerhet när du redogör din lösning. Du behöver hjälp för att förklara lösningen så att andra förstår.	Du kan förklara din tankegång. Du behöver hjälp av stödfrågor från läraren för att förklara lösningen.	Du kan på ett tydligt sätt förklara lösningen, så att andra förstår. Du bidrar med egna idéer och förklaringar i diskussioner. din tankegång	Du kan på ett effektivt sätt förklara din tankegång. Du bidrar aktivt för att leda diskussionen framåt, och tar del av andras argument.
Du har svårt att förstå andras lösningar	Du behöver hjälp med att se för- och nackdelar med olika lösningar	Du förstår delar av andras lösningar	Du förstår andras lösningar och kan se för- och nackdelar med olika lösningar
DU	LOTTA	DU	LOTTA
DU	LOTTA	DU	LOTTA



UTBILDNINGSKONTORET

Utbildningskontoret i Norrköpings kommun vill få människor att växa som individer och lära för livet. Vi finns till för alla och öppnar dörrarna till kunskap genom ständig utveckling av våra verksamheter. Från förskola, grundskola och gymnasium, till skolbarnomsorg, särskola och vuxenutbildning. Tillsammans bygger vi en verksamhet som följer med sin tid och skapar kontinuitet genom hela skolgången.

UTBILDNINGSKONTORET

Adress: Rådhuset, 601 81 Norrköping
Tel: 011- 15 00 00 Fax: 011-15 31 90
www.norrkoping.se