Utbildning, lärande och forskning - praktiknära forskning 2025:1

Effektiv aritmetikundervisning – en aktionsforskningsstudie i årskurs 2 och 5

Cecilia Sveider, Joakim Samuelsson, Maria Dure,
Jennie Karlsson, Pether Sundström, Henrik Svensson

LINKÖPINGS UNIVERSITET

Utbildning, lärande och forskning - praktiknära forskning 2025:1

Effektiv aritmetikundervisning – en aktionsforskningsstudie i årskurs 2 och 5

Cecilia Sveider, Joakim Samuelsson, Maria Dure, Jennie Karlsson, Pether Sundström, Henrik Svensson

Utbildningsvetenskap
Linköpings universitet, SE-581 83 Linköping, Sverige

Linköping 2025

Titel Effektiv aritmetikundervisning – en aktionsforskningsstudie i årskurs 2 och 5

Förlag: Linköping University Electronic Press 2025

ISBN 978-91-8118-654-3 (PDF)
https://doi.org/10.3384/9789181186543
ISSN 3119-3498 (online)
(tidigare ISSN för serien: 2004-3279)

Innehållsförteckning

Inledning

Matematikämnet framstår som ett viktigt skolämne i skolan då flera studier visat att det finns ett samband mellan prestationer i matematik och elevers möjligheter att komma vidare i sina studier (Douglas & Attewell, 2017) samtidigt som matematikämnet har ett stort utrymme i grundskolans fördelning av undervisningstid.

Flera studier pekar på betydelsen av grundläggande kunskaper i matematik för att kunna utveckla mer avancerade kunskaper (se t.ex. Watts et al., 2014). Dessa forskare visar att barns taluppfattning mellan fyra och ett halvt och sju års ålder har ett starkt samband med deras matematikprestationer vid 15 års ålder. Forskning har visat att barns prestationer redan i tre- till femårsåldern har stor betydelse för deras framtida utbildning, yrkesval och inkomstnivå, även när hänsyn tas till bakgrundsfaktorer (Chetty et al., 2010; Duncan et al., 2007). Den mest framträdande faktorn tycks vara barnens matematikkunskaper, särskilt deras taluppfattning (National Research Council, 2009). I denna ålder innebär taluppfattning en förståelse för heltal, relationer mellan tal samt grundläggande räkneoperationer (Jordan et al., 2012). Studier har också visat att det finns ett tydligt samband mellan barns taluppfattning i förskolan (vid fem års ålder) och deras matematikkunskaper i slutet av tredje klass (Jordan et al., 2008). Av ovanstående kan slutsatsen att grundläggande tidiga räknefärdigheter vilka är avgörande för att barn ska kunna utveckla grundläggande begrepp och procedurer inom aritmetik (Gersten & Chard, 1999; Siegler & Braithwaite, 2017). Aritmetik under de tidiga åren i grundskolan handlar framför allt om elevernas taluppfattning och deras förmåga att kunna använda naturliga tal och tal i bråkform i olika situationer (Skolverket, 2022).

I litteraturen definieras fyra olika kompetenser som eleverna bör tillägna sig inom aritmetikområdet: begreppslig kunskap om tal, procedurkunskap, problemlösningsförmåga samt deklarativ kunskap, automatiserad färdighet i enkla talkombinationer (Hudson & Miller, 2006). Begreppslig kunskap innefattar förståelse för talsystemet med basen tio och relationer inom och mellan aritmetiska operationer, vilket är centralt under de tidiga skolåren (Dowker, 2005; Goldman & Hasselbring, 1997). Procedurkunskap handlar om att kunna genomföra beräkningar inom de fyra räknesätten (Dowker, 2005; Jordan et al., 2003). Deklarativ kunskap handlar om en automatiserad färdighet att lösa enkla talkombinationer med flyt. Denna automatisering är viktig för att minska den kognitiva belastningen vid mer komplexa uppgifter (Hudson & Miller, 2006). Problemlösningsförmåga innebär att eleven kan identifiera ett problem, konstruera en representation av det, utveckla en lösningsstrategi och genomföra den aritmetiska proceduren (Davidson & Sternberg, 2003).

Men för att bli kompetent inom aritmetik krävs förutom ovanstående kognitiva förmågor även positiva relationer till matematik och ett konstruktivt förhållningssätt till lärande i matematik. Till exempel finns en betydande mängd forskning att negativa relationer till matematik påverkar elevers prestationer i ämnet (Gierl & Bisanz 1995; Samuelsson & Granström, 2011; Suren & Kandemir, 2020). Det är också välkänt att affektiva faktorer som en elevs inre och yttre motivation, liksom självuppfattning och ångest med avseende på matematik, är kritiska prediktorer för akademisk framgång (Connell et al., 1994; Eccles et al. 1993; Fuligni 1997; Guay et al., 2003; Valentine, et al., 2004). Elevers förhållningssätt till matematik brukar i litteraturen benämnas elevers resiliens (Johnston-Wilder & Lee, 2010). Det handlar om hur eleven ser den egna och andras möjligheter att lära matematik, betydelsen av ansträngning och värdet av matematik (Kooken et al., 2016). Även elevers resiliens har studier visat är en prediktor till framgång i matematik (Rokhmah et al., 2019).

En slutsats av ovanstående är att grundläggande aritmetik och goda relationer till matematik, är viktiga prediktorer för såväl den fortsatta matematikutvecklingen, skolframgång och framtida yrke. Det är därför av stor vikt att eleverna lär sig den grundläggande aritmetiken och tillägnar sig goda relationer till matematik.

Innan detta ULF-projekt (ULF, Utveckling, Lärande och Forskning) startade hade lärarna i aktionsforskningsgruppen identifierat svårigheter eleverna hade med aritmetik på såväl lågstadiet, mellanstadiet som högstadiet. Vi beslutade därför att vi tillsammans, forskare och lärare skulle försöka förbättra matematikundervisningen med fokus på aritmetik under ett läsår. Syftet med detta projekt var att eleverna skulle tillägna sig centrala kunskaper inom aritmetik i årskurs 2 och 5, och utveckla positiva relationer till matematik (inre och yttre motivation, självuppfattning i relation till matematik och matematikångest) samt ett konstruktivt förhållningssätt till lärande i matematik (resiliens). För att uppnå detta använde vi en aktionsforskningsmetodik. Cohen et al., (2007) karakteriserar aktionsforskning som en kombination av handling och forskning som syftar till att lösa ett pedagogiskt problem (Skovsmose & Borba, 2004). Aktionsforskning är "direkt relevant för klassrumsundervisning och lärande och ger lärare möjlighet att förbättra sin undervisning och förbättra studenternas lärande" (Stringer 2007, 1). I detta aktionsforskningsprojekt följde vi en aktionsforskningsspiral presenterad av Kemmis och McTaggart (2001). Deras modell gav oss en möjlighet att planera, agera och reflektera i en pågående cykel. På så sätt passade denna metodologi väl ihop med vår utvecklingsinriktning, där vi försökte utveckla elevernas kunskaper i och förhållningssätt till matematik (jfr. Hand & Rowe 2001).

Syfte och frågeställningar

Syftet med detta ULF-projekt var att genomföra och utvärdera ett aktionsforskningsprojekt med fokus på elevers lärande i aritmetik, utveckling av affektiva aspekter och resiliens under årskurs 2 och 5. Följande forskningsfrågor formulerades för varje årskurs.

- I vilken utsträckning utvecklas elevernas förmåga att med flyt lösa grundläggande talkombinationer under läsåret?
- I vilken utsträckning utvecklas elevernas förmåga att lösa årskursspecifika aritmetikuppgifter under läsåret?
- Hur påverkas affektiva aspekter som inre motivation, yttre motivation, tilltro till den egna förmågan och oro under läsåret?
- Hur påverkas resiliens aspekter som värde av att kunna matematik, i matematik måste man anstränga sig och alla kan utvecklas i matematik under läsåret?
- Vilka samband finns mellan elevers prestationer på flyt, aritmetik, affektiva aspekterna (inre motivation, yttre motivation, tilltro till den egna förmågan och oro) och resiliens aspekterna (värde av att kunna matematik, i matematik måste man anstränga sig och alla kan utvecklas i matematik) i början och i slutet av läsåret?

Lära aritmetik i grundskolan

I detta avsnitt presenteras vad aritmetik är i grundskolan, affektiva aspekter och deras samband med elevers prestationer samt vad som definierar resiliens i matematik och sambandet till elevernas prestationer i matematik.

Aritmetik i grundskolan

Denna rapport handlar om undervisning och elevers lärande av aritmetik i årskurs två och fem. Ordet aritmetik kommer från grekiska ord som betyder räknekonst och tal. Det som definierar aritmetik mer specifikt i årskurs två och fem presenteras i kursplanen för matematikämnet (Lgr 22).

Målen med grundskolans matematikundervisning presenteras i kursplanen (Skolverket, 2022). I relation till aritmetik (taluppfattning och använda tal) finns det mål som relaterar till såväl den begreppsliga kunskapen som till procedurer och problemlösningsförmåga. Det som inte är explicit uttryckt i kursplanen, men som forskare (NMAP, 2008; Schoenfeld, 2004) visat är en viktig aspekt av matematikkunnande, är flyt vid beräkningar grundläggande talkombinationer.

I Tabell 1 nedan har vi försökt kategorisera målen för årskurs F–3 respektive årskurs 4–6 i relation till centrala aritmetiska kunskaper. Även om flera olika kunskapsformer ofta förekommer samtidigt i målformuleringarna, menar vi att det i många fall går att urskilja en tydlig tyngdpunkt mot en viss typ av kunskap.

Tabell 1

Målformuleringar i aritmetik kopplade till olika begreppslig kunskap (BK), procedurkunskap (PK) problemlösning (PBL) och flyt.

Ar	Årskurs F-3	Årskurs 4-6
BK	- Naturliga tal och deras egenskaper samt hur talen delas upp och används för att ange antal och ordning. - Positionssystemet och hur det används för att beskriva naturliga tal. - Symboler för tal och symbolernas utveckling i några olika kulturer genom historien. - Tal i bråkform som del av helhet och del av antal samt hur delarna benämns och uttrycks som enkla bråk. Hur enkla bråk förhåller sig till naturliga tal. - Hur naturliga tal och enkla tal i bråkform används i elevnära situationer. - De fyra räknesättens egenskaper och samband *samt* användning i olika situationer. - Rimlighetsbedömning vid uppskattningar och beräkningar	- Rationella tal, däribland negativa tal, och deras egenskaper samt hur talen kan delas upp och användas. - Positionssystemet och hur det används för att beskriva hela tal och tal i decimalform. - Olika talsystem och några talsystem som använts i olika kulturer genom historien. - Tal i procentform och deras samband med tal i bråk- och decimalform. - Hur tal i bråk- och decimalform kan användas i vardagliga situationer. - Rimlighetsbedömning vid uppskattningar och beräkningar
PK	- Metoder för beräkningar med naturliga tal, *vid huvudräkning,* överslagsräkning och skriftlig beräkning. Användning av digitala verktyg vid beräkningar.	- De fyra räknesätten och regler för deras användning vid beräkningar med naturliga tal. - Metoder för beräkningar med naturliga tal och enkla tal i bråk- och decimalform vid överslagsräkning, huvudräkning och skriftlig beräkning. Användning av digitala verktyg vid beräkningar.
PBL	- Hur naturliga tal och enkla tal i bråkform används i elevnära situationer. - De fyra räknesättens egenskaper och samband samt användning i olika situationer.	- Hur tal i bråk- och decimalform kan användas i vardagliga situationer.
Flyt	- Metoder för beräkningar med naturliga tal, vid huvudräkning.	- Metoder för beräkningar med naturliga tal och enkla tal i bråk- och decimalform vid överslagsräkning, huvudräkning.

Vad gäller den begreppsliga kunskapen så har mål som beskriver kunskaper om tal och tals relationer placerats in. Procedurer är mål som beskriver operationer med tal som till exempel beräkningar. Problemlösningsmål är mål där eleverna ska använda begreppslig kunskap och procedurkunskap för att lösa problem i olika situationer medan huvudräkning kan kopplas till flyt, även om huvudräkning är något större än bara flyt.

Förutom att tillägna sig dessa specifika matematiska kunskaper lyfter kursplanen även fram övergripande mål som berör matematikämnets affektiva sida. Enligt Skolverket (2022) ska undervisningen "bidra till att eleverna utvecklar intresse för matematik och tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang" (s. 54). Formuleringar som intresse och tilltro till den egna förmågan kan kopplas till affektiva aspekter av skolmatematiken, såsom motivation, självuppfattning och känslor inför ämnet.

Affektiva aspekter och matematik

Det är väl etablerat att både kognitiva och affektiva faktorer (elevers relation till matematik) måste undersökas för att förstå hur man kan förbättra lärandet i matematik (Leder & Forgasz 2002). Till exempel finns det en betydande mängd forskning som visar hur negativa relationer med matematik påverkar elevers prestationer i matematik (Gierl & Bisanz 1995; Samuelsson & Granström, 2011; Suren & Kandemir, 2020). Det är också välkänt att affektiva faktorer är kritiska prediktorer för akademisk framgång (Connell et al., 1994; Eccles et al., 1993; Fuligni, 1997; Guay et al., 2003; Valentine et al., 2004; OECD 2004).

Inom ramen för PISA 2003 (OECD, 2004) används fyra olika begrepp för att resonera om affektiva aspekter. Det är intern motivation (elevers intresse för och glädje av matematik), instrumentell motivation i matematik, tilltro till den egna förmågan och matematikångest. Inre motivation innebär att din motivation att uppnå ditt mål kommer inifrån dig själv. Den kännetecknas av en avsikt att engagera sig i lärandeaktiviteter för att det anses vara intressant, spännande, utmanande etc. (OECD, 2004).

I litteraturen skiljer forskare på åtminstone två aspekter av inre motivation, situations anpassat intresse och stabilt intresse (Hidi & Harackiewicz, 2000; Krapp, 2000; Schraw & Lehman, 2001). Situations anpassat intresse kan karakteriseras som övergående och kontextberoende, ett intresse som triggas av miljöfaktorer. Denna typ av intresse är ofta ett nödvändigt första steg i utvecklingen av ett mer stabilt individuellt intresse (Hidi & Renninger, 2006). I intressebaserade aktiviteter är aktiviteten förknippad med gynnsamma inlärningsresultat, vilket är en följd av att eleverna upplever kompetens och personlig kontroll, känslor av autonomi, och ett flyt i relation till objektet som ska läras.

Instrumentell motivation, å andra sidan, innebär att din motivation för att uppnå ditt mål kommer från en källa utanför dig själv. Denna typ av motivation kännetecknas av en önskan att engagera sig i en inlärningsprocess eftersom den har positiva resultat eller kan hjälpa dig att undvika negativa resultat (OECD, 2004). Det kan handla om att elever vill lära sig matematik eftersom det kan hjälpa dem i framtida arbete, det kommer att hjälpa dem med det ämne som de vill studera vidare i skolan.

Tilltro till den egna förmågan handlar om elevernas uppfattning om sin förmåga att lösa uppgifter i matematik. Schoenfeld (1985) menar att det är elevens syn på sig själv, omgivningen och matematiken som är avgörande för hur eleven tar sig an ett matematiskt problem. Många forskare har betraktat tilltron till den egna förmågan som en förklarande variabel för elevers varierande prestationer i skolan (Dermitzaki et al., 2009; Ireson & Hallam, 2009), medan andra forskare insisterar på att självuppfattning är en konsekvens och inte en orsak till elevers prestationer (t.ex. Bong & Clark, 1999). Tilltron till den egna förmågan kan utvecklas med stöd av (a) iscensättande upplevelser, (b) ställföreträdande erfarenheter, (c) social övertalning och (d) fysiologisk och emotionell upphetsning (Bandura, 1997).

Ångest i matematik har definierats på olika sätt: en känsla av spänning, oro eller rädsla som stör matematikprestationer (Ashcraft, 2002); eller ett tillstånd av obehag, som uppstår i situationer som involverar matematik (Trujillo & Hadfield, 1999). Den första definitionen fokuserar på effekten av ångest på kognitiva resultat, medan den senare definitionen belyser effekten på självkänslan. Forskare har hittat tre variabler som påverkar matematikångest: miljö, personlighet och intellektuella förmågor. Miljöfaktorer inkluderar klassrumsproblem, påtryckningar från föräldrar och uppfattningen om matematik som en sträng uppsättning regler. Personlighet hänvisar till ovilja att ställa frågor i klassen och självkänsla; intellektuella inkluderar en obalans mellan inlärningsstilar och självtvivel (Hadfield & McNeil, 1994).

Ytterligare en aspekt som visat sig påverka elevers möjligheter att prestera i matematik är deras resiliens.

Resiliens och matematik

Resiliens handlar om en människas motståndskraft, uthållighet och återhämtning vid motgångar och utmaningar (Johnston-Wilder & Lee, 2010). För en elev i skolan är det av viktigt att utveckla resiliens då den påverkar på vilket sätt eleven reagerar och agerar när han eller hon möter utmaningar i sina studier (Kooken el al., 2016; Yeager & Dweck, 2012). Elevernas förhållningssätt påverkar deras ambition att fortsätta lära sig trots att de stöter på motgångar och utmaningar i lärandet av matematik (Mackrell & Johnston-Wilder, 2020).

Forskningsfältet kring matematisk resiliens är relativt nytt. Enligt Mackrell och Johnston-Wilder (2020) håller den vetenskapsteoretiska grunden fortfarande på att formas, och majoriteten studierna som hittills genomförts är småskaliga. Sambanden mellan matematisk resiliens och studieresultat är ännu inte fullständigt klarlagda (se t.ex. Rokhmah et al., 2019), men det finns indikationer på att elever med hög matematisk resiliens har ett mer effektivt sätt att lära sig matematik. Signifikant för de elever som presterar bra är deras insikter om att svårigheter kan uppstå i mötet med ny matematik, samt att de har strategier för att överkomma dessa svårigheter. En annan aspekt som visat sig påverka elevernas resultat är vilket värde eleven uppfattar att matematiken har (Lee & Johnston-Wilder, 2017).

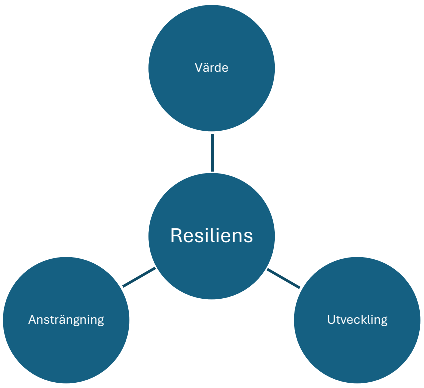
Kooken et al. (2016) har utvecklat och validerat ett skattningsverktyg, Mathematical Resilience Scale (MRS), som bygger på tre centrala aspekter:

- Värde. Hur elever värderar matematikkunskaper i relation till sina framtida mål.de tillskriver kunskaper i matematik
- Ansträngning. Elevens insikt om att misstag och kognitiv ansträngning är en naturlig del av lärande. som krävs för att lära sig matematik
- Utveckling. Tron på att matematiska färdigheter kan utvecklas över tid.

Dessa tre aspekter utgör tillsammans en modell för att förstå elevers matematiska resiliens, vilket illustreras i Figur 1. I skolkontexten kan dessa komponenter ses som centrala för att förstå hur elever hanterar utmaningar i matematik. När elever tillskriver matematiken ett högt värde, är villiga att anstränga sig och har en tilltro till att de kan utvecklas, ökar sannolikheten att de fortsätter engagera sig även när de stöter på svårigheter.

Figur 1

Tre aspekter av matematisk resiliens



Det finns ett fåtal studier som undersökt hur dessa aspekter av resiliens i relation till matematik kan stöttas. Autin och Croizet (2012) har visat att när eleverna arbetar med uppgifter som kräver lite mer ansträngning, dvs uppgifter som är kognitivt krävande, kan deras resiliens öka om läraren hjälper dem att formulera svårigheten så att de blir medvetna om, vilket då blir ett verktyg för lärandet i stället för en bristande förmåga.

Clark et al. (2014) har visat att lärare som själva har positiva erfarenheter av att ansträngning lett till goda matematikkunskaper tenderar att ha större förståelse för vikten av arbete och uthållighet. En sådan lärare kan påverka sina elevers möjligheter att lyckas genom att ha tilltro till deras utvecklingspotential.

I klassrum där matematisk resiliens främjas uppmuntras eleverna att möta svårigheter tillsammans och att se motgångar som en naturlig del av lärandeprocessen. Lärarens roll är central. Genom att modellera hur man hanterar svårigheter, till exempel genom att visa egna tankar, strategier och misstag, kan läraren bidra till att avdramatisera motgångar och ge eleverna en konkret förebild för hur man går vidare trots hinder. Att aktivt stödja elever kan bidra till att bygga upp deras självförtroende och uthållighet inför framtida matematiska utmaningar.

Matematikundervisning

Matematikundervisning ska bedrivas på ett sådant sätt att eleverna ges största möjlighet att lära sig den matematik som undervisas. Nedan presenteras vad forskningen visat är processer som är viktiga att använda för att bedriva en kvalitativ matematikundervisning samt den teori som vi utgår ifrån när vi resonerar om matematiska utveckling i denna studie.

Kvalitet i matematikundervisningen

För att eleverna ska kunna tillägna sig kunskaper i matematik och utveckla ett positivt förhållningssätt till att lära sig och arbeta med ämnet krävs undervisning av hög kvalitet. Flera ramverk för att definiera och analysera kvalitet i matematikundervisning har presenterats i forskningen (Matsumura et al., 2002; Hill et al. 2008; Schlesinger & Jentsch 2016). På många sätt liknar dessa ramverk varandra, även om det finns vissa skillnader mellan dem. En forskare som försökt göra en syntes av dessa ramverk är Schlesinger et al. (2018). Schlesinger med kollegor (2018) utvecklade en ämnesspecifik beskrivning av undervisningskvalitet i matematik baserat på en systematisk litteraturöversikt av Schlesinger och Jentsch (2016). Undervisningens kvalitet delades in i två dimensioner:

- Den ämnesrelaterade kvaliteten på undervisningen med fokus på innehållet.
- Den undervisningsrelaterade kvaliteten med fokus på praktiker i matematikundervisningen.

Den första dimensionen fokuserar på matematisk korrekthet och djup. Denna dimension bygger på premissen att elever endast kan lära sig effektivt när ett matematiskt innehåll presenteras korrekt och heltäckande, och omfattar inte bara ytliga aspekter utan också meningsfulla och djupgående aspekter (t.ex. Baumert et al. 2010; Learning Mathematics for Teaching Project, 2011). Detta innebär att lärare måste använda matematiska begrepp, uttryck och notationer på ett korrekt sätt (Hill et al. 2008). Dessa element är integrerade i olika undervisningsaktiviteter, såsom matematiska förklaringar och presentationer. Under dessa aktiviteter måste lärare upprätthålla precision (Schoenfeld, 2013), vilket underlättas av korrekt användning av matematiskt språk och notationer. Detta blir särskilt viktigt när läraren hanterar de matematiska missuppfattningar som kan uppstå under lektionen. Hur lärare hanterar matematiska missuppfattningar är avgörande för elevernas lärande. Ett effektivt förhållningssätt innebär att se dessa missuppfattningar som inlärningsmöjligheter, att analysera elevernas tankegångar, visa tolerans inför fel och aktivt uppmuntra eleverna att själva identifiera och korrigera sina misstag.

Schlesinger et al. (2018) och forskare i Learning Mathematics for Teaching Project (2011) hävdar att effektiva förklaringar bör vara välstrukturerade, precisa och fokuserade på grundläggande matematiska begrepp. Djupet i en lektion förstärks när läraren formulerar generaliseringar, skapar matematiska kopplingar och erbjuder strukturerade möjligheter att organisera det matematiska innehållet.

Den andra dimensionen betonar undervisningsrelaterade kvaliteter. Dessa inkluderar att använda olika representationer, illustrera deras sammankopplingar för att förbättra elevernas förståelse av matematiska begrepp, välja lämpliga exempel och utforma övningar som uppmuntrar till utforskning, reflektion och självdifferentiering (jfr. Schlesinger et al. 2018; Learning Mathematics for Teaching Project, 2011; Marder & Walkington 2014; Matsumura et al. 2002). Ytterligare en viktig aspekt i relation till aritmetik är att läraren måste ge tid för övning att använda matematiska symboler och genomföra grundläggande matematiska beräkningar.

Teoretiska utgångspunkter

Ett teoretiskt ramverk som vägledde oss i våra diskussioner för att stödja elevernas aritmetiska utveckling var Integrated Theory of Numerical Development (Siegler et al., 2011). Ett viktigt antagande i teorin är att alla tal kan representeras på en tallinje. Detta innebär att eleverna måste förstå tal inte bara som symboler, utan också kvantiteter som kan ordnas och placeras längs en kontinuerlig skala.

För att förstå och manipulera numeriska värden, deras storlek och deras relationer förlitar vi oss på en intern kognitiv struktur som kallas den mentala tallinjen (Dehaene 2011). Detta koncept fungerar som en metafor för ett kognitivt nätverk som stöder vår förmåga att bearbeta numerisk information. Det finns betydande vetenskapliga bevis som stöder existensen och funktionen av den mentala tallinjen (Ansari, 2008).

Förbättrad precision vid placering av siffror på en tallinje återspeglar en mer utvecklad förståelse för numerisk storlek, och denna precision tenderar att öka med åldern (Siegler & Lortie -

Forgues, 2015). Vid ungefär 10 års ålder har de flesta barn förvärvat en symbolisk förståelse av heltalsstorheter inom intervallet 0 till 1000 (Siegler & Opfer, 2003). Utvecklingen av magnitudrepresentationer för bråk börjar runt 8 års ålder och fortsätter in i vuxen ålder. Till en början lär sig barn att exakt placera korrekta bråk där täljaren är mindre än nämnaren på en tallinje. Med tiden sträcker sig denna förståelse till att även omfatta bråk där täljaren överstiger nämnaren. Denna gradvisa förfining i att förstå och representera storleken på olika typer av tal, både hela och bråktal, är en viktig drivkraft för numerisk utveckling.

Siegler och Braithwaite (2017) identifierar två centrala komponenter i numerisk utveckling: (a) förståelse för numerisk storlek, att kunna bedöma hur stora tal är och (b) aritmetiska färdigheter, att kunna utföra räkneoperationer. Dessa två aspekter är nära sammankopplade. Forskning visar att elever som är skickliga på att uppskatta numeriska storheter också tenderar att vara bättre på aritmetiska uppgifter, oavsett om det gäller heltal eller bråk (Fuchs et al., 2013, 2014, 2016; Siegler & Lortie - Forgues, 2015). Med andra ord, ju bättre eleverna förstår och kan uppskatta numeriska storheter, desto mer framgångsrika är de i sina aritmetiska färdigheter.
Nedanstående teoretiska antaganden har väglett denna studie.

- Människor har en inneboende representation av siffrornas storlek, en mental tallinje som är dynamisk. Till en början representerar det små heltal, men med tiden utvecklas det till att inkludera större heltal, negativa tal och rationella tal.
- Numerisk utveckling innebär att man lär sig att många egenskaper som är karakteristiska för heltal inte gäller för andra typer av tal. Alla reella tal delar dock egenskapen att ha en storlek som kan ordnas och placeras på en tallinje.
- Kunskap om numerisk storlek, för både heltal och rationella tal, korrelerar med och förutsäger kunskap om aritmetik.
- Kunskap om siffrornas storlek har ett samband med kunskap om aritmetik (Siegler och Braithwaite 2017).

Denna teori betonar vikten av att förstå numerisk storlek och dess relation till aritmetisk färdighet. Den framhåller att aritmetiska operationer och färdigheter är djupt sammankopplade (Siegler & Braithwaite, 2017), och stöder samtidigt idén att korrekt uppskattning av numerisk magnitud är kausalt kopplad till aritmetiska kunskaper, både för heltal och bråk (Fuchs et al., 2013, 2014, 2016; Siegler & Lortie-Forgues, 2015). Mot denna bakgrund arbetade aktionsforskningsgruppen med att stärka elevernas interna representationer av talstorheter (den mentala tallinjen) för att stödja deras bredare matematiska utveckling.

Metod
I detta avsnitt presenteras de forskningsmetodiska överväganden som gjorts i denna studie.

Forskningsansats
För att kunna svara på våra frågor har vi genomfört två aktionsforskningsstudier, en i årskurs 2 och en i årskurs 5. Cohen, et al., (2007) karakteriserar aktionsforskning som en kombination av aktion och forskning som syftar till att lösa ett pedagogiskt problem (Skovsmose & Borba, 2004). Aktionsforskning är ”direkt relevant för klassrumsundervisning och lärande och ger lärare ett sätt att förbättra sin undervisning och förbättra elevernas lärande (Stringer, 2007, s. 1)”. I detta aktionsforskningsprojekt följde vi en aktionsforskningsspiral som presenterades av Kemmis och McTaggart (2001). Deras modell gav oss möjlighet att planera, agera och reflektera i en löpande cykel, vilket var viktigt för oss eftersom vi genomförde flera mätningar under året samt hade regelbundna veckovisa möten. Genom att reflektera efter varje undervisningsvecka och varje mätpunkt kunde vi göra en ny plan, vilket var en viktig del av handlingsförloppet. Således passade denna metod väl med våra ambitioner att utveckla undervisningen och elevernas kunskaper i aritmetik och deras relation till matematik (jfr Hand & Rowe, 2001).

Urval
Nedan presenteras deltagare i projektet, de test som vi valde att använda samt de undervisningsprinciper som vi använde oss av.

Deltagare
I aktionsforskningsgruppen för årskurs 2 och 5 deltog tre lärare per årskurs, en matematikutvecklare från skolan, en matematikutvecklare på kommunal nivå samt två matematikdidaktiker från universitetet.

Totalt deltog 128 elever i projektet**.** Vid läsårsstarten uppgick antalet elever i årskurs 2 till 52 elever och i årskurs 5 till 32 elever på våra aktionsforskningsskolor som var föremål för vår intervention. På kontrollskolan deltog en lärare i respektive årskurs, tillsammans med 23 elever i årskurs 2 och 21 elever i årskurs 5.

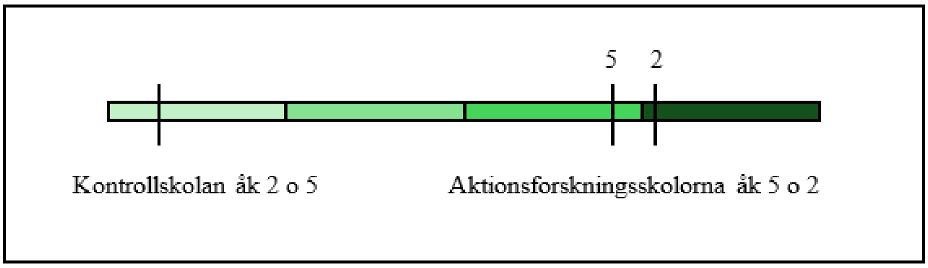
Aktionsforskningsprojektet genomfördes i tre klasser i årskurs 5 från skolor i områden med låg socioekonomisk standard. Kontrollklassen däremot var placerad i ett område med hög socioekonomisk standard. Den modell som användes för att klassificera socioekonomiska områden bygger på data från SCB (Statistiska Central Byrån). Klassificeringen tog hänsyn till följande variabler:

- Vårdnadshavarens utbildningsnivå
- Det år då eleven invandrade till Sverige
- Förmyndarens inkomst
- Elevens kön
- Ekonomiskt stöd till vårdnadshavare
- Om eleven är folkbokförd på samma adress som båda vårdnadshavarna
- Antal syskon som är folkbokförda i hemmet
- Socioekonomisk status i det bostadsområde där eleven är folkbokförd.

Skolverket använder variablerna för att beräkna ett samhällsekonomiskt index och presentera indexet för alla skolor i Sverige (Berättarministeriet, 2025). Indexet ligger till grund för fördelningen av resurser till skolorna, vilket ska säkerställa en mer rättvis fördelning av stöd till skolorna. Skolorna placeras på en skala som speglar deras socioekonomiska kontext i förhållande till varandra. Denna skala är indelad i kvartiler. De skolorna med lägst indexvärden ligger i områden med hög socioekonomisk status och placeras längst till vänster på skalan. I vårt fall var de beräknade samhällsekonomiska indexvärdena 37,1 för kontrollskolan och 118,3 för aktionsforskarskolan (årskurs 5) samt 145,2 för aktionsforskarskolan (årskurs 2. Dessa värden illustreras i Figur 2, som visar skolornas relativa position på den socioekonomiska skalan.

Figur 2

Illustrerar skolornas placering på den socioekonomiska skalan



Test och testprocedur

För att undersöka elevernas matematiska färdigheter användes två olika typer av tester: Ett flyttest och ett specialutformat årskursspecifikt aritmetiktest. Testerna genomfördes vid fyra tillfällen under läsåret för att följa elevernas utveckling över tid.

Flyt (Bilaga 1) mättes med ett tre minuter långt test som syftade till att fånga elevernas automatisering av grundläggande aritmetiska färdigheter. Testet bestod av enkla additions, och subtraktionsuppgifter, såsom 3 + 2 och 7 − 4, samma version användes för både årskurs 2 och 5. Testet Arithmetic Fluency kom från Woodcock, Johnson III, testbatteriet (Taub et al., 2013), vilket är utformat för att mäta snabbhet och säkerhet i hanteringen av grundläggande räknefärdigheter. Enligt testmanualen har detta deltest en test–retest, reliabilitet på .92.

Aritmetiktesten (Bilaga 2 och Bilaga 3) var specialdesignade för studien och prövades för respektive årskurs innan det användes. Testet syftade till att fånga kunskaper i aritmetik som elever förväntades behärska efter respektive läsår. Testet prövade två aritmetiska kompetenser:

- Konceptuell del: I årskurs 2 ingick uppgifter som till exempel "Vad blir $7 + \_\_\_ = 11$?" och att placera talet 70 på en tallinje. I årskurs 5 ingick uppgifter som "Vad är ¼ av 60?" samt att placera bråktal som 1/10 och 4/5 på en tallinje mellan 0 och 1.
- Procedurell del: I årskurs 2 ingick uppgifter som till exempel "Beräkna $32 + 26$" och "$80 - 33$". I årskurs 5 ingick mer avancerade uppgifter såsom "$47.8 + 8.35$", "$10 + 2 \cdot 7$" och "$543 \cdot 25$".

För att undersöka affektiva aspekter (Bilaga 4) det vill säga elevernas inre motivation, yttre motivation, tilltro till den egna förmågan och oro samt deras resiliens det vill säga hur eleverna såg på värdet av att kunna matematik, om man måste anstränga sig och om alla kan utvecklas i matematik besvarade eleverna två olika enkäter vid två tillfällen, i början och i slutet av projektet. Eleverna gavs möjlighet att instämma eller inte instämma på en Likertskala i båda instrumenten.

Affektiva aspekter mättes med en enkät utformad med inspiration från två väl validerade instrument: PISA-studierna från 2003 och 2012 (OECD, 2004; 2013). Enkäten innehöll påståenden som belyste flera aspekter av elevernas förhållningssätt till matematik, såsom intresse, motivation, självuppfattning och känslomässiga hinder.

Matematisk resiliens (Bilaga 5) mättes med *Mathematical Resilience Scale* (Kooken et al., 2016), ett instrument som fokuserar på elevernas uppfattning om värdet av matematik, vikten av ansträngning samt möjligheten till utveckling.

Undervisningsprinciper

Som en del av aktionsforskningsprojektet arbetade deltagande skolor och lärare utifrån ett antal undervisningsprinciper som syftade till att stödja elevernas lärande i matematik. Dessa principer är inspirerade av Schlesinger et al (2018) och diskuterades kontinuerligt under veckovisa möten, där lärare och forskare reflekterade över den gångna veckan och planerade kommande undervisning. Principerna fokuserade på det ämnesspecifikt stöd men i diskussionerna förekom även kopplingar till andra principer som till exempel användning av representationer och betydelsen av övning (jfr. Schlesinger et al., 2018). Tabell 2 visar de principer som vägledde lärarnas arbete inom detta område.

Tabell 2
Ämnesspecifikt stöd i arbetet med matematik

Område	Undervisningsprinciper
Matematiskt språk	- Noggranna med redovisningarna - Ordning och struktur i lösningarna - Ge tid för att lära nya begrepp - Korrigera felaktig språkanvändning (Elevernas muntliga/skriftliga) - Uppmana till korrekt språkanvändning
Hantering av missuppfattningar	- Använd fel som en möjlighet till lärande - Noggranna analyser av hur eleverna förstår/missförstår - Tolerans mot misstag
Matematisk korrekthet	- Väl förberedd för att säga och skriva matematiskt rätt - Noggranna med redovisningarna - Ordning och struktur i lösningarna
Instruktion	- Förklara långsamt - Det som är relevant ska vara i fokus, undvik utsvävningar - Välstrukturerad och precis - Anpassa efter elevgruppen - Repetera begrepp i kör
Övning (Räkning)	- Ge tid för övning av symbolhantering - Ge tid för övning av basala färdigheter

Utöver det ämnesspecifika stödet betonades vikten av att möta eleverna med förståelse, uppmuntran och individanpassat stöd. Tabell 3 visar de principer som vägledde detta arbete.

Tabell 3
Generellt stöd till eleverna i arbetet med matematik

Område	Undervisningsprinciper
Stöttning	- Var uppmärksam på elevernas individuella problem - Ge tid till varje elev (behovsstyrt) - Ha resiliens aspekterna med i bakhuvet/samtalen
Återkoppling	- Var konstruktiv - Fokusera på lärandemålet - Ha resiliens aspekterna med i bakhuvet/samtalen
Möta elever	- Visa tålamod - Visa glädje över framsteg - Uppmuntra eleverna att anstränga sig

Genomförande

Projektet genomfördes i tre cykler under läsåret, 1) läsårsstart i augusti till och med oktober, 2) november till och med februari och 3) mars till juni. Aktionsforskningsgruppen följde den aktionsforskningsspiral som presenterats av Kemmis och McTaggart (2001), vilket innebar att lärare och forskare träffades varje vecka för att planera, agera och reflektera i en pågående process. Efter varje cykel genomförde gruppen en heldagsanalys av elevernas prestationer och undervisningens utfall, vilket låg till grund för planeringen av nästa cykel.

Diskussionerna inom gruppen utgick från den integrerade teorin om numerisk utveckling (Siegler et al., 2011) samt de undervisningsprinciper som projektet byggde på (jfr Schlesinger et al., 2018). Dessa principer låg till grund för både undervisningens utformning och den kontinuerliga reflektionen under projektets gång. Under hela året arbetade lärarna medvetet med att stötta eleverna och ge konstruktiv återkoppling för att stärka, på ett positivt sätt, elevernas relationer till matematik. Det innebar till exempel att de uppmärksammade elever som visade glädje över att lyckas när de ansträngde sig, att de påpekade att eleverna var duktiga när de arbetade och lärde sig saker.

Inledande arbetet

Under de två första veckorna av höstterminen 2024 fokuserade aktionsforskningsgruppen på att diskutera hur de vägledande principerna för matematikundervisningen skulle implementeras i praktiken. Gruppen enades om att principerna skulle vara närvarande genom hela projektet och att de skulle uppmärksammas vid varje veckomöte, i relation till hur undervisningen hade genomförts under veckan.

När eleverna började terminen genomfördes både flyttestet och aritmetiktestet samt mätning av affektiva aspekter och resiliens. Dessa tester gav en viktig baslinje för att kunna följa elevernas utveckling över tid. Samtidigt möjliggjorde de en tidig identifiering av individuella styrkor och utvecklingsområden. Denna information utgjorde ett värdefullt underlag för planeringen av den fortsatta matematikundervisningen.

Cykel 1: Taluppfattning, positionssystem och numerisk förståelse

Det inledande aritmetiktestet visade att eleverna i såväl årskurs 2 som 5 behövde stärka sina kunskaper avseende att tolka platsvärde, resonera om talens storlek och utföra beräkningar med uppställning. I årskurs 2 hade eleverna särskilt svårt att bestämma hundratalets storlek i ett fyrsiffrigt tal, avgöra vilket tal som är 10 eller 100 större än ett givet tal, samt att förstå likhetstecknets betydelse i uppgifter som $5 + 3 = \square + 2$. I årskurs 5 handlade utmaningarna om att jämföra decimaltal som 0,32 och 0,8, placera bråktal på en tom tallinje, samt att utföra uppställningar i multiplikation och division med större tal. Vi bestämde därför att i den första cykeln fokusera undervisningen på att stärka elevernas förståelse för positionssystemet, talens storlek och relationer, en grundläggande förutsättning för aritmetisk utveckling (Siegler & Braithwaite, 2017).

För att rikta uppmärksamheten mot dessa lärandeobjekt bestämdes att vi skulle arbeta med strukturerad träning i taluppfattning, öva på platsvärde och beräkningar. Tallinjen användes som central representationsmodell för att utveckla elevernas mentala tallinje och förståelse för numerisk storlek (Dehaene, 2011; Siegler & Lortie-Forgues, 2015). Aritmetiskt flyt prioriterades, då automatisering av grundläggande räknefärdigheter är avgörande för fortsatt lärande (McNeil et al., 2025). Undervisningen skulle präglas av noggrann planering, tydligt språkbruk och korrekt notation (Hill et al., 2008; Schlesinger et al., 2018), samt ett aktivt arbete med att motverka vanliga missuppfattningar.

Cykel 2: Talstruktur, platsvärde och språklig precision

Inför cykel 2 visade testresultaten att elever i både årskurs 2 och 5 hade fortsatt utmaningar med att tolka siffrors värde beroende på position, vilket påverkade deras förmåga att resonera om tal och genomföra korrekta beräkningar. Även brister i matematiskt språk och notation framkom, där elever ofta utelämnade viktiga delar i sina algoritmer eller uttryckte sig otydligt.

I årskurs 2 hade eleverna fortsatt svårt att tolka positionsvärde i tvåsiffriga tal. De hade även svårt med att beräkna tal med öppna utsagor, som $\square + 7 = 15$, samt att tolka likhetstecknet statiskt snarare än som ett resultat. Bråkuppgifter, som att visa ½ av 8 med konkret var också utmanande, liksom att placera tal på tallinjen. Vid addition och subtraktion med tiotalsövergångar uppstod ofta fel i uppställningarna, vilket visade behov av fortsatt träning i både begreppslig och procedurell förståelse.

I årskurs 5 låg fokus på att fördjupa förståelsen för decimaltal, bråktal och multiplikation med tiotal och hundratal. Eleverna hade svårt att jämföra tal med olika notationer, t.ex. att avgöra om 0,32 är större än 0,8, samt att placera dessa korrekt på tallinjen. Många behandlade tiondelar som heltal i beräkningar, vilket ledde till felaktiga resultat. För att motverka detta användes strategin att fylla ut decimaler med nollor (t.ex. 0,8 → 0,80). Eleverna hade även svårt att konstruera fullständiga algoritmer, där delar som minnessiffror eller decimaltecken ofta utelämnades.

För att rikta uppmärksamheten mot ovanstående lärandeobjekt betonades därför tydlig struktur i undervisningen, där lärare modellerade och var noga med språkanvändningen så att undervisningen genomsyrades av språklig precision. Vi bestämde också att lärarna skulle modellera beräkningsstrategier steg för steg, med särskild betoning på hur man uttrycker sitt tänkande och använder korrekt notation (Hill et al., 2008; Schoenfeld, 2013). Tallinjen användes fortsatt som ett centralt verktyg för att synliggöra talens storlek och relationer. Genom strukturerad undervisning, språklig tydlighet och rika övningstillfällen skulle elevernas förståelse för talens struktur och deras förmåga att kommunicera matematiskt.

Cykel 3: Beräkningar, platsvärde och förståelse av bråktal

Inför cykel 3 visade testresultaten att elever i både årskurs 2 och 5 fortsatt hade svårigheter med att hantera talens struktur i beräkningar, särskilt kopplat till platsvärde. Detta påverkade deras förmåga att genomföra korrekta additioner, subtraktioner, multiplikationer och divisioner. Eleverna hade även svårt att upprätthålla tydlig struktur i sina algoritmer, viktiga komponenter som minnessiffror eller decimaltecken utelämnades ofta eller placerades fel.

I årskurs 2 noterades en försämring i resultaten på flyttestet jämfört med tidigare mätning (se Tabell 4), vilket föranledde ett förnyat fokus på elevernas beräkningsförmåga. Dessutom var hanteringen av minnessiffran i uppställningar särskilt utmanande. Många elever glömde att föra över eller placerade minnessiffran fel, vilket ledde till systematiska fel. För att möta detta modellerade lärarna algoritmer steg för steg på tavlan, med särskilt fokus på att tydliggöra varje delmoment. Eleverna fick öva på att markera och kontrollera varje steg, vilket stärkte deras procedurförståelse och noggrannhet. Lärarnas verbaliserade sina tankegångar för att stärka elevernas begreppsliga förståelse (jfr. Hattie, 2009).

I årskurs 5 kvarstod svårigheter med beräkningar med decimaltal och flersiffriga tal, särskilt vid multiplikation med tiotal och hundratal samt division. Eleverna blandade ofta ihop heltals, och decimalvärden, vilket ledde till felplacerade decimaltecken. För att möta detta genomfördes en intensiv repetitionsperiod där undervisningen fokuserade på algoritmstruktur, platsvärde och korrekt notation. Eleverna tränades i att fylla ut decimaltal med nollor för att jämförelser och beräkningar skulle bli mer begripliga och korrekta. Utöver detta visade elever bristande förståelse för bråk som delar av en helhet, exempelvis att identifiera eller visualisera ½ eller ¼ av ett antal. För att konkretisera bråk begreppet användes area, modeller, tallinjer och vardagliga exempel (Van de Walle et al., 2019). Här introducerades även Clarke och Roches (2009) bråkstrategier: *reststrategin* (hur nära ett bråk är till 1) och *referenspunktsstrategin* (jämförelse med t.ex. ½ eller 1). Dessa verktyg hjälpte eleverna att resonera mer strukturerat kring bråkens storlek och utveckla sin proportionalitetsförståelse.

Analys

Analyserna har gjorts i flera steg med olika metoder. För att svara på fråga ett och två, det vill säga i vilken utsträckning eleverna utvecklas på flyt och aritmetik, har två metoder använts, dels ett parat t-test, dels en ANOVA med upprepad mätning. Det parade t-testet gav oss en möjlighet att avgöra i vilken utsträckning varje grupp utvecklats på specifika variabler under läsåret medan ANOVA:n användes för att jämföra gruppernas utveckling under läsåret.

För att svara på fråga tre och fyra, det vill säga hur affektiva aspekter och resiliens påverkats under läsåret, har ett parat t-test och ett oberoende t-test använts. Syftet med det oberoende t-testet var att analysera om det fanns några skillnader mellan grupperna vi de olika mättillfällena.

Den femte frågan som fokuserade på samband mellan olika variabler har analyserats med korrelationstest och regressioner. Korrelationstesten fokuserade på relationer mellan de olika, enskilda, variablerna medan regressionerna gav oss en möjlighet att analysera i vilken utsträckning affektiva aspekter och resiliens predicerade prestationer på flyt testet och aritmetiktestet.

Etiska överväganden

Informerat samtycke inhämtades från samtliga deltagare och deras vårdnadshavare före studiens genomförande, i enlighet med Vetenskapsrådets riktlinjer för god forskningssed (2024). Den insamlade empirin anonymiserades och förvarades säkert, och allt material användes uteslutande för forskningsändamål. Studien följde de etiska principer som anges i Helsingforsdeklarationen.

Enligt Lag (2003:460) om etikprövning av forskning som avser människor krävs ingen formell etikprövning om studien inte innefattar behandling av känsliga personuppgifter eller fysiska ingrepp. Eftersom denna studie inte behandlade sådana uppgifter eller innebar någon fysisk påverkan, förelåg inget krav på etikprövning. Alla potentiella risker för deltagarna övervägdes noggrant.

Resultat

Resultatet kommer att presenteras i två delar, en del för årskurs två och en del för årskurs fem. För varje årskurs presenteras elevernas prestationer på flyttest och aritmetiktest samt deras skattningar vad gäller affektiva aspekter och resiliens vid olika tidpunkter i projektet. Aktionsforskningsgruppen presenteras i resultatet som interventionsgruppen då den har varit föremål för en intervention i meningen att vi implementerat forskningsresultat i verksamheten.

Årskurs 2

Resultatet för årskurs 2 presenteras genom att först redovisa deskriptiva data, följt av mer analytisk statistik för att kunna uttala oss om effekterna av aktionsforskningsprojektet. I anslutning till denna statistik presenteras figurer som åskådliggör förändringen på de olika variablerna. Avslutningsvis analyseras relationen mellan matematikkunskaper, affektiva aspekter och resiliens.

Deskriptiv statistik

Deskriptiv statistik presenteras för variablerna, flyt, aritmetik, inre och yttre motivation, tilltro till den egna förmågan, oro, värde, ansträngning och utveckling

Deskriptiv statistik för flyt och aritmetik

I Tabell 4 framgår att båda grupperna ökar sina resultat på flyt i talkombinationer och på aritmetiktestet under perioden T1–T4. För flyt är medelvärdesförändringen (T4–T1) 17,4 poäng för kontrollgruppen och 36,5 poäng för interventionsgruppen. Motsvarande förändringar för aritmetik är 9,1 respektive 17,4 poäng. Effektstorlekarna visar på stora effekter i båda grupperna, med g-värden mellan 0,92 och 2,92.

Tabell 4

Medelvärde, sd och hedges' g presenteras för flyt och aritmetik vid olika tidpunkter för kontrollgrupp (K) och interventionsgrupp (I) årskurs 2.

		T1		T2		T3		T4			
Test	N	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	Mdiff	*g*
Flyt (K)	23	54,4	17,1	58,4	17,0	59,0	17,4	71,8	20,5	17,4	0,92
Flyt (I)	52	46,0	14,7	58,3	15,6	57,3	15,5	82,5	17,6	36,5	2,25
Aritmetik (K)	23	23,7	4,42	25,7	4,56	27,1	3,78	32,8	3,33	9,1	2,35
Aritmetik (I)	52	19,7	7,89	28,0	6,69	32,6	5,59	37,1	2,94	17,4	2,92

Deskriptiv statistik för affektiva värden

I Tabell 5 redovisas de affektiva variablerna för kontroll, respektive interventionsgruppen. I kontrollgruppen ses en liten minskning i intresse och glädje, instrumentell motivation och tilltro till egen förmåga, medan oron ökar något. Den enda förändringen som är statistiskt signifikant i kontrollgruppen gäller oron, som ökar ($p = 0.043$).

I interventionsgruppen ses en liten ökning i intresse och glädje, instrumentell motivation och tilltro till egen förmåga, medan oron minskar markant. Den största och statistiskt signifikanta förändringen gäller oron, som minskar från T1 till T2 ($p < 0.001$). Övriga affektiva variabler i interventionsgruppen förändras inte signifikant.

Tabell 5

Medelvärde, sd och hedges' g presenteras för inre motivation (IM), yttre motivation (YM), tilltro och oro vid olika tidpunkter för kontrollgrupp (K) och interventionsgrupp (I) årskurs 2

		T1		T2			
Test	N	M	SD	M	SD	Mdiff	g
IM (K)	23	18.5	2.66	17.6	3.33	.9	.29
IM (I)	51	17.4	3.45	18.2	2.22	.8	.28
YM (K)	23	19.1	2.07	18.6	1.70	0.5	.26
YM (I)	51	18.6	2.29	18.7	2.47	0.1	.04
Tilltro (K)	23	21.6	4.29	20.4	4.74	1.2	.27
Tilltro (I)	51	19.6	4.60	20.5	3.56	0.9	.22
Oro (K)	23	8.74	5.22	11.9	5.86	3.16	.52*
Oro (I)	51	19.6	4.20	9.92	3.89	9.66	2,39***

Deskriptiv statistik för resiliens

I Tabell 6, som visar resiliensvariablerna, framgår att kontrollgruppen uppvisar små förändringar: en liten minskning i värde och utveckling, samt en liten ökning i ansträngning. Ingen av dessa förändringar är statistiskt signifikant. I interventionsgruppen ses en liten minskning i värde, en signifikant ökning i ansträngning ($p = 0.009$) samt en mycket signifikant minskning i utveckling ($p < 0.001$). Den största förändringen gäller alltså utveckling, medan ansträngningen också ökar signifikant.

Tabell 6

Medelvärde, sd och hedges' g presenteras för värde, ansträngning, och utveckling vid olika tidpunkter för kontrollgrupp (K) och interventionsgrupp (I) årskurs 2

		T1		T2			
Test	N	M	SD	M	SD	Mdiff	g
Värde (K)	23	32.3	3.48	31.8	4.05	0.5	.13
Värde (I)	52	31.9	2.76	30.5	4.74	1.4	.36
Ansträngning (K)	23	32.3	4.06	33.1	2.34	0.8	.24
Ansträngning (I)	52	32.3	2.54	33.3	2.24	1.0	.33**
Utveckling (K)	23	14.9	4.11	14.4	5.00	0.5	.11
Utveckling (I)	52	18.5	6.21	14.6	5.33	3.9	.67***

Effekter av aktionsforskningsprojektet

I detta avsnitt analyseras elevernas utveckling under året med fokus på flyt och aritmetik. För de affektiva aspekterna och resiliensvariablerna, där förändringarna över tid var begränsade, genomförs i stället analyser av skillnader mellan interventionsgruppen och kontrollgruppen vid de olika mättillfällena med hjälp av oberoende t-test.

Matematikkunskaper

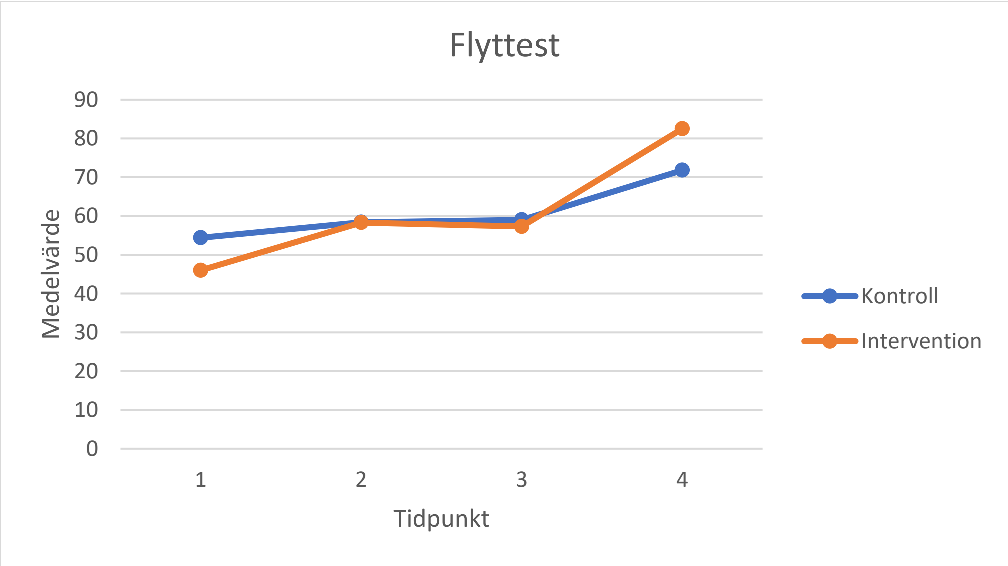
I Figur 3 framgår att kontroll, och interventionsgruppen startar på en liknande nivå vid tidpunkt 1. Därefter utvecklas grupperna olika över tid. Vid tidpunkt 4 har båda grupperna förbättrat sina resultat, men ökningen är betydligt större för interventionsgruppen, som då överträffar kontrollgruppen.

För att studera effekten av aktionsforskningsprojektet genomfördes en ANOVA med flyt som beroende variabel. Analysen visade en signifikant interaktion mellan grupp och tid, $F(3, 219) = 15.00$, $p < .001$, $\eta^2 = .17$, samt en signifikant huvudeffekt av tid, $F(3, 219) = 125.5$, $p < .001$, $\eta^2 = .63$. Däremot visades ingen huvudeffekt av grupp, $F(1, 73) = 9.53\text{e}{-4}$, $p = .975$, $\eta^2 < .001$.

Post hoc, analyser visade att resultaten ökade signifikant mellan nästan alla mättillfällen, med undantag för tidpunkt 2 och 3 där ingen skillnad kunde påvisas. Den största förbättringen observerades vid tidpunkt 4, där båda grupperna presterade högre än tidigare, men där interventionsgruppen hade en markant större ökning än kontrollgruppen. Detta mönster förklarar interaktionen mellan grupp och tid.

Figur 3

Utveckling av flytprestationer över året för kontroll och interventionsgrupp årskurs 2



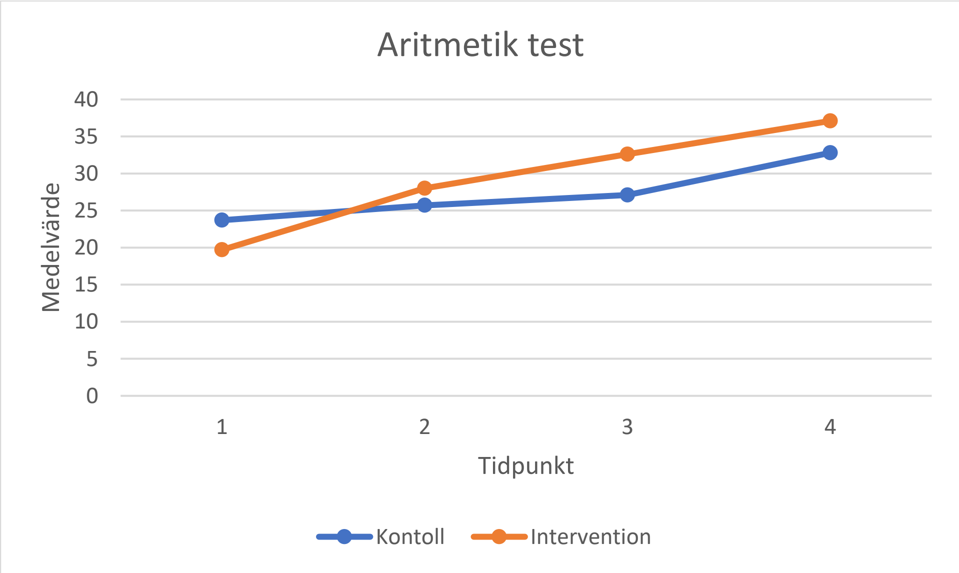
I Figur 3 framgår att kontroll, och interventionsgruppen startar på en liknande nivå vid tidpunkt 1. Därefter utvecklas grupperna olika över tid. Vid tidpunkt 4 har båda grupperna förbättrat sina resultat, men ökningen är större för interventionsgruppen, som då presterar högre än kontrollgruppen.

För att studera effekten av aktionsforskningsprojektet genomfördes en ANOVA med aritmetik som beroende variabel. Analysen visade en signifikant interaktion mellan grupp och tid, $F(3, 219) = 20.8$, $p < .001$, $\eta^2 = .22$. Det fanns även en signifikant huvudeffekt av tid, $F(3, 219) = 141.7$, $p < .001$, $\eta^2 = .66$. Däremot påvisades ingen signifikant huvudeffekt av grupp, $F(1, 73) = 3.06$, $p = .084$, $\eta^2 = .04$, se Figur 4.

Post hoc, analyser visade att resultaten ökade signifikant mellan de flesta mättillfällen. Den största förbättringen observerades mellan tidpunkt 3 och 4, där båda grupperna presterade högre än tidigare, men där interventionsgruppen ökade markant mer än kontrollgruppen, vilket förklarar den observerade interaktionen mellan grupp och tid.

Figur 4

Utveckling av prestationer i aritmetik över året för kontroll och interventionsgrupp årskurs 2



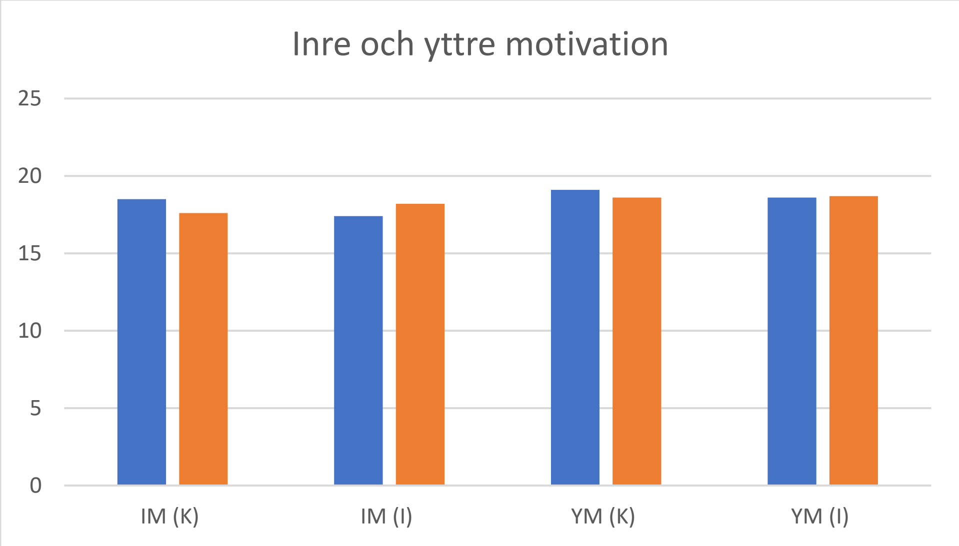
Elevernas inre, och yttre motivation

I Figur 5 (affektiva värden) framgår att förändringarna över tid generellt inte var signifikanta. Undantaget är interventionsgruppen, där ansträngningen ökade signifikant och utvecklingen minskade signifikant. Detta innebär att vi inte kan räkna med några generella utvecklingseffekter på de affektiva aspekterna, men att det finns tydliga skillnader inom interventionsgruppen.

Resultatet av analysen visade att det inte fanns några signifikanta skillnader mellan grupperna på för, och efter-test vad gällde inre motivation $t(72) = 1.32$, $p = .19$ (för-test), $t(71) = -0.87$, $p = .39$ (efter-test), eller yttre motivation, $t(72) = 0.93$, $p = .36$ (för-test), $t(71) = -0.31$, $p = .76$ (efter-test). Deskriptivt, se tabell x, hade kontrollgruppen något högre medelvärde för både inre och yttre motivation vid förtestet, men vid eftertestet låg gruppernas medelvärden i princip på samma nivå.

Figur 5

Medelvärde på för, och efter-test för inre motivation (IM) och yttre motivation (YM) för kontroll-grupp (K) och interventionsgrupp (I), årskurs 2

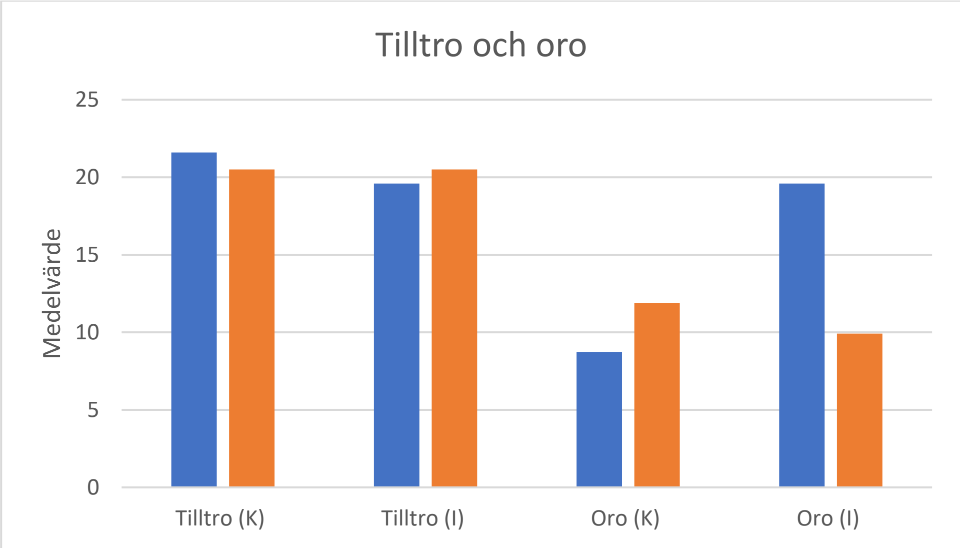


Elevernas tilltro och oro

Resultatet av analysen visade att det vid förtestet inte fanns någon signifikant skillnad mellan grupperna vad gällde tilltro till egen förmåga, $t(72) = 1.75$, $p = .085$. Däremot fanns en signifikant skillnad mellan grupperna för oro, $t(72) = -9.57$, $p < .001$, där kontrollgruppen hade en lägre oro än interventionsgruppen vid start. Vid eftertestet fanns inga signifikanta skillnader mellan grupperna för varken tilltro, $t(71) = -0.09$, $p = .93$, eller oro, $t(71) = 1.68$, $p = .096$. Vid eftertestet låg alltså både tilltro och oro på liknande nivåer mellan grupperna, se Figur 6.

Figur 6

Medelvärde på för, och efter-test för tilltro och oro för kontrollgrupp (K) och interventionsgrupp (I), årskurs 2

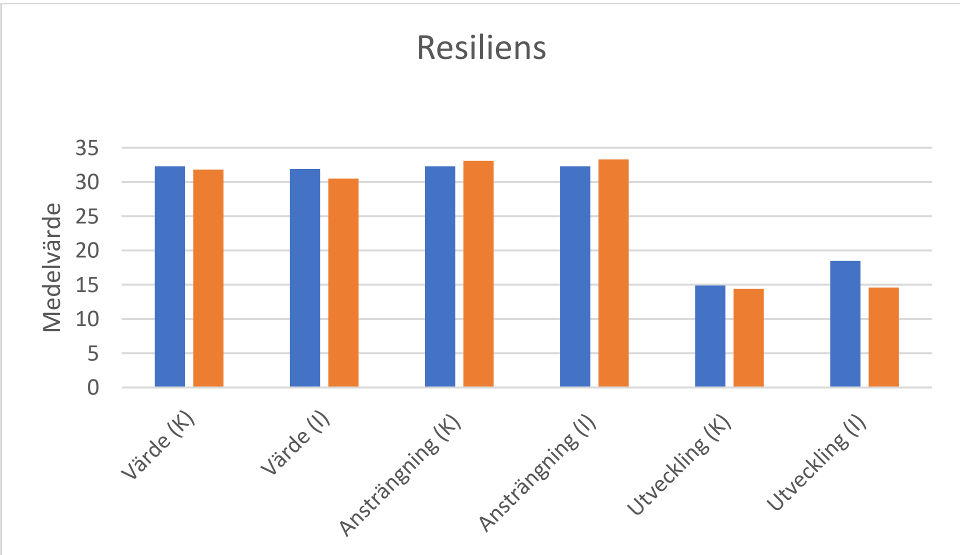


Elevernas resiliens

Resultaten av analysen visade att det fanns en marginellt icke signifikant skillnad i upplevt värde mellan för, och eftermätningen, $t(51) = 1.96$, $p = .056$. För ansträngning observerades däremot en signifikant ökning mellan för, och eftermätningen, $t(51) = -2.73$, $p = .009$. När det gäller utveckling fanns en signifikant minskning mellan för, och eftermätningen, $t(51) = 3.95$, $p < .001$. Resultaten indikerar således att eleverna upplevde högre ansträngning över tid, medan deras upplevelse av värde och utveckling minskade något, se Figur 7.

Figur 7

Medelvärde på för, och efter-test för värde, ansträngning och utveckling för kontrollgrupp (K) och interventionsgrupp (I)



Sammanfattningsvis visar analyserna att det inte förekom några signifikanta skillnader mellan kontrollgruppen och interventionsgruppen vad gäller elevernas skattningar av inre motivation, yttre motivation, tilltro till att lära matematik eller oro inför matematik under läsåret i årskurs två. Detta gäller även för skattningarna av resiliensvariablerna värde, ansträngning och utveckling. Undantag återfinns inom interventionsgruppen, där en signifikant ökning i ansträngning och en signifikant minskning i upplevd utveckling observerades. Resultaten tyder på att de affektiva aspekterna i stort sett förblev stabila mellan grupperna, men att vissa förändringar kan ha skett inom interventionsgruppen.

Samband mellan matematik, affektiva aspekter och resiliens

I detta avsnitt redovisas korrelationerna mellan de olika variablerna vid både för-, och efter-test. För att ytterligare undersöka sambanden mellan de affektiva variablerna och matematikprestationerna samt mellan resiliensvariablerna och matematikprestationerna genomförs fyra regressioner. I dessa regressioner används flyt och aritmetik som beroende variabler, medan de affektiva respektive resiliensvariablerna fungerar som oberoende variabler vid respektive mättillfälle.

Samband i början av årskurs 2

I korrelationstabellen (Tabell 7) kan ses att de affektiva variablerna i flera fall korrelerar med matematikvariablerna vid förtestet år 2. Både flyt och aritmetik korrelerar med tilltro och inre motivation. Vad gäller resiliensvariablerna kan ett samband noteras mellan aritmetik och utveckling, samt mellan flyt och värde. Det finns också ett antal signifikanta samband mellan de olika affektiva variablerna och resiliensvariablerna. Till exempel korrelerar inre motivation, yttre motivation och tilltro med varandra. Inre och yttre motivation samt tilltro korrelerar också med resiliensvariabeln värde. Mellan resiliensvariablerna kan ett samband mellan värde och ansträngning noteras. Slutligen finns ett starkt samband mellan elevernas flyt och deras aritmetikprestationer.

Tabell 7

Korrelation mellan matematik, affektiva och resiliens variabler vid förtestet år 2

	Flyt	Aritmetik	IM	YM	Tilltro	Oro	Värde	Anst.	Utv.
Flyt	1	.601***	.0324**	.019	.504***	.124	.155	.053	.118
Aritmetik		1	.317**	.138	.586***	.100	.140	.175	.318**
Inre motivation			1	.522***	.720***	.005	.288	.262*	.049
Yttre motivation				1	.360**	.109	.267*	.312**	.069
Tilltro					1	.051	.288*	.177	.118
Oro						1	.147	.019	.163
Värde							1	.129	.054
Ansträngning								1	.023
Utveckling									1

*$p<.05$, **$p<.01$, ***$p<.001$

Regressionsanalyserna med affektiva aspekter som oberoende variabler och *flyt* och *aritmetik* som beroende variabler visade ett signifikant samband för *flyt*, R=.550, F(4,69) =7.49, p<.001 och ett signifikant samband för *aritmetik*, R=.621, F(4,69) =10.80, p<.001, se Tabell 8 och 9. Detta innebär att prediktorerna förklarar 30 procent av variationen i elevernas flyt och 39 procent av variationen i elevernas aritmetikprestationer.

Tabell 8

Regression med affektiva aspekter på elevers prestationer på flyt vid förtestet år 2

Affektiva variabler	Standard koefficient (β)	t-värde	p
IM	.01	.036	.972
YM	.17	1.468	.147
Tilltro	.57	3.923	< .001
Oro	,.12	1.325	.190

Tabell 9

Regression med affektiva aspekter på elevers prestationer på aritmetik vid förtestet år 2

Affektiva variabler	Standard koefficient (β)	t-värde	p
IM	.23	1.522	.133
YM	.00	0.011	.991
Tilltro	.76	5.558	< .001
Oro	.14	1.450	.152

Två regressioner genomfördes på för-testets data med *flyt* och *aritmetik* som beroende variabler, denna gång med resiliensvariablerna som oberoende variabler, se Tabell 10 och 11. Resultatet av analysen visade att regressionskoefficienterna inte var signifikanta. Detta innebär att dessa variabler inte predicerade elevernas prestationer på flyt R=.203, F(3,71)=1.01, p=.39 och för *aritmetik* R=.387, F(3,71)=4.18, p=.009.

Tabell 10

Regression med resiliens variablerna på elevers prestationer på flyt vid förtestet år 2

Resiliens variabler	Standard koefficient (β)	t -värde	p
Värde	.16	1.350	.181
Ansträngning	.03	.250	.803
Utveckling	,.13	1.083	.282

Tabell 11

Regression med resiliens variablerna på elevers prestationer på aritmetik vid förtestet år 2

Resiliens variabler	Standard koefficient (β)	t-värde	p
Värde	.18	1.618	.110
Ansträngning	.11	.990	.326
Utveckling	.33	2.966	

Sammanfattningsvis visar korrelationsanalyserna efter testet vissa samband mellan enskilda variabler och matematikmåtten, där flyt korrelerade med tilltro och ansträngning och aritmetik korrelerade negativt med oro. Regressioner med affektiva variabler respektive resiliensvariabler visade inga signifikanta samband med elevernas prestationer på flyt eller aritmetik.

Samband i slutet av årskurs 2

Analysen av samband i slutet av årskurs 2 visar ett liknande mönster som vid förtestet, där flyt och aritmetik har flera samband med de affektiva och resiliensvariablerna. Flyt korrelerar med tilltro och ansträngning, medan aritmetik korrelerar negativt med oro. Sambanden mellan de olika affektiva variablerna och resiliensvariablerna liknar på många sätt de som konstaterades vid förtestet, och ett liknande mönster framträder i denna korrelationsmatris, se Tabell 12.

Tabell 12

Korrelation mellan matematik, affektiva och resiliens variabler vid eftertestet år 2

	Flyt	Aritmetik	IM	YM	Tilltro	Oro	Värde	Anst.	Utv.
Flyt	1	.443	.178	.054	.242*	.196	.083	.234*	.109
Aritmetik		1	.070	.031	.210	.242*	.042	.159	.186
Inre motivation			1	.478***	.590***	.248*	.400***	.169	.021
Yttre motivation				1	.267*	.053	.681***	.287*	.027
Tilltro					1	.363**	.267*	.016	.180
Oro						1	.140	.132	.376**
Värde							1	.282*	.067
Ansträngning								1	.272*
Utveckling									1

*p<.05, **p<.01, ***p<.001

Därefter genomfördes två regressioner med *flyt* och *aritmetik* som beroende variabler, se Tabell 13 och 14. Resultatet visade att de affektiva aspekterna inte predicerade elevernas prestationer på *flyt* R=.272, F(4,68)=1.36, p=.256 eller deras prestationer på *Aritmetik* R=.290, F(4,68)=1.56, p=.194.

Tabell 13

Regression med affektiva aspekter på elevers prestationer på flyt vid eftertestet år 2

Affektiva variabler	Standard koefficient (β)	*t*-värde	*p*
IM	.01	.036	.972
YM	.17	1.468	.147
Tilltro	.57	3.923	<.001
Oro	.12	1.325	.190

Tabell 14

Regression med affektiva aspekter på elevers prestationer på aritmetik vid eftertestet år 2

Affektiva variabler	Standard koefficient (β)	*t*-värde	*p*
IM	.06	.384	.702
YM	.06	.484	.630
Tilltro	.19	1.297	.199
Oro	.19	1.518	.134

Två regressionsanalyser genomfördes med *flyt* respektive a*ritmetik* som beroende variabler, se Tabell 15 och 16. För *flyt* var sambandet inte signifikant, $R = .240$, $F(3, 71) = 1.44$, $p = .237$, även om Kämpa visade en tendens till signifikans ($p = .088$). För *aritmetik* var sambandet inte heller signifikant, $R = .234$, $F(3, 71) = 1.37$, $p = .258$, och ingen av prediktorerna visade signifikanta effekter.

Tabell 15

Regression med resiliens variablerna på elevers prestationer på flyt vid eftertestet år 2

Resiliens variabler	Standard koefficient (β)	*t*-värde	*p*
Värde	.02	.160	.873
Ansträngning	.22	1.732	.088
Utveckling	.05	.409	.684

Tabell 16

Regression med resiliens variablerna på elevers prestationer på aritmetik vid eftertestet år 2

Resiliens variabler	Standard koefficient (β)	*t*-värde	*p*
Värde	.09	.0777	.446
Ansträngning	.14	1.147	.255
Utveckling	.15	1.275	.207

Sammanfattningsvis visar analyserna att det finns vissa korrelationer mellan de affektiva variablerna och matematikmåtten, där flyt korrelerade med tilltro och ansträngning, och aritmetik med oro. Regressionerna med resiliensvariablerna visade dock inga signifikanta samband med vare sig flyt eller aritmetik, även om Kämpa visade en tendens till signifikans för flyt (p = .088). Resultaten tyder på att resiliensvariablerna inte predicerade elevernas matematikprestationer vid detta mättillfälle.

Årskurs 5

Resultatet för årskurs fem presenteras på samma sätt som för årskurs två. Det betyder att vi inleder med att presentera deskriptiva data för att därefter presentera mer analytisk statistik för att kunna uttala oss om effekter av vårt aktionsforskningsprojekt. I relation till denna statistik presenteras också figurer för att åskådliggöra förändringen på de olika variablerna. Avslutningsvis analyseras relationen mellan matematikkunskaper, affektiva aspekter och resiliens.

Deskriptiv statistik

I Tabell 17 kan ses att båda grupperna utvecklar sitt flyt på grundläggande talkombinationer och ökar sina prestationer på aritmetik testet under läsåret (T1-T4). Medelvärdesförändringar (T4-T1) är större för interventionsgruppen både på flyt och aritmetiktestet. Effektstorleken visar att båda grupperna gjort en stor utveckling på flyt och aritmetik testet (Hedges g>.8) över året.

Tabell 17

Medelvärde, sd och hedges' g presenteras för flyt och aritmetik vid olika tidpunkter för kontroll-grupp (K) och interventionsgrupp (I)

		T1		T2		T3		T4			
Test	N	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	Mdiff	*g*
Flyt (K)	21	67.1	15.41	68.1	15.86	64.52	13.43	75.71	15.83	8.61	1.17
Flyt (I)	32	65.56	19.02	70.59	20.24	83.31	22.23	93.06	27.24	27.5	1.63
Aritmetik (K)	21	18.90	4.98	21.62	7.53	30.38	9.66	32.67	9.49	13.77	2.0
Aritmetik (I)	32	17.47	9.09	24.37	10.51	31.44	10.65	38.09	7.95	20.62	3.07

Studeras Tabell 18 med de affektiva variablerna kan ses att båda grupperna minskar sin inre motivation (IM), yttre motivation (YM), tilltro och oro, dock är det endast minskningen av oron i kontrollgruppen som är en signifikant minskning.

Tabell 18

Medelvärde, sd och hedges' g presenteras för inre motivation (IM), yttre motivation (YM), tilltro och oro vid olika tidpunkter för kontrollgrupp (K) och interventionsgrupp (I)

		T1		T2			
Test	N	M	SD	M	SD	Mdiff	g
IM (K)	21	14.57	3.20	14.19	2.98	.38	.178
IM (I)	32	13.97	4.20	12.56	3.90	.1.41	.325
YM (K)	21	14.71	3.80	15.48	3.12	.87	.278
YM (I)	32	16.15	3.21	16.09	2.35	.06	.022
Tilltro (K)	21	18.09	4.12	17.90	4.37	.19	.098
Tilltro (I)	32	16.78	4.66	16.03	5.06	.75	.15
Oro (K)	21	16.19	6.76	12.05	4.43	4.14	.545*
Oro (I)	32	12.25	5.67	10.84	4.12	1.41	.25

Vad gäller resiliens variablerna värde, ansträngning, och utveckling så visar Tabell 19 att även dessa minkar över året. Dock är det endast kontrollgruppens syn på värdet av matematik samt interventionsgruppens syn på om man kan lära matematik om man anstränger sig som minskat signifikant.

Tabell 19

Medelvärde, sd och hedges' g presenteras för värde, ansträngning, och utveckling vid olika tidpunkter för kontrollgrupp (K) och interventionsgrupp (I)

		T1		T2			
Test	N	M	SD	M	SD	Mdiff	g
Värde (K)	21	27.21	5.85	24.37	5.64	2.84	.664**
Värde (I)	32	26.84	5.13	25.97	5.87	.87	.169
Ansträngning (K)	21	27.47	3.88	27.47	4.56	0	0
Ansträngning (I)	32	27.25	4.00	25.41	5.91	1.84	.396*
Utveckling (K)	21	16.10	3.77	15.58	3.04	.12	.172
Utveckling (I)	32	17.12	3.56	16.28	4.85	.84	.189

Sammanfattningsvis visar den deskriptiva statistiken en signifikant positiv utveckling för de matematiska måtten, flyt och aritmetik, medan måtten som är relaterade till elevernas relation till matematik sjunker något men minskningen är bara signifikant i några fall.

Effekter av aktionsforskningsprojektet

I detta avsnitt jämförs elevernas utveckling under året avseende flyt och aritmetik. Då förändringarna var relativt små för de affektiva aspekterna och variablerna kopplade till resiliens mellan för, och efter-test, och att vi därför inte kunde förvänta oss några interaktionseffekter så gjordes analyser av om det fanns någon skillnad mellan interventionsgruppen och kontrollgruppen på dessa variabler vid de olika tidpunkterna med ett oberoende t-test.

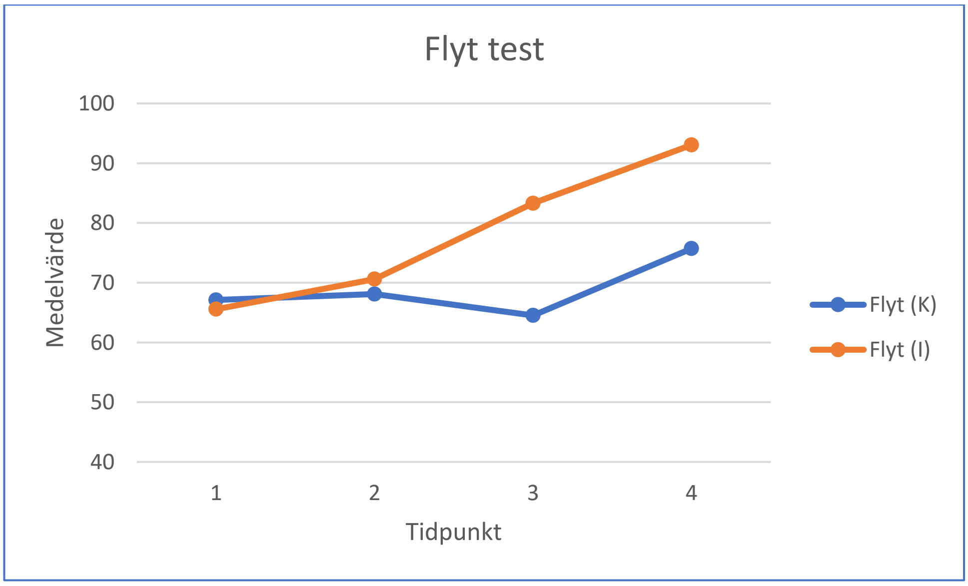
Matematikkunskaper

I Figur 8 ses att kontrollgruppen har en något bättre prestation på flyt jämfört med interventionsgruppen när de startar årskurs 5. När sedan årskurs fem avslutas har interventionsgruppen passerat kontrollgruppen och presterar betydligt högre vid tidpunkt 4.

För att studera effekten av aktionsforskningsprojektet genomfördes en ANOVA med flyt som beroende variabel. Analysen visade en signifikant interaktionseffekt mellan grupp och tid, $F(3, 51) = 22.68$, $p<.001$, $\eta^2=.31$. Det var också en huvudeffekt av tid $F(3, 51) = 84.30$, $p< .001$, $\eta^2=.51$. Däremot visades ingen huvudeffekt av grupp $F(1, 51)=3.11$, $p=.084$, $\eta^2=.057$.

Figur 8

Utveckling av flytprestationer över året för kontroll och interventionsgrupp



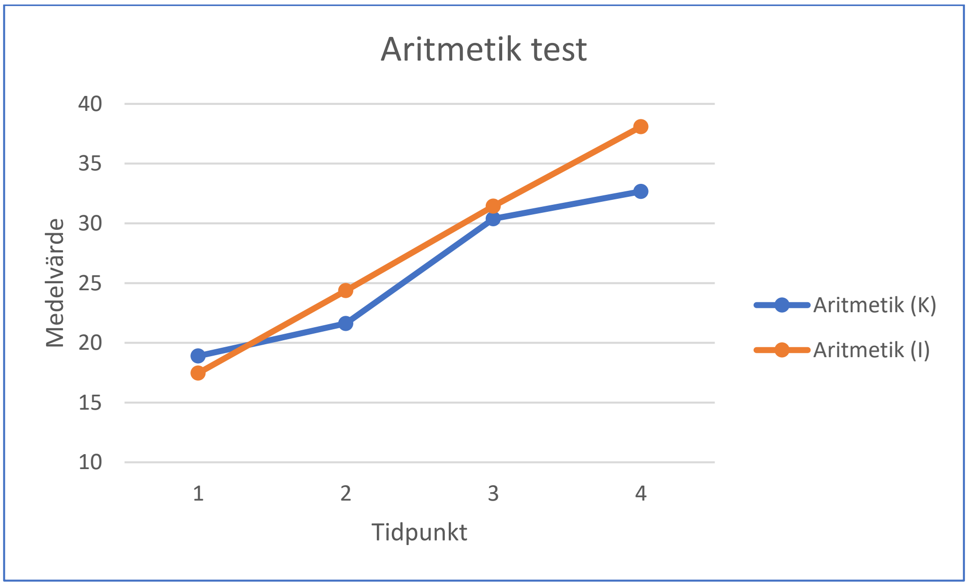
Resultatet av analysen visar att interventionsgruppen har utvecklats signifikant mer på flyt jämfört med kontrollgruppen under årskurs 5.

Vad gäller prestationerna på aritmetiktestet så kan vi se en motsvarande utveckling som i flyt där kontrollgruppen startar något högre än interventionsgruppen och att interventionsgruppen passerar kontrollgruppen och att interventionsgruppen presterar mer vid tidpunkt 4.

För att studera effekten av aktionsforskningsprojektet genomfördes en ANOVA med aritmetik som beroende variabel. Analysen visade en signifikant interaktionseffekt mellan grupp och tid, $F(3, 51) = 22.68$, $p<.001$, $\eta^2=.10$. Det var också en huvudeffekt av tid $F(3, 51) = 84.30$, $p< .001$, $\eta^2=.75$. Däremot visades ingen huvudeffekt av grupp $F(1, 51)=.71$, $p=.402$, $\eta^2=.014$.

Figur 9

Utveckling av prestationer i aritmetik över året för kontroll och interventionsgrupp



Resultatet av analysen visar att interventionsgruppen har utvecklat sin aritmetiska förmåga signifikant mer än kontrollgruppen under årskurs 5.

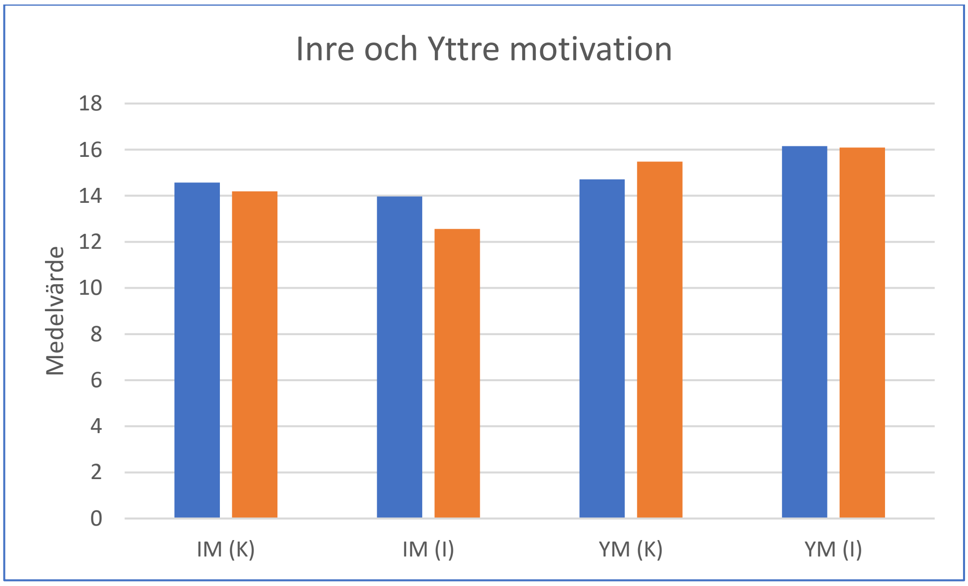
Affektiva aspekter och resiliens

I Tabell 20 visades att utvecklingen avseende affektiva aspekter endast var signifikant för kontrollgruppen oro, som minskade. Det resultatet gjorde att vi inte kunde räkna med några utvecklingseffekter.

I stället gjorde vi ett oberoende t-test, för att analysera om det fanns några skillnader mellan grupperna på för- och efter-test avseende inre motivation, yttre motivation, tilltro och oro. Resultatet av analysen visade att det inte fanns några signifikanta skillnader mellan grupperna på för- och efter-testen vad gällde inre motivation $t(51)=.56$, $p=.58$ (för-test), $t(51)=1.63$, $p=.11$ (efter-test), yttre motivation $t(51)=,1.49$, $p=.14$ (för-test), $t(51)=$,.82, $p=.46$ (efter-test). Figur 10 illustrerar också att det inte är någon större skillnad på dessa variabler för de olika grupperna.

Figur 10

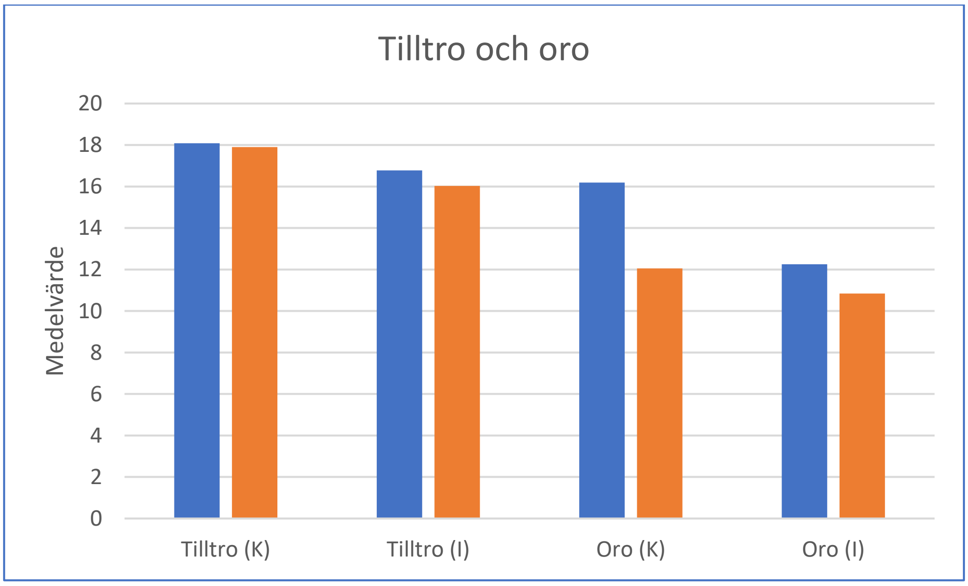
Medelvärde på för-, och efter-test för inre motivation (IM) och yttre motivation (YM) för kontrollgrupp (K) och interventionsgrupp (I)



Resultatet av analysen visade att det inte fanns några signifikanta skillnader mellan grupperna på för, och efter-test vad gällde tilltro $t(51)=1.05$, $p=.30$ (för-test), $t(51)=,.82$, $p=.41$ (efter-test). Däremot konstateras en signifikant skillnad mellan grupperna på förtestet för oro $t(51)= 2.29$, $p=.03$, men ingen skillnad på eftertestet $t(51)= 1.01$, $p=.3$. Kontrollgruppen visade en större oro för sitt matematiklärande när de startade årskurs 5. Vid eftertestet var deras oro på samma nivå som för interventionsgruppen, se Figur 11.

Figur 11

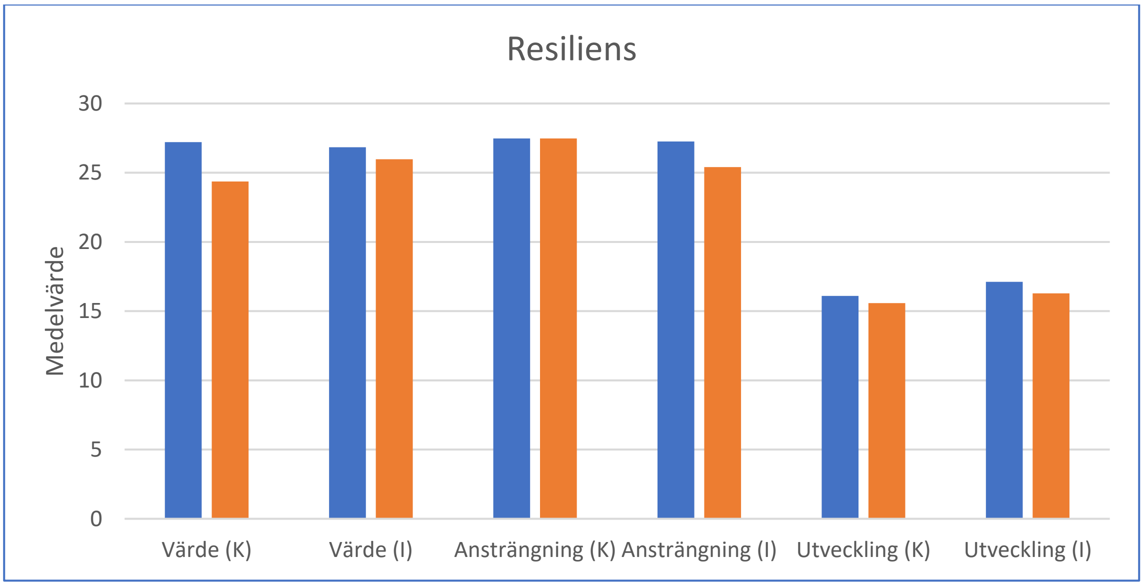
Medelvärde på för-, och efter-test för tilltro och oro för kontrollgrupp (K) och interventions-grupp (I)



Ytterligare oberoende t-test genomfördes för resiliens variablerna värde, ansträngning och utveckl-ing. Resultatet visade att det inte fanns några signifikanta mellan grupperna på för, och efter test. Värde $t(51)$=.36, p=.72 (för-test), $t(51)$=.94, p=.35 (efter-test), ansträngning $t(51)$=.36, p=.93 (för-test), $t(51)$=1.3, p=.19 (efter-test) och utveckling $t(51)$=.87, p=.35 (för-test), $t(51)$=,.57, p=.57 (ef-ter-test), se Figur 12.

Figur 12

Medelvärde på för, och efter,test för värde, ansträngning och utveckling för kontrollgrupp (K) och interventionsgrupp (I)



Sammanfattningsvis visar analyserna att det i princip inte är någon signifikant skillnad på hur eleverna skattar den inre motivationen, den yttre motivationen, tilltro till lära matematik och oro för att lära matematik i de olika grupperna under läsåret i årskurs fem. Detta gäller även för elevernas skattningar på påståenden relaterade till resiliens variablerna värde, ansträngning och utveckling.

Samband mellan matematik, affektiva aspekter och resiliens

I denna del presenteras korrelationerna mellan de olika variablerna vid för och efter,test. För att ytterligare analysera sambanden mellan de affektiva variablerna och matematikresultaten samt resiliens variablerna och matematikresultaten görs fyra regressioner. I dessa regressioner används flyt och aritmetik som beroende variabler medan de affektiva variablerna och resiliens variablerna är de oberoende variablerna vid varje mättillfälle.

Samband i början av årskurs 5

I korrelationstabellen, Tabell 20, ses att dom affektiva variablerna i endast ett fall korrelerar med matematikvariablerna i början av årskurs 5. Det är elevernas tilltro till sin egen förmåga som korrelerar med elevernas aritmetikprestationer. Vad gäller resiliens variablerna är det också endast vid ett tillfälle vi kan se en korrelation och det är mellan flyt och det värde som eleverna tycker matematikkunskaper har. Det finns också ett antal signifikanta samband mellan de olika affektiva variablerna och resiliens variablerna. Till exempel korrelerar inre motivation, yttre motivation och tilltro med varandra. Inre och yttre motivation och tilltro korrelerar också med resiliens variabeln värde. Mellan resiliens variablerna kan ett samband mellan värde och ansträngning noteras. Det finns också ett samband mellan elevernas flyt och deras aritmetikprestationer.

Tabell 20

Korrelation mellan matematik, affektiva och resiliens variabler vid för-testet

	Flyt	Aritmetik	IM	YM	Tilltro	Oro	Värde	Anst.	Utv.
Flyt	1	.314*	.086	.110	.177	.116	.280*	.155	.045
Aritmetik		1	.208	.093	.284*	.216	.195	.106	.312
Inre motivation			1	.491**	.478**	.071	.519**	.228	.149
Yttre motivation				1	.315*	.043	.679**	.446**	.171
Tilltro					1	.016	.441**	.169	.228
Oro						1	,.135	.087	.311*
Värde							1	.547**	.229
Ansträngning								1	.286
Utveckling									1

*p<.05, **p<.01, ***p<.001

Därefter genomfördes två regressioner med flyt och aritmetik som beroende variabler (Tabell 21 och 22). I den första regressionsmodellen användes de affektiva aspekter som oberoende variabler. Resultatet visade att affektiva variablerna inte predicerade elevernas prestationer på flyt R=.22, F(4,52)=.611, p=.66 eller deras prestationer på aritmetik R=.378, F(4,52)=1.98, p=.11.

Tabell 21

Regression med affektiva aspekter på elevers prestationer på flyt vid för-testet

Affektiva variabler	Standard koefficient (β)	t-värde	p
IM	.016	.090	.928
YM	.060	.367	.715
Tilltro	.168	1.042	.303
Oro	.115	.813	.420

Tabell 22

Regression med affektiva aspekter på elevers prestationer på aritmetik vid förtestet

Affektiva variabler	Standard koefficient (β)	t-värde	p
IM	.140	.833	.409
YM	.061	.393	.696
Tilltro	.240	1.570	.123
Oro	.232	1.722	.091

Ytterligare två regressioner, (se Tabell 23 och 24), genomfördes på förtestets data med flyt och aritmetik som beroende variabler, denna gång med resiliens variablerna som oberoende variabler. Resultatet av analysen visade att regressions koefficienten inte var signifikant vilket innebär att vid detta mättillfälle predicerade inte resiliens variablerna elevernas prestationer på flyt R=.302, F(3, 52)=1.609, p=200 och aritmetik R=.342, F(3,52)=2.12, p=.11.

Tabell 23

Regression med resiliens variablerna på elevers prestationer på flyt vid förtestet

Resiliens variabler	Standard koefficient (β)	t-värde	p
Värde	.291	1.762	.084
Ansträngning	.030	.179	.859
Utveckling	.120	.830	.410

Tabell 24

Regression med resiliens variablerna på elevers prestationer på aritmetik vid förtestet

Resiliens variabler	Standard koefficient (*β*)	*t*-värde	*p*
Värde	.166	1.020	.313
Ansträngning	.069	.420	.676
Utveckling	,.294	,2.07	.044

Sammanfattningsvis så visar analyserna att det finns korrelationer med enskilda variabler som flyt och värde samt aritmetik och tilltro. Regressioner med affektiva variabler och resiliens variabler visar inga samband med matematikmåtten.

Samband i slutet av årskurs 5

Analysen av samband i slutet av årskurs 5 visar ett starkare samband mellan flyt och aritmetik än i början av årskursen samtidigt som de affektiva variablerna och resiliens variablerna korrelerar i flera fall. Flyt korrelerar nu med inre, och yttre motivation, samt tilltro och värde, medan aritmetikprestationer korrelerar med yttre motivation och tilltro. Sambanden mellan de olika affektiva variablerna och resiliens variablerna liknar på många sätt de som konstaterades vid förtestet, ett liknande mönster framträder i denna korrelationsmatris, se Tabell 25.

Tabell 25

Korrelation mellan matematik, affektiva och resiliens variabler vid eftertestet

	Flyt	Aritmetik	IM	YM	Tilltro	Oro	Värde	Anst.	Utv.
Flyt	1	.625**	.301*	.383**	.294*	.139	.297*	.071	.035
Aritmetik		1	.200	.272*	.455**	,.243	.205	.116	.126
Inre motivation			1	.431**	.478**	.354**	.399**	.019	.049
Yttre motivation				1	.439**	.043	.593**	.219	.012
Tilltro					1	.003	.340*	.003	.207
Oro						1	.153	.037	.047
Värde							1	.353*	.202
Ansträngning								1	.233
Utveckling									1

*p<.05, **p<.01, ***p<.001

Regressionsanalyserna med de affektiva variablerna som oberoende variabler och flyt och aritmetik som beroende variabler visade ett signifikant samband för flyt R=.463, F(4,52), p=.019 och ett signifikant samband för aritmetik R=.524, F(4,52), p=.003. Det innebär att de affektiva variablerna förklarar 22 procent av variationen i elevernas flyt och 27 procent av variationen i elevernas aritmetikprestationer. I regressionsmodellen med flyt är det ingen enskild variabel som är signifikant, se Tabell 26.

Tabell 26

Regression med affektiva aspekter på elevers prestationer på flyt vid eftertestet

Affektiva variabler	Standard koefficient (β)	*t*-värde	*p*
IM	.238	1.410	.165
YM	.239	1.583	.120
Tilltro	.075	.487	.629
Oro	.213	1.496	.141

I modellen med aritmetik är tilltro signifikant och oro visar tendens till att vara signifikant. Tilltro är positiv och förklarar något mer än oro som påverkar prestationerna negativt, se Tabell 27.

Tabell 27

Regression med affektiva aspekter på elevers prestationer på aritmetik vid eftertestet

Affektiva variabler	Standard koefficient (β)	*t*-värde	*p*
IM	.087	.538	.593
YM	.052	.358	.722
Tilltro	.390	2.629	.011
Oro	.270	1.977	.054

Två ytterligare regressioner, se Tabell 28 och 29, genomfördes på data från eftertestet. I dessa regressionsmodeller var resiliens variablerna oberoende variabler och flyt och aritmetik beroende variabler. Resultatet av analyserna ingen signifikant regressionskoefficient för flyt R=.300, $F(3,52)$, p=.220 och ingen signifikant regressionskoefficient för aritmetik R=.225, $F(3,52)$, p=.483.

Tabell 28

Regression med resiliens variablerna på elevers prestationer på flyt vid eftertestet

Resiliens variabler	Standard koefficient (β)	*t*-värde	*p*
Värde	.313	2.088	.042
Ansträngning	.035	.234	.816
Utveckling	.020	.136	.893

Tabell 29

Regression med resiliens variablerna på elevers prestationer på aritmetik vid eftertestet

Resiliens variabler	Standard koefficient (β)	*t*-värde	*p*
Värde	.176	1.146	.257
Ansträngning	.035	.225	.823
Utveckling	.083	.562	.577

Sammanfattningsvis så visar analyserna att det finns korrelationer mellan framför allt de affektiva variablerna och matematikvariablerna. Regressionerna med de affektiva variablerna visar att de predicerar elevernas prestationer på flyttestet och aritmetiktestet däremot finns det inget samband mellan resiliens variabler och matematikmåtten.

Sammanfattning

Avslutningsvis i detta resultatavsnitt vill vi gå tillbaka till våra frågor och svara på dom mer explicit. I den avslutande frågan lyfter endast några av de samband vi noterat, i övrigt hänvisar vi till tabellerna ovan.

I vilken utsträckning utvecklas elevernas förmåga att med flyt lösa grundläggande talkombinationer under läsåret?

- Resultatet visar att undervisningen under året för såväl interventionsgrupp som kontrollgrupp har haft stor effekt på elevernas flyt i årskurs 2 och 5 ($g>.08$).
- Resultatet visar också att interventionsgruppen haft en signifikant bättre utveckling än kontrollgruppen i både årskurs 2 och 5 avseende flyt.

I vilken utsträckning utvecklas elevernas förmåga att lösa årskursspecifika aritmetikuppgifter under läsåret?

- Resultatet visar att undervisningen under året för såväl interventionsgrupp som kontrollgrupp har haft stor effekt på elevernas kunskaper i aritmetik i årskurs 2 och 5 ($g>.8$).
- Resultatet visar också att interventionsgruppen haft en signifikant bättre utveckling än kontrollgruppen i årskurs 2 och 5 avseende kunskaper i aritmetik.

Hur påverkas affektiva aspekter som inre motivation, yttre motivation, tilltro till den egna förmågan och oro under läsåret?

- Resultatet visar att interventionsgruppen har signifikant mindre oro för sitt arbete med matematik vid läsårets slut i årskurs 2 än vid början av årskurs 2.
- Resultat visar att kontrollgruppen har signifikant mer oro för sitt arbete med matematik vid läsårets slut i årskurs 2 än vid början av årskurs 2.
- Resultatet visar inga signifikanta skillnader mellan hur eleverna i interventionsgruppen och kontrollgruppen skattar sin inre och yttre motivation samt sin tilltro till sin egen förmåga i början av läsåret och i slutet av läsåret i årskurs 2.
- Resultatet visar att kontrollgruppen har signifikant mindre oro för sitt arbete med matematik vid läsårets slut i årskurs 5 än vid början av årskurs 5.

- Resultatet visar inga signifikanta skillnader på övriga variabler vid för, och eftertest för interventionsgruppen och kontrollgruppen i årskurs 5.

Hur påverkas resiliens aspekter som värde av att kunna matematik, i matematik måste man anstränga sig och alla kan utvecklas i matematik under läsåret?

- Resultatet visar att det är en signifikant skillnad i interventionsgruppen på för, och eftertest vad gäller om man måste anstränga sig när man ska lära sig matematik i årskurs 2. Eleverna skattar att alla måste anstränga sig i matematik signifikant högre i slutet av läsåret.
- Resultatet visar att det är en signifikant skillnad i interventionsgruppen på för, och eftertest vad gäller om alla kan utvecklas i matematik i årskurs 2. Eleverna skattar att alla kan lära sig i matematik signifikant högre i slutet av läsåret.
- Resultatet visar inga signifikanta skillnader på för, och efter-test för interventionsgruppen i årskurs 2 avseende värde. Kontrollgruppen visar inga signifikanta skillnader på för, och efter-testet avseende resiliensvariablerna i årskurs 2.
- Resultatet visar att kontrollgruppen i årskurs 5 skattar matematiken värde signifikant lägre på efter-testet jämfört med för-testet. Interventionsgruppen skattar i lägre grad att de måste anstränga sig för att lära sig matematik på efter-testet än på för-testet.

Vilka samband finns mellan elevers prestationer på flyt, aritmetik, affektiva aspekterna (inre motivation, yttre motivation, tilltro till den egna förmågan och oro) och resiliens aspekterna (värde av att kunna matematik, i matematik måste man anstränga sig och alla kan utvecklas i matematik) i början och i slutet av läsåret?

- Resultatet visar att det finns ett samband mellan elevernas flyt och kunskaper i aritmetik i både årskurs 2 och 5.
- Resultatet visar det finns ett samband mellan elevernas tilltro till sin förmåga och flyt och kunskaper i aritmetik i årskurs 2 och 5.
- Resultatet visar att de affektiva variablerna predicerar flyt och aritmetik i början av årskurs 2 och i slutet av årskurs 5.

Diskussion

Syftet med detta projekt var att genomföra och utvärdera ett aktionsforskningsprojekt med fokus på elevers lärande i aritmetik, utveckling av affektiva aspekter och resiliens under årskurs 2 och 5. Resultaten från studien visar tydliga positiva effekter, både vad gäller elevernas matematikkunskaper och deras relation till ämnet matematik. Detta indikerar att den genomförda aktionsforskningen haft direkt relevans för klassrumspraktiken och elevernas lärande. Genom att lärarna fick möjlighet att systematiskt utveckla sin undervisning förbättrades inte bara elevernas prestationer, utan även deras engagemang och attityder gentemot matematik (jfr. Stringer, 2007).

Med stöd av Kemmis och McTaggerts (2001) aktionsforskningsspiral, där planering, handling och reflektion sker i en kontinuerlig cykel, kunde undervisningen fokuseras kring de principer som identifierats som centrala för kvalitativ matematikundervisning (Schlesinger et al., 2018). Denna strukturerade och reflekterande arbetsform möjliggjorde en medveten implementering av undervisningsstrategier som visade sig vara effektiva.

Att resultaten är positiva är betydelsefullt av åtminstone två skäl. För det första utgör aritmetik ett kärnområde inom grundskolans matematikundervisning, och för det andra har tidigare forskning visat att tidiga kunskaper inom detta område är starka prediktorer för framtida matematikprestationer och elevers möjligheter att lyckas i vidare studier (Watts et al., 2014; Douglas & Attewell, 2017).

Matematikkunskaper

I denna studie undersöktes utvecklingen av tre av de fyra centrala kompetenser som elever enligt National Research Council (2001) bör tillägna sig inom området aritmetik: Deklarativ kunskap (flyt), begreppslig förståelse av tal samt procedurkunskap. Med utgångspunkt i våra undervisningsprinciper (Schlesinger et al., 2018), den integrerade teorin om utveckling av taluppfattning (Siegler et al., 2011) och de gemensamma reflektionerna inom aktionsforskningsteamet, kunde vi utforma en undervisning som ledde till att interventionsgruppen utvecklades signifikant mer än kontrollgruppen.

Detta resultat är särskilt anmärkningsvärda med tanke på att skolorna är belägna i socioekonomiskt skilda upptagningsområden. Utifrån rådande förväntningar hade kontrollskolan, med mer gynnsamma förutsättningar, förväntats prestera bättre än aktionsforskningsskolorna (Berättarministeriet, 2025). Trots detta visade interventionsgruppen större framsteg, vilket tyder på att undervisningens kvalitet och struktur haft en avgörande betydelse. Genom noggrannhet i instruktioner, språkbruk och användning av matematiska notationer kunde eleverna erbjudas en undervisning av hög kvalitet (jfr. Schlesinger et al., 2018).

Grundläggande förståelse inom aritmetik innefattar bland annat kunskap om talsystemet med basen tio, förmågan att bedöma numerisk storlek samt insikt i relationerna inom och mellan olika aritmetiska operationer (Dowker, 2005; Goldman et al., 1997; Hiebert & Lefevre, 1986; National Research Council, 2001; Siegler & Braithwaite, 2017). En möjlig förklaring till elevernas positiva utveckling är den konsekventa användningen av tallinjen som visuellt stöd vid jämförelser av talstorlek och vid illustration av aritmetiska operationer, särskilt i årskurs 2 (jfr. Siegler et al., 2011), och därmed stärka elevernas mentala tallinje (Ansari, 2008; Siegler et al., 2011). Tidigare studier visar att aritmetiska operationer och färdigheter är sammankopplade (Siegler & Braithwaite, 2017), samt att korrekt uppskattning av numerisk storlek är kausalt kopplad till aritmetiska kunskaper för både heltal och bråk (Fuchs et al., 2013, 2014, 2016; Siegler & Lortie-Forgues, 2015).

Relationer till matematik

Flera tidigare studier har visat att elevers relation till matematik har en betydande inverkan på deras prestationer i ämnet (Gierl & Bisanz, 1995; Foire, 1999; Samuelsson & Granström, 2011;Wigfield & Meece, 1990;). Mot bakgrund av detta fanns det goda skäl för vår aktionsforskningsgrupp att rikta särskild uppmärksamhet mot just dessa aspekter.

Inom ramen för vårt aktionsforskningsprojekt kunde vi se en tydlig minskning av elevernas oro inför att arbeta med matematik i årskurs 2. Detta är positivt och kan vara ytterligare en förklaring till den positiva kunskapsutvecklingen i matematik eftersom tidigare studier visat att oro påverkar prestationerna negativt (Connell et al., 1994; Eccles et al. 1993; Fuligni 1997; Guay et al., 2003; Valentine, et al., 2004). Vid läsårets slut uttryckte också eleverna i signifikant högre grad än vid dess början att alla behöver anstränga sig för att lära sig matematik, och att alla har potential att utvecklas inom ämnet. Denna förändring är särskilt positiv då tidigare forskning visat att elevers inställning till matematik påverkar deras uthållighet och vilja att fortsätta lära, även när de möter motgångar och utmaningar (Mackrell & Johnston-Wilder, 2020). En möjlig förklaring till denna utveckling kan ligga i lärarnas sätt att möta eleverna, genom att erbjuda stöd, ge konstruktiv återkoppling och skapa en lärandemiljö där ansträngning uppmuntrades och framgång firades (jfr. Schlesinger et al., 2018). Lärarna arbetade målinriktat, betonade vikten av att försöka och visade genuin glädje när eleverna lyckades, vilket sannolikt bidrog till elevernas förändrade syn på matematik.

För eleverna i årskurs 5 var deras relation till matematik relativt stabil under läsåret. Att projektet inte ledde till någon märkbar förändring i denna grupp kan dock tolkas som något positivt. Våra aktionsforskningsskolor var belägna i ett område där föräldrarnas akademiska bakgrund generellt var lägre än i kontrollskolan, vilket skulle kunna innebära att eleverna hade mindre intresse för matematik eller en uppfattning om att ämnet endast är till för vissa. Att detta inte var fallet tyder på att undervisningen, som genomsyrades av våra undervisningsprinciper, kan ha haft en stabiliserande och positiv inverkan. Dessa principer har tidigare visat sig vara framgångsrika i flera studier (Hill et al., 2008; Schoenfeld, 2013; Siegler & Braithwaite, 2017; Schlesinger et al., 2018).

Det finns också ett antal samband mellan våra variabler som bör uppmärksammas. Att ha automatiserat enkla talkombinationer, det vill säga lösa dessa uppgifter med flyt korrelerar med kunskaper i aritmetik i både årskurs 2 och 5. En förklaring till detta samband kan vara att när enkla kombinationer hanteras med flyt så minskar den kognitiva belastningen vid mer komplexa uppgifter vilket gör att prestationen på dessa uppgifter ökar (jfr. Hudson & Miller, 2006). Ett annat samband som noterats i resultaten är att elevernas tilltro till sin förmåga korrelerar med flyt och kunskaper i aritmetik i årskurs 2 och 5. I vilken utsträckning den variabeln är en förklarande variabel för elevers prestation (Dermitzaki et al., 2009; Ireson & Hallam, 2009), eller en konsekvens av matematikundervisningen och elevernas prestation (t.ex. Bong & Clark, 1999) kan vi inte uttala oss om. Klart är dock att det finns ett signifikant samband mellan elevers till tro och matematikprestationer.

Begränsningar och fortsatt forskning

Trots aktionsforskningens potential att förena teori och praktik finns det flera metodologiska och praktiska begränsningar som bör beaktas.

En central begränsning är generaliserbarheten. Eftersom aktionsforskning ofta genomförs i specifika kontexter med små grupper, är resultaten i första hand relevanta för den lokala miljön. Det innebär att de slutsatser som dras inte nödvändigtvis kan överföras till andra skolor, elevgrupper eller undervisningssituationer utan vidare prövning.

En annan utmaning är risken för bekräftelsebias, särskilt när forskare och praktiker är involverade i samma process. När man själv är en del av interventionen kan det vara svårt att förhålla sig helt objektiv till resultaten. I vårt projekt har vi dock arbetat aktivt för att motverka denna risk. Eftersom resultaten i stor utsträckning baserades på elevernas prestationer i ett aritmetiktest, vilket är ett relativt objektivt mått, minskade risken för subjektiva tolkningar. Dessutom har flera personer varit involverade i rättningen av testerna, vilket ytterligare bidrog till att säkerställa en rättvis och konsekvent bedömning.

En tredje begränsning rör själva aritmetiktestet. Testet utformades för att pröva de kunskaper som eleverna förväntades ha möjlighet att utveckla under läsåret. Detta innebar att vissa elever, särskilt de med hög förmåga, nådde höga poäng, vilket ledde till så kallade takeffekter. Trots detta kunde vi identifiera signifikanta interaktionseffekter, vilket tyder på att testet ändå fångade relevanta skillnader mellan grupperna.

Genomförandet av aktionsforskningsprojektet har genererat många värdefulla insikter, samtidigt som det väckt nya frågor och idéer för fortsatt utveckling. Ett naturligt nästa steg vore att undersöka möjligheterna att skala upp projektet. Detta skulle kunna ske genom att erbjuda strukturerad utbildning i de undervisningsprinciper som projektet bygger på, och att skapa kollegiala stödfunktioner där erfarna lärare får en aktiv roll i att leda och stödja de veckovisa undervisningsdiskussionerna. En sådan modell skulle kunna främja både professionellt lärande och skolutveckling, men det finns också utmaningar, särskilt om deltagande lärare saknar tidigare erfarenhet av forskningsarbete eller systematiskt utvecklingsarbete.

Det vore även intressant att pröva att implementera flera forskningsbaserade undervisningsprinciper i studier med ett mer avgränsat innehåll. Genom att fokusera på specifika matematiska områden eller elevgrupper kan man fördjupa förståelsen för hur olika insatser påverkar elevernas lärande. En sådan ansats skulle kunna bidra till att ytterligare stärka kopplingen mellan forskning och praktik, samtidigt som den ger möjlighet till mer detaljerad analys av undervisningens effekter.

Avslutande reflektion

Trots att deltagandet i aktionsforskningsprojektet innebar ett engagemang som gick utöver lärarnas ordinarie arbetsuppgifter, uttryckte de att erfarenheten varit både meningsfull och utvecklande. Flera lärare betonade vikten av att fler inom professionen involveras i liknande initiativ, och några föreslog till och med att årligt deltagande i aktionsforskning borde vara obligatoriskt. Denna typ av engagemang bidrar inte bara till att förfina undervisningspraktiken, utan fungerar också som en katalysator för skolutveckling grundad i vetenskaplig evidens.

Utöver de resultat som rörde elevernas aritmetiska färdigheter, genererade projektet även betydelsefulla insikter om aktionsforskning som metodologisk ansats. Vi kunde konstatera att den cykliska processen, planering, agerande och reflektion, erbjöd en stabil och dynamisk struktur för att integrera forskning med klassrumspraktik. Denna struktur möjliggjorde ett parallellt stöd för både lärarnas professionella lärande och elevernas kunskapsutveckling.

Samtidigt blev det tydligt att långsiktig hållbarhet inom aktionsforskning kräver tid, kontinuerligt engagemang och organisatoriskt stöd. Utan dessa komponenter riskerar de positiva effekterna att bli kortvariga. För läsaren illustrerar denna studie att aktionsforskning inte enbart är en forskningsmetod, utan också en form av professionell utveckling som förenar teori och praktik, främjar kollektiv reflektion och bidrar till kvalitetsförbättringar i undervisningen, även om processen är krävande. Vi menar att dessa reflektioner kan vara av särskilt värde för både forskare och praktiker som överväger att använda aktionsforskning inom matematikdidaktik eller närliggande områden.

Referenser

Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nature Reviews Neuroscience, 9*(4), 278–291. https://doi.org/10.1038/nrn2334

Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science, 11*(5), 181–185. https://doi.org/10.1111/1467,8721.00196

Autin, F., & Croizet, J.,C. (2012). Improving working memory efficiency by reframing metacognitive interpretation of task difficulty. *Journal of Experimental Psychology: General, 141*(4), 610–618. https://doi.org/10.1037/a0027478

Bandura, A. (1997). *Self, efficacy in changing societies.* New York: Cambridge University Press.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y.,M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal, 47*(1), 133–180. https://doi.org/10.3102/0002831209345157

Berättarministeriet (2025, May 26). *Socioeconomic index*. https://www.berattarministeriet.se/

Bong, M., & Clark, R. E. (1999). Comparison between self, concept and self, efficacy in academic motivation research. *Educational Psychologist, 34*(3), 139–153. https://doi.org/10.1207/s15326985ep3403_1

Chetty, R., Friedman, J. N., Hilger, N., Saez, E., Schanzenbach, D. W., & Yagan, D. (2011). *How does your kindergarten classroom affect your earnings? Evidence from Project STAR*. The Quarterly Journal of Economics, 126(4), 1593–1660. https://doi.org/10.1093/qje/qjr041

Clark, C., Classen, C. C., Fourt, A., & Shetty, M. (2014). *Treating the trauma survivor: An essential guide to trauma, informed care.* Routledge/Taylor & Francis Group.

Clarke, D. M., & Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. *Educational Studies in Mathematics, 72*(1), 127–138. https://doi.org/10.1007/s10649,009,9198,9

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). Research Methods in Education (6th ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203029053

Connell, J. P., Spencer, M. B., & Aber, J. L. (1994). Educational risk and resilience in African,American youth: Context, self, action, and outcomes in school. *Child Development, 65*(2), 493–506. https://doi.org/10.1111/j.1467,8624.1994.tb00765.x

Davidson, J. and Sternberg, R. (2003) *The Psychology of Problem Solving*. Cambridge University Press, Cambridge. https://doi.org/10.1017/CBO9780511615771

Dehaene, S. (2011). *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics* (2nd ed.). New York, NY: Oxford University Press. https://global.oup.com/academic/product/the,number,sense,9780199753871

Dermitzaki, I., Leondari, A. & Goudas, M. (2009). Relations between young students' strategic behaviors, domain, specific self, concept, and performance in a problem, solving situation. *Learning and Instruction, 19*, 144,157.

Douglas, D., & Attewell, P. (2017). School mathematics as gatekeeper. *The Sociological Quarterly, 58*(4), 648–669. https://doi.org/10.1080/00380253.2017.1354733

Dowker, A. (2005). *Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education.* Psychology Press.

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks, Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K., & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology, 43*(6), 1428–1446. https://doi.org/10.1037/0012,1649.43.6.1428

Eccles, J. S., Midgley, C., Wigfield, A., Buchanan, C. M., Reuman, D., Flanagan, C., & Mac Iver, D. (1993). Development during adolescence: The impact of stage, environment fits on young adolescents' experiences in schools and in families. *American Psychologist, 48*(2), 90–101. https://doi.org/10.1037/0003,066X.48.2.90

Fuchs, L. S., Schumacher, R. F., Long, J., Namkung, J., Hamlett, C.L., Cirino, P. T., Jordan, N., Siegler, R., Gersten, R., & Changas, P. (2013). Improving at, risk learners′ understanding of fractions. *Journal of Educational Psychology, 105*(3), 683–700. https://doi.org/10.1037/a0032446

Fuchs, L. S., Schumacher, R. F., Sterba, S. K., Long, J., Namkung, J., Malone, A., Hamlett, C. L., Jordan, N. C., Gersten, R., Siegler, R. S., & Changas, P. (2014). Does working memory moderate the effects of Fraction intervention? An aptitude, treatment interaction. *Journal of Educational Psychology, 106*(2), 499–514. https://doi.org/10.1037/a0034341

Fuchs, L. S., Sterba, S. K., Fuchs, D., & Malone, A. S. (2016). Does evidence, based fractions intervention address the needs of very low, performing students? *Journal of Research on Educational Effectiveness, 9*(4), 662–677. https://doi.org/10.1080/19345747.2015.1123336

Fuligni, A. J. (1997). The academic achievement of adolescents from immigrant families: The roles of family background, attitudes, and behavior. *Child Development, 68*(2), 351–363. https://doi.org/10.2307/1131854

Gersten, R., & Chard, D. (1999). Number Sense: Rethinking Arithmetic Instruction for Students with Mathematical Disabilities. The Journal of Special Education, 33, 18,28. https://doi.org/10.1177/002246699903300102

Gierl, M. J., & Bisanz, J. (1995). Anxieties and attitudes related to mathematics in Grades 3 and 6. *The Journal of Experimental Education, 63*(2), 139–158. https://doi.org/10.1080/00220973.1995.9943818

Goldman, S. R., & Hasselbring, T. S. (1997). Achieving meaningful mathematics literacy for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 30*(2), 198–208. https:// doi. org/ 10. 1177/ 00222 19497 03000207

Guay, F., Marsh, H. W., & Boivin, M. (2003). Academic self, concept and academic achievement: Developmental perspectives on their causal ordering. *Journal of Educational Psychology, 95*(1), 124–136. https://doi.org/10.1037/0022,0663.95.1.124

Hadfield, O. D., & McNeil, K. (1994). The relationship between Myers,Briggs personality type and mathematics anxiety among preservice elementary teachers. *Journal of Instructional Psychology, 21*(4), 375–384.

Hand, L., & Rowe, M. (2001). Evaluation of student feedback. *Accounting Education, 10*(2), 147–160. https://doi.org/10.1080/09639280110081651

Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta, analyses relating to achievement.* Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203887332

Hidi, S., & Renninger, K. A. (2006). The Four, Phase Model of Interest Development. *Educational Psychologist*, *41*(2), 111–127. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_4

Hidi, S., & Harackiewicz, J. M. (2000). Motivating the academically unmotivated: A critical issue for the 21st century. *Review of Educational Research, 70*(2), 151–179. https://doi.org/10.3102/00346543070002151

Hill, C. E., Roffman, M., Stahl, J., Friedman, S., Hummel, A., & Wallace, C. (2008). Helping skills training for undergraduates: Outcomes and prediction of outcomes. *Journal of Counseling Psychology, 55*(3), 359–370. https://doi.org/10.1037/0022,0167.55.3.359

Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction, 26*(4), 430–511.

Hudson, P., & Miller, S. P. (2006). Designing and implementing mathematics instruction for students with diverse learning needs. Boston, MA Allyn and Bacon.

Ireson, J., & Hallam, S. (2009). Academic self, concepts in adolescence: Relations with achievement and ability grouping in schools. *Learning and Instruction, 19*(3), 201–213. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.04.001

Johnston,Wilder, S., & Lee, C. (2010). *Developing mathematical resilience.* Paper presented at the British Educational Research Association (BERA) Annual Conference, University of Warwick, 1–4 September 2010.

Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Uberti, H. Z. (2003). *Mathematical thinking and learning difficulties*. I A. J. Baroody & A. Dowker (Red.), The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise (ss. 359–383). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2008). Development of number combination skill in the early school years: when do fingers help? *Developmental science*, *11*(5), 662–668. https://doi.org/10.1111/j.1467,7687.2008.00715.x

Kemmis, S., & McTaggart, R. (2001). *Participatory action research.* I N. Denzin & Y. Lincoln (Red.), Handbook of qualitative research (2:a upplaga, ss. 567–606). Thousand Oaks, CA: Sage.

Kooken, J., Welsh, M. E., McCoach, D. B., Johnston, Wilder, S., & Lee, C. (2016). Development and validation of the Mathematical Resilience Scale. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development, 49*(3), 217–242. https://doi.org/10.1177/0748175615596782

Krapp, A. (2000). *Interest and human development during adolescence: An educational, psychological approach.* I J. Heckhausen (Red.), Motivational psychology of human development: Developing motivation and motivating development (ss. 109–129). Elsevier Science. https://doi.org/10.1016/S0166,4115(00)80008,4

Learning Mathematics for Teaching Project (2011). Measuring the mathematical quality of instruction. *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*, 25–47.

Lee, C., & Johnston, Wilder, S. (2017). *The construct mathematical resilience.* I U. Xolocotzin (Red.), Understanding emotions in mathematical thinking and learning (ss. 269–291). Cambridge, MA: Elsevier Academic Press.

Mackrell, K., & Johnston, Wilder, S. (2020). The mathematics resilience approach to mathematics anxiety: Is this supported by self, determination theory? I R. Marks (Red.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 40, 1–6. British Society for Research into Learning Mathematics. https://bsrlm.org.uk/wp,content/uploads/2020/05/BSRLM,CP,40,1,10.pdf

Marder, M., & Walkington, C. (2014). *Classroom observation and value, added models give complementary information about quality of mathematics teaching.* I T. Kane, K. Kerr & R. Pianta (Red.), Designing teacher evaluation systems: New guidance from the Measuring Effective Teaching project (ss. 234–277). New York: Wiley.

Matsumura, L. C., Garnier, H., Pascal, J., & Valdés, R. (2002). Measuring Instructional Quality in Accountability Systems: Classroom Assignments and Student Achievement. *Educational Assessment, 8*(3), 207–229. https://doi.org/10.1207/S15326977EA0803_01

McNeil, N. M., Jordan, N. C., Viegut, A., & Ansari, D. (2025). What the science of learning teaches us about arithmetic fluency. *Psychological Science in the Public Interest, 26*(1), 1–44. https://doi.org/10.1177/15291006251326581

National Mathematics Advisory Panel. (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel.* U.S. Department of Education. Retrieved from https://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final,report.pdf

National Research Council (2009). *Mathematics learning in early childhood: paths toward excellence and equity*. Washington, D.C: The National Academies Press.

OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science.* Problem Solving and Financial Literacy, OECD Publishing. http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511,en

OECD. (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. Paris: Author. https://www.oecd.org/en/publications/learning,for,tomorrow,s,world_9789264006416,en.html

Rokhmah, K. N., Retnawati, H., & Solekhah, P. (2019). *Mathematical resilience: Is that affecting the students' mathematics achievement?* Journal of Physics: Conference Series, 1320, 012036. https://doi.org/10.1088/1742,6596/1320/1/012036

Samuelsson, J., & Granström, K. (2007). *Important prerequisites for students' mathematical achievement. Journal of Theory and Practice in Education,* 3(2), 150–173. https://dergipark.org.tr/en/pub/hujms

Schlesinger, L., & Jentsch, A. (2016). Theoretical and methodological challenges in measuring instructional quality in mathematics education using classroom observations. *ZDM, Mathematics Education, 48*, 29–40. https://doi.org/10.1007/s11858,016,0765,0

Schlesinger, L., Jentsch, A., Kaiser, G., König, J., & Blömeke, S. (2018). Subject, specific characteristics of instructional quality in mathematics education. *ZDM, Mathematics Education, 50*, 475–490. https://doi.org/10.1007/s11858,018,0917,5

Schoenfeld, A. H. (2004). The math wars. *Educational Policy, 18*(1), 253–286. https://doi.org/10.1177/0895904803260042

Schoenfeld, A. H. (2013). *Classroom observations in theory and practice*. ZDM: The International Journal on Mathematics Education, 45(4), 607–621. https://doi.org/10.1007/s11858,012,0483,1

Schraw, G., & Lehman, S. (2001). Situational interest: A review of the literature and directions for future research. *Educational Psychology Review, 13*(1), 23–52. https://doi.org/10.1023/A:1009004801455

Siegler, R. S., & Braithwaite, D. W. (2017). Numerical development. *Annual Review Psychology, 68*, 187–213. https://doi.org/10.1146/annurev,psych,010416,044101

Siegler, R. S., & Braithwaite, D. W. (2017). Numerical Development. *Annual review of psychology*, *68*, 187–213. https://doi.org/10.1146/annurev,psych,010416,044101

Siegler, R. S., & Lortie-Forgues, H. (2015). Conceptual knowledge of fraction arithmetic. *Journal of Educational Psychology, 107*(3), 909–918. https://doi.org/10.1037/edu0000025

Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science, 14*(3), 237–250. https://doi.org/10.1111/1467,9280.02438

Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An Integrated Theory of Whole Number and Fractions Development. *Cognitive Psychology, 62*, 273,296. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.03.001

Skolverket. (2022). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet*: Lgr22 (2 uppl.). https://www.skolverket.se/getFile?file=13074

Skovsmose, O., & Borba, M. (2004). *Research methodology and critical mathematics education.* I P. Valero & R. Zevenbergen (Red.), Researching the sociopolitical dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology (pp. 207–226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Stringer, E. T. (2007). *Action research* (3rd ed.). London: Sage Publications.

Suren, N., & Kandemir, M. A. (2020). The effects of mathematics anxiety and motivation on students' mathematics achievement. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 8*(3), 190,218.

SFS (2003:460) *Lag om etikprövning av forskning som avser människor*. Stockholm: Sveriges riksdag. Hämtad 11 december 2024 från https://www.riksdagen.se/sv/dokument,och,lagar/dokument/svensk,forfattningssamling/lag,2003460,om,etikprovning,av,forskning,som_sfs,2003,460/

Taub, Gordon E., and Kevin McGrew. 2013. "The Woodcock, Johnson Tests of Cognitive Abilities III's Cognitive Performance Model: Empirical Support for Intermediate Factors Within CHC Theory." *Journal of Psychoeducational Assessment 32*(3): 187–201. https://doi.org/10.1177/0734282913504808.

Trujillo, K. M., & Hadfield, O. D. (1999). Tracing the roots of mathematics anxiety through in,depth interviews with preservice elementary teachers. *College Student Journal, 33*(2), 219–232

Valentine, J. C., DuBois, D. L., & Cooper, H. (2004). The relation between self, beliefs and academic achievement: A meta, analytic review. *Educational Psychologist, 39*(2), 111–133. https://doi.org/10.1207/s15326985ep3902_3

Van de Walle, J. A., & Karp, K. S. (2021). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (10th ed.). Pearson Education.

Vetenskapsrådet. (2024). *God forskningssed*. Stockholm: Vetenskapsrådet. https://www.vr.se/download/18.4857b2ae197a1e923f913e07/1751465049917/Good%2520research%2520practice%25202024%2520VR.pdf

Watts, T.W., Duncan, G.J., Clements, D.H. and Sarama, J. (2018), What Is the Long, Run Impact of Learning Mathematics During Preschool? *Child Development, 89*, 539,555. https://doi.org/10.1111/cdev.12713

Yeager, D. S., & Dweck, C. S. (2012). Mindsets that promote resilience: When students believe that personal characteristics can be developed. *Educational Psychologist, 47*(4), 302–314. https://doi.org/10.1080/00461520.2012.722805

Bilaga 1

Räkna med flyt (3 min) Bilaga 1

Namn______________________________

1-1=_____	0+3=_____	2+2=_____	4-2=_____	2+1=_____
3-3=_____	0+0=_____	3-0=_____	2-1=_____	2+4=_____
5+0=_____	3-1=_____	1+6=_____	4+4=_____	5-0=_____
1+1=_____	6-1=_____	3+5=_____	4-1=_____	5-2=_____
3-2=_____	5+1=_____	6-3=_____	2-2=_____	7+1=_____
4-4=_____	1+8=_____	4-3=_____	7+2=_____	4+1=_____
2+5=_____	8-1=_____	5-4=_____	3+3=_____	10+2=_____
3+6=_____	7-2=_____	2+8=_____	3+1=_____	9-4=_____
6-2=_____	4+6=_____	9+3=_____	8-6=_____	7+5=_____
10-10=_____	2+6=_____	5-3=_____	6-6=_____	3+4=_____
5+5=_____	8-3=_____	5-1=_____	8+0=_____	7-4=_____
1+9=_____	10-6=_____	8+4=_____	6+8=_____	9-9=_____
1·1=_____	4+5=_____	7+7=_____	2·3=_____	10-5=_____
1·2=_____	3+2=_____	8-8=_____	9+5=_____	5·1=_____
3+7=_____	1·4=_____	9-2=_____	9+8=_____	3·3=_____
6-5=_____	2·2=_____	9-3=_____	3·1=_____	6+6=_____

1·0=____	8+7=____	2·5=____	7-7=____	8·1=____
7+4=____	2·6=____	9-6=____	5·3=____	10-1=____
1·9=____	5-5=____	8·5=____	4+0=____	7·1=____
8-2=____	3·9=____	7-0=____	9+9=____	4·2=____
3+8=____	7·9=____	7-5=____	4·4=____	8+8=____
4·7=____	9-8=____	3·4=____	6-4=____	0·6=____
9-1=____	3·7=____	9+4=____	8·3=____	10-9=____
6·5=____	10-3=____	6+7=____	9·9=____	2·8=____
4-0=____	10-4=____	5·9=____	7·7=____	8-5=____
9·6=____	2+9=____	7·6=____	10-8=____	7·8=____
9+6=____	4·8=____	10-7=____	4·6=____	9-7=____
2·9=____	6·6=____	8-4=____	5·7=____	8+5=____
5·5=____	7-1=____	6·1=____	4·0=____	9·8=____
7-6=____	5·4=____	8·6=____	0·3=____	7-3=____
2·7=____	6+5=____	8·8=____	9-5=____	7+9=____
6·3=____	0·8=____	8-7=____	4·9=____	10-0=____

Bilaga 2

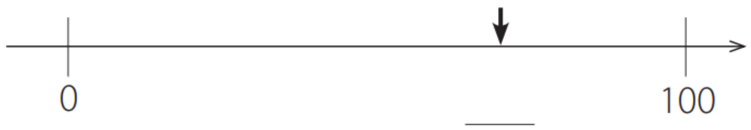
Årskurs 2 ”Taluppfattning och tals användning”

Namn: ______________________ Skola: ______________________

Klass: ______________________

---

1. *Ungefär* vilket tal pekar pilen på?



---

2. Det ligger 14 äpplen på ett bord.

a) Siffran 4 i talet 14 betyder __________ stycken äpplen.

b) Siffran 1 i talet 14 betyder __________ stycken äpplen.

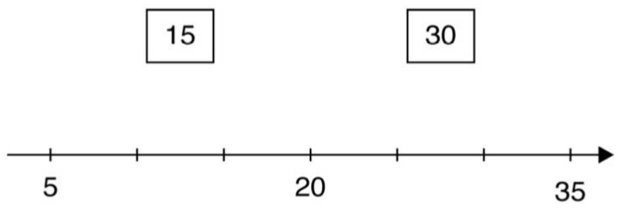
---

3. Ringa in det minsta talet.
Stryk under det största talet.

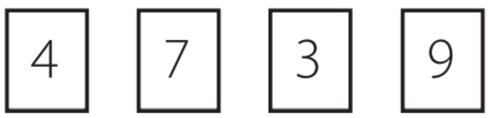
15 34 9 62

---

4. Dra streck från talen i rutorna till talen på tallinjen.



5. Gör två tal mellan femtio och etthundra.
Använd alla de fyra korten med siffror.



1. __________ 2. __________

6. Skriv talets grannar.

a)

	26		

b)

		100	

c)

	198		

7. Skriv talen som saknas.

a) 7 = ______ + 4

b) 9 - _______ = 3

c) _______ = 8 + 9

d) 6 = _______ - 4

e) 8 + _______ = 12

f) 18 - _______ = 7

8. Skriv talen som saknas.

a) 8 + 2 = _______ + 7

b) 32 - 29 = _______

c) 18 - _______ = 10

d) 24 +_______ = 32

9. Beräkna.

a) 3 · 5 = _______

b) 8 · 2 = _______

c) Vad är hälften av 14?

Svar: _______

d) Vad är hälften av 50?

Svar: _______

10. Fortsätt talföljden.

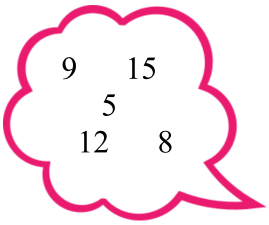
a) 2 5 8 11 ______ ______ ______

b) 16 14 12 10 ______ ______ ______

c) 15 20 25 30 ______ ______ ______

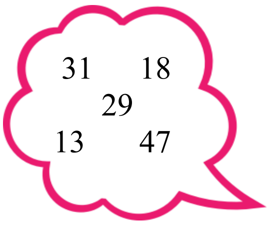
11. Storleksordna talen. Börja med det minsta talet.

a)



______ ______ ______ ______ ______

b)



______ ______ ______ ______ ______

12.

a) Vilket tal har 1 hundratal, 2 tiotal och 4 ental? ___________

b) Vilket tal har 4 hundratal och 8 ental? ___________

c) Vilket tal är 2 ental större än 26? ___________

---

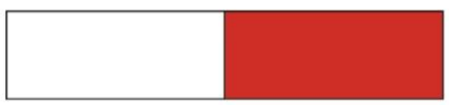
13. *Ungefär* vilket tal pekar pilen på?

____

---

14. Hur stor del av rektangeln är målad?

a)



____

b)

____

15. Lös följande uppgifter.
Räkna med uppställning.

a) 32 + 26

b) 67 + 58

c) 64 - 28

d) 80 - 33

e) 138 + 26

Bilaga 3

Matematik årskurs 5 ”Taluppfattning och tals användning

Namn: ______________________________

Skola: ______________________________

Klass: ______________

1. *Lös uppgiften med hjälp av uppställning.*

a) $46{,}8 + 8{,}\ 45$ b) $55{,}15 - 14{,}2$

c) $5 \cdot 26{,}6$ d) $44{,}4 / 3$

2. Beräkna

a) $12 + 2 \cdot 7 =$ ______ b) $18 - 8 - 4 =$ ______

c) $4 \cdot 5 - 9/3 =$ ______ d) $8 \cdot 4 - 6 \cdot 5 =$ ______

3. Vilket tal är x ?

a) $1 + x = 1{,}9$

$x =$ ______

b) $x - 5 = 18$

$x =$ ______

c) $x / 3 = 6$

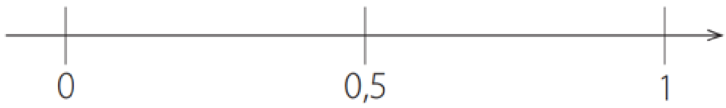
$x =$ ______

d) $x \cdot 3 = 39$

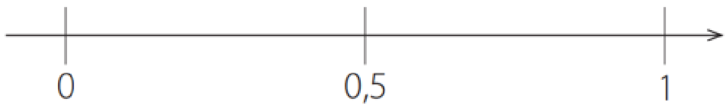
$x =$ ______

4.

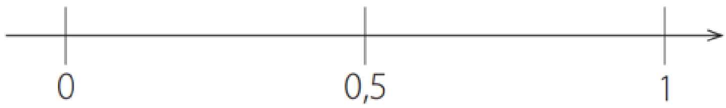
Markera 0,10 på tallinjen:



Markera 0,06 på tallinjen:



Markera 0,9 på tallinjen:



---

5. **Gör två heltal.**

a) Gör ett jämnt tal som är så stort som möjligt.
b) Gör ett udda tal som är så litet som möjligt.
Använd alla fyra korten.

4	7	3	9

1. __________ 2. __________

6. Skriv talets grannar.

a)

	19,2		

b)

	10 998		

c)

	-2		

---

7. Skriv talen som saknas.

a) 21 = ______ + 5

b) 1,4 * 2 = ________

c) _______ = 8,6 + 9,2

d) 3,3 = _______ * 3

e) 8,8 + 3,5 = _______

f) 48 / _______ = 6

---

8. Beräkna.

a) Vad är hälften av 18?

Svar:______________

b) Vad är dubbelt så mycket som 40?

Svar:________________

b) Vad är ¼ av 60?

Svar: _______

d) Vad är en 1/5 av 25?

Svar: _______

---

9. Fortsätt talföljden.

a) 1 2 4 8 ________ ________ ________

b) 30 23 17 12 ________ ________ ________

c) 15,2 15,4 15,6 ________ ________ ________

10. Storleksordna talen. Börja med det minsta talet.

a)

3,77
3,587 3,9
3,657

______ ______ ______ ______

b)

1/2 3/5
0,7
3/4 1/3

______ ______ ______ ______ ______

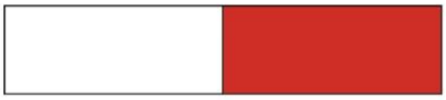
11. Markera och skriv talen $\frac{1}{5}$ och $\frac{8}{10}$ på tallinjen.

---

12. Hur stor del av rektangeln är målad?

Svara i bråkform och decimalform.

a)



____

b)

____

---

13. Lös följande uppgifter.
Visa hur du räknar.

a) 3032 – 1619 =

b) 67 * 5 =

c) 543 * 25

d) 582/3 =

e) 327 / 3=

14. Skriv talen i ordning med det minsta talet först.

a) 2,1 2,08 2,345 3,01 2,978

______ ______ _______ ______ ______

b) 1,24 0,8 3/4 1,05 1/2

______ ______ _______ ______ ______

---

15. Beräkna:

a) $10 \cdot 3{,}4=$_____ b)$100 \cdot 6{,}53=$_____ c)$10 \cdot 83{,}5=$_____

b)$100 \cdot 9=$_____ d)$100 \cdot 9{,}43=$_____ e) $100 \cdot 9{,}7=$_____

BRA JOBBAT!

Bilaga 4

Så här tycker jag om matematik (4)

Intresse och glädje

1 Jag tycker om att lära mig matematik

2. Jag ser fram mot mina matematiklektioner

3. Jag gör matematik för att jag tycker det är roligt

4. Jag är intresserad av det vi lär oss i matematiken

Instrumentell motivation

5. Jag jobbar hårt med matematik för att det kommer jag ha nytta av när jag börjar arbeta

6. Jag jobbar hårt med matematik för att det kommer att hjälpa mig att förstå andra ämnen

7. Jag jobbar hårt med matematik för att jag behöver för att kunna läsa vidare i framtiden

8. Jag vill lära mig matematik för att jag ska få ett bra jobb

Tilltro till sin förmåga
9. Jag är bra på matematik

10. Jag gör ofta bra resultat i matematik

11. Jag lär mig matematik snabbt

12. Jag har alltid tyckt att matematik är ett av mina bästa ämnen

13. Jag brukar förstå den svåra matematiken i vår klass

Oro

14. Jag är orolig att matematiken ska vara för svår för mig

15. Jag blir nervös när jag arbetar med matematik hemma

16. Jag blir nervös när jag arbetar med problem i matematik

17. Jag känner mig hjälplös när jag arbetar med problem i matematik

18. Jag är orolig för att jag kommer få dåligt betyg i matematik

Bilaga 5

Matematik är ett ämne som gör mig (4)

A

1. Matematik är viktigt att kunna när man blir vuxen (Ska handla till exempel)

2. Matematik är viktigt att kunna när man arbetar (få ett jobb och klara av det)

3. Matematik är viktigt att kunna när man leker/spelar spel

4. Matematikkunskaper är viktiga för att bli bra i alla ämnen i skolan

5. Matematikkunskaper hjälper mig att lösa olika problem

6. Matematikkunskaper behövs för att lyckas i livet

7. Matematiskt tänkande är viktigt i alla yrken

B

8. Alla kämpar med matematik någon gång

9. Dom som är duktiga på matematik tycker att matematik är svårt ibland

10. Personer som ofta använder matematik upplever ibland att matematik är svårt

11. Alla gör ibland misstag när de arbetar med matematik

12. Att kämpa är en vanlig del då man arbetar med matematik

13. Mina klasskamrater kämpar ibland med matematik

14. Ibland kan mattelärare bli osäkra på en matteuppgift

C

15. Matematik kan alla lära sig

16. Om man ska lära sig mycket matematik måste man vara ett mattegeni

17. Om man dålig på matematik kan man inte göra så mycket för att bli bra

18. Antingen är man bra på matematik eller inte

19. Hur bra man blir på matematik är bestämt redan när man föds

20. Vissa personer kan inte lära sig matematik

21. Bara smarta människor kan hålla på med matematik